

VOLI

Ramon González Calvet  
(Organizador)

PESQUISA  
E DOCENCIA  
EM  
CIENCIAS  
EXATAS  
E NATURAIS



EDITORA  
ARTEMIS  
2026

VOLI

Ramon González Calvet  
(Organizador)

PESQUISA  
E DOCENCIA  
EM  
CIENCIAS  
EXATAS  
E NATURAIS



EDITORA  
ARTEMIS

2026



O conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons Atribuição-Não-Comercial Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Direitos para esta edição cedidos à Editora Artemis pelos autores.

Permitido o download da obra e o compartilhamento, desde que sejam atribuídos créditos aos autores, e sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A responsabilidade pelo conteúdo dos artigos e seus dados, em sua forma, correção e confiabilidade é exclusiva dos autores. A Editora Artemis, em seu compromisso de manter e aperfeiçoar a qualidade e confiabilidade dos trabalhos que publica, **conduz a avaliação cega pelos pares de todos manuscritos publicados, com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.**

<b>Editora Chefe</b>	Antonella Carvalho de Oliveira
<b>Editora Executiva</b>	M. <sup>a</sup> Viviane Carvalho Mocellin
<b>Direção de Arte</b>	M. <sup>a</sup> Bruna Bejarano
<b>Diagramação</b>	Elisangela Abreu
<b>Organizador</b>	Prof. Dr. Ramon González Calvet
<b>Imagem da Capa</b>	sharuzzaman/123RF
<b>Bibliotecário</b>	Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

#### Conselho Editorial

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ada Esther Portero Ricol, *Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”*, Cuba  
Prof. Dr. Adalberto de Paula Paranhos, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil  
Prof. Dr. Agustín Olmos Cruz, *Universidad Autónoma del Estado de México*, México  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Amanda Ramalho de Freitas Brito, Universidade Federal da Paraíba, Brasil  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Clara Monteverde, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Júlia Viamonte, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), Portugal  
Prof. Dr. Ángel Mujica Sánchez, *Universidad Nacional del Altiplano*, Peru  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Angela Ester Mallmann Centenaro, Universidade do Estado de Mato Grosso, Brasil  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Begoña Blandón González, *Universidad de Sevilla*, Espanha  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Carmen Pimentel, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Catarina Castro, Universidade Nova de Lisboa, Portugal  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cirila Cervera Delgado, *Universidad de Guanajuato*, México  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cláudia Neves, Universidade Aberta de Portugal  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cláudia Padovesi Fonseca, Universidade de Brasília-DF, Brasil  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos, Universidade Federal da Grande Dourados, Brasil  
Dr. Cristo Ernesto Yáñez León – New Jersey Institute of Technology, Newark, NJ, Estados Unidos



Prof. Dr. David García-Martul, *Universidad Rey Juan Carlos de Madrid*, Espanha  
Prof.ª Dr.ª Deuzimar Costa Serra, *Universidade Estadual do Maranhão*, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Dina Maria Martins Ferreira, *Universidade Estadual do Ceará*, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Edith Luévano-Hipólito, *Universidad Autónoma de Nuevo León*, México  
Prof.ª Dr.ª Eduarda Maria Rocha Teles de Castro Coelho, *Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro*, Portugal  
Prof. Dr. Eduardo Eugênio Spers, *Universidade de São Paulo (USP)*, Brasil  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhoras, *Universidade Federal de Roraima*, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Elvira Laura Hernández Carballido, *Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo*, México  
Prof.ª Dr.ª Emilias Darlene Carmen Lebus, *Universidad Nacional del Nordeste*, Argentina  
Prof.ª Dr.ª Erla Mariela Morales Morgado, *Universidad de Salamanca*, Espanha  
Prof. Dr. Ernesto Cristina, *Universidad de la República*, Uruguay  
Prof. Dr. Ernesto Ramírez-Briones, *Universidad de Guadalajara*, México  
Prof. Dr. Fernando Hitt, *Université du Québec à Montréal*, Canadá  
Prof. Dr. Gabriel Díaz Cobos, *Universitat de Barcelona*, Espanha  
Prof.ª Dr.ª Gabriela Gonçalves, *Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP)*, Portugal  
Prof.ª Dr.ª Galina Gumovskaya – *Higher School of Economics*, Moscow, Russia  
Prof. Dr. Geoffroy Roger Pointer Malpass, *Universidade Federal do Triângulo Mineiro*, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Gladys Esther Leoz, *Universidad Nacional de San Luis*, Argentina  
Prof.ª Dr.ª Glória Beatriz Álvarez, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina  
Prof. Dr. Gonçalo Poeta Fernandes, *Instituto Politécnico da Guarda*, Portugal  
Prof. Dr. Gustavo Adolfo Juarez, *Universidad Nacional de Catamarca*, Argentina  
Prof. Dr. Guillermo Julián González-Pérez, *Universidad de Guadalajara*, México  
Prof. Dr. Håkan Karlsson, *University of Gothenburg*, Suécia  
Prof.ª Dr.ª Lara Lúcia Tescarollo Dias, *Universidade São Francisco*, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Isabel del Rosario Chiyon Carrasco, *Universidad de Piura*, Peru  
Prof.ª Dr.ª Isabel Yohena, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina  
Prof. Dr. Ivan Amaro, *Universidade do Estado do Rio de Janeiro*, Brasil  
Prof. Dr. Iván Ramon Sánchez Soto, *Universidad del Bío-Bío*, Chile  
Prof.ª Dr.ª Ivânia Maria Carneiro Vieira, *Universidade Federal do Amazonas*, Brasil  
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz, *University of Miami and Miami Dade College*, Estados Unidos  
Prof. Dr. Jesús Montero Martínez, *Universidad de Castilla - La Mancha*, Espanha  
Prof. Dr. João Manuel Pereira Ramalho Serrano, *Universidade de Évora*, Portugal  
Prof. Dr. Joaquim Júlio Almeida Júnior, *UNIFIMES - Centro Universitário de Mineiros*, Brasil  
Prof. Dr. Jorge Ernesto Bartolucci, *Universidad Nacional Autónoma de México*, México  
Prof. Dr. José Cortez Godinez, *Universidad Autónoma de Baja California*, México  
Prof. Dr. Juan Carlos Cancino Diaz, *Instituto Politécnico Nacional*, México  
Prof. Dr. Juan Carlos Mosquera Feijoo, *Universidad Politécnica de Madrid*, Espanha  
Prof. Dr. Juan Diego Parra Valencia, *Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín*, Colômbia  
Prof. Dr. Juan Manuel Sánchez-Yáñez, *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo*, México  
Prof. Dr. Juan Porras Pulido, *Universidad Nacional Autónoma de México*, México



Prof. Dr. Júlio César Ribeiro, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil  
Prof. Dr. Leiníg Antonio Perazolli, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil  
Prof.ª Dr.ª Livia do Carmo, Universidade Federal de Goiás, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Luciane Spanhol Bordignon, Universidade de Passo Fundo, Brasil  
Prof. Dr. Luis Fernando González Beltrán, *Universidad Nacional Autónoma de México*, México  
Prof. Dr. Luis Vicente Amador Muñoz, *Universidad Pablo de Olavide*, Espanha  
Prof.ª Dr.ª Macarena Esteban Ibáñez, *Universidad Pablo de Olavide*, Espanha  
Prof. Dr. Manuel Ramiro Rodriguez, *Universidad Santiago de Compostela*, Espanha  
Prof. Dr. Manuel Simões, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal  
Prof.ª Dr.ª Márcia de Souza Luz Freitas, Universidade Federal de Itajubá, Brasil  
Prof. Dr. Marcos Augusto de Lima Nobre, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil  
Prof. Dr. Marcos Vinicius Meiado, Universidade Federal de Sergipe, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Mar Garrido Román, *Universidad de Granada*, Espanha  
Prof.ª Dr.ª Margarida Márcia Fernandes Lima, Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil  
Prof.ª Dr.ª María Alejandra Arecco, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina  
Prof.ª Dr.ª Maria Aparecida José de Oliveira, Universidade Federal da Bahia, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Maria Carmen Pastor, *Universitat Jaume I*, Espanha  
Prof.ª Dr.ª Maria da Luz Vale Dias – Universidade de Coimbra, Portugal  
Prof.ª Dr.ª Maria do Céu Caetano, Universidade Nova de Lisboa, Portugal  
Prof.ª Dr.ª Maria do Socorro Saraiva Pinheiro, Universidade Federal do Maranhão, Brasil  
Prof.ª Dr.ª MªGraça Pereira, Universidade do Minho, Portugal  
Prof.ª Dr.ª Maria Gracinda Carvalho Teixeira, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil  
Prof.ª Dr.ª María Guadalupe Vega-López, *Universidad de Guadalajara*, México  
Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Pato, Instituto Politécnico de Viseu, Portugal  
Prof.ª Dr.ª Maritza González Moreno, *Universidad Tecnológica de La Habana*, Cuba  
Prof.ª Dr.ª Mauriceia Silva de Paula Vieira, Universidade Federal de Lavras, Brasil  
Prof. Dr. Melchor Gómez Pérez, Universidad del Pais Vasco, Espanha  
Prof.ª Dr.ª Ninfa María Rosas-García, Centro de Biotecnología Genómica-Instituto Politécnico Nacional, México  
Prof.ª Dr.ª Odara Horta Boscolo, Universidade Federal Fluminense, Brasil  
Prof. Dr. Osbaldo Turpo-Gebera, *Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa*, Peru  
Prof.ª Dr.ª Patrícia Vasconcelos Almeida, Universidade Federal de Lavras, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Paula Arcoverde Cavalcanti, Universidade do Estado da Bahia, Brasil  
Prof. Dr. Rodrigo Marques de Almeida Guerra, Universidade Federal do Pará, Brasil  
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares, Universidade Federal do Piauí, Brasil  
Prof. Dr. Sergio Bitencourt Araújo Barros, Universidade Federal do Piauí, Brasil  
Prof. Dr. Sérgio Luiz do Amaral Moretti, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Silvia Inés del Valle Navarro, *Universidad Nacional de Catamarca*, Argentina  
Prof.ª Dr.ª Solange Kazumi Sakata, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN)- USP, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Stanislava Kashtanova, *Saint Petersburg State University*, Russia  
Prof.ª Dr.ª Susana Álvarez Otero – Universidad de Oviedo, Espanha

Prof.ª Dr.ª Teresa Cardoso, Universidade Aberta de Portugal

Prof.ª Dr.ª Teresa Monteiro Seixas, Universidade do Porto, Portugal

Prof. Dr. Valter Machado da Fonseca, Universidade Federal de Viçosa, Brasil

Prof.ª Dr.ª Vanessa Bordin Viera, Universidade Federal de Campina Grande, Brasil

Prof.ª Dr.ª Vera Lúcia Vasilévski dos Santos Araújo, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil

Prof. Dr. Wilson Noé Garcés Aguilar, *Corporación Universitaria Autónoma del Cauca*, Colômbia

Prof. Dr. Xosé Somoza Medina, *Universidad de León*, Espanha

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

P475 Pesquisa e docência em ciências exatas e naturais [livro eletrônico] / Organizador Ramon González Calvet. – 1. ed. – Curitiba, PR: Editora Artemis, 2026.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Edição bilíngue

Inclui bibliografia.

ISBN 978-65-82858-10-9

DOI 10.37572/EdArt\_270626109

1. Ciências exatas. 2. Ciências naturais. 3. Pesquisa científica. 4. Docência. I. González Calvet, Ramon.

CDD 500

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**



## PRÓLOGO

La producción del conocimiento científico y educativo en el campo de las ciencias exactas y naturales se caracteriza, cada vez más, por su capacidad de articular fundamentos teóricos, desarrollos tecnológicos, prácticas formativas y compromisos sociales. En este contexto, el primer volumen de ***Pesquisa e Docência em Ciências Exatas e Naturais*** reúne un conjunto plural de trabajos que evidencian la vitalidad de la investigación contemporánea y la importancia de repensar la docencia como espacio de construcción, mediación y circulación del saber.

Los capítulos que integran esta obra permiten percibir la amplitud de un campo que no se limita a la transmisión de contenidos de disciplinas científicas, sino que se abre a problemas complejos, metodologías diversas y experiencias docentes. La investigación matemática, físico-química y computacional convive aquí con la ingeniería aplicada, la inteligencia artificial, la ética profesional, la educación matemática, la enseñanza de las ciencias, la formación superior y la preservación del conocimiento paleontológico. Esta diversidad temática refleja una visión amplia de las ciencias exactas y naturales, entendidas no solo como áreas de formulación abstracta y experimentación técnica, sino también como prácticas humanas, educativas e institucionales.

El volumen se inicia con trabajos dedicados a la modelización matemática, físico-química y al estudio de sistemas complejos. En este primer conjunto, se abordan problemas relacionados con operadores diferenciales, semigrupos de contracciones, isothermas de adsorción, gases reales, potenciales de Lennard-Jones y Morse, nanoestructuras y configuraciones de mínimo potencial. Estos capítulos destacan la importancia de la modelización, la abstracción y la simulación en la comprensión de fenómenos naturales y materiales.

En un segundo momento, la obra se orienta hacia las tecnologías aplicadas, la ingeniería y los medios digitales en la formación científica. Los trabajos reunidos en esta parte muestran cómo el desarrollo tecnológico puede contribuir tanto a la creación de dispositivos y soluciones aplicadas como a la transformación de los procesos formativos. La presencia de estudios sobre electroestimulación, generación de gráficos vectoriales mediante reconocimiento de voz, aprendizaje profundo e inteligencia artificial en contextos universitarios evidencia la necesidad de repensar la innovación técnica junto con sus implicaciones educativas, epistemológicas y profesionales.

La tercera parte concentra investigaciones orientadas a la docencia, el aprendizaje y la equidad en contextos educativos diversos. Los capítulos analizan cuestiones vinculadas a la ética en ingeniería, a la inclusión en educación matemática,

al liderazgo y desempeño docente, a las actitudes hacia la estadística, al aprendizaje basado en proyectos, a la relación entre sueño y aprendizaje, y a la calidad educativa en la formación superior en odontología. En conjunto, estos trabajos subrayan que enseñar ciencias y matemáticas exige mucho más que dominio de la disciplina: requiere sensibilidad pedagógica, reflexión institucional, innovación metodológica y atención a las condiciones reales de aprendizaje de los estudiantes.

Finalmente, el volumen se cierra con una contribución singular dedicada a las ciencias naturales, los acervos fósiles y la preservación del conocimiento paleontológico. A partir de una trayectoria de décadas en la prospección, colección y exhibición de fósiles, este capítulo invita a reflexionar sobre la colaboración entre iniciativas privadas, museos, universidades e instituciones científicas. Su presencia al final de la obra ofrece un cierre significativo, al recordar que la ciencia también depende de la conservación, documentación y accesibilidad de los materiales que permiten reconstruir la historia natural.

De este modo, ***Pesquisa e Docência em Ciências Exatas e Naturais*** propone una lectura que avanza desde los fundamentos científicos y matemáticos hacia las aplicaciones tecnológicas, los medios digitales, los desafíos de la enseñanza y la preservación del patrimonio natural. La obra evidencia que investigar y enseñar están profundamente interrelacionadas: toda investigación produce nuevas preguntas para la formación, y toda práctica docente comprometida puede convertirse en espacio de investigación, innovación y transformación. De hecho, solo se puede enseñar bien a los estudiantes aquel conocimiento que los investigadores antes comprendieron bien.

Esperamos que este volumen contribuya al diálogo entre investigadores, docentes, estudiantes y profesionales interesados en las ciencias exactas y naturales, fortaleciendo una perspectiva integradora, crítica y colaborativa del conocimiento. Que los trabajos aquí reunidos sirvan como punto de partida para nuevas investigaciones, nuevas prácticas pedagógicas y nuevas formas de aproximarse a los desafíos científicos y educativos de nuestro tiempo.

**Ramon González Calvet**

## SUMARIO

### MODELACIÓN MATEMÁTICA, FÍSICO-QUÍMICA Y ESTRUCTURAS EN SISTEMAS COMPLEJOS

#### **CAPÍTULO 1.....1**

CONTRAST WITH THE HILLE-YOSIDA'S THEOREM AND THE CONTRACTION SEMIGROUP FOR AN ODD-ORDER DIFFERENTIAL OPERATOR

Yolanda Silvia Santiago Ayala

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2706261091](https://doi.org/10.37572/EdArt_2706261091)

#### **CAPÍTULO 2.....17**

ISOTERMA DE ADSORCIÓN DEDUCIDA DEL MODELO DEL BILLAR Y ECUACIÓN DE ESTADO APLICADA A LOS GASES REALES

Ramon González Calvet

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2706261092](https://doi.org/10.37572/EdArt_2706261092)

#### **CAPÍTULO 3.....32**

VERDADERAS NANOESTRUCTURAS DE MÍNIMO POTENCIAL GLOBAL DE LENNARD JONES Y MORSE

Carlos Barrón Romero

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2706261093](https://doi.org/10.37572/EdArt_2706261093)

#### **CAPÍTULO 4..... 48**

NUEVAS PEQUEÑAS NANOESTRUCTURAS DE MÍNIMO POTENCIAL DE LENNARD JONES Y MORSE

Carlos Barrón Romero

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2706261094](https://doi.org/10.37572/EdArt_2706261094)

### TECNOLOGÍAS APLICADAS, INGENIERÍA Y MEDIOS DIGITALES EN LA FORMACIÓN CIENTÍFICA

#### **CAPÍTULO 5..... 66**

DISEÑO Y GENERACIÓN DE UN ELECTROESTIMULADOR TENS CON DIFERENTES TIPOS DE PULSOS

Eduardo García Sánchez

Luis Eduardo Bañuelos García

Mario Molina Almaraz  
Osbaldo Vite Chávez  
José Manuel Cervantes Viramontes  
María del Rosario Martínez Blanco  
Luis Octavio Solís Sánchez  
Irerí Aydee Sustaita Torres  
Pilar Cecilia Godina González  
Francisco Javier Martínez Ruíz  
Sahara Araceli Pereyra López  
Ana Lourdes Aracely Borrego Elías

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2706261095](https://doi.org/10.37572/EdArt_2706261095)

**CAPÍTULO 6..... 84**

GRÁFICOS VECTORIALES SVG GENERADOS A PARTIR DE INSTRUCCIONES POR VOZ MEDIANTE LA LIBRERÍA *SPEECH RECOGNITION*

Moisés García Villanueva  
Salvador Ramírez Zavala

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2706261096](https://doi.org/10.37572/EdArt_2706261096)

**CAPÍTULO 7 ..... 99**

DE LAS REDES NEURONALES RECURRENTES A LOS TRANSFORMADORES: EVOLUCIÓN Y ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS PARADIGMAS FUNDAMENTALES DEL APRENDIZAJE PROFUNDO

Adolfo Melendez Ramirez  
Francisco Jacob Avila Camacho  
Juan Manuel Stein Carrillo  
Leonardo Miguel Moreno Villalba

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2706261097](https://doi.org/10.37572/EdArt_2706261097)

**CAPÍTULO 8..... 116**

DISRUPCIÓN ALGORÍTMICA Y CONFIGURACIÓN DEL SABER INVESTIGATIVO: LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL COMO DISPOSITIVO EPISTEMOLÓGICO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS DE ICA, PERÚ

José Ángel Meneses Jiménez  
Pedro Julián Ormeño Carmona  
Manuel Rocha Gonzales  
Beny Pasquel Flores  
Jorge Luis Arrué Flores

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2706261098](https://doi.org/10.37572/EdArt_2706261098)

## DOCENCIA, APRENDIZAJE Y EQUIDAD EN MATEMÁTICAS, CIENCIAS Y FORMACIÓN SUPERIOR

### **CAPÍTULO 9.....129**

INCLUSIÓN Y EQUIDAD EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: PERSPECTIVAS TEÓRICAS Y DEBATES ACTUALES

Carmen Cecilia Espinoza Melo

Erich Leighton Vallejos

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2706261099](https://doi.org/10.37572/EdArt_2706261099)

### **CAPÍTULO 10.....138**

PERCEPCIÓN ESTUDIANTIL SOBRE EL LIDERAZGO Y DESEMPEÑO DOCENTE DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y SU RELACIÓN CON LOS RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Francisco Javier Saavedra Álvarez

Raúl Arnaldo Fuentes Fuentes

Paola Ramírez González

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_27062610910](https://doi.org/10.37572/EdArt_27062610910)

### **CAPÍTULO 11.....165**

ELIMINANDO ACTITUDES NEGATIVAS HACIA LA ESTADÍSTICA EN PSICOLOGÍA: EFECTOS DEL APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS DE TEXTOS

Luis Fernando González Beltrán

Olga Rivas García

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_27062610911](https://doi.org/10.37572/EdArt_27062610911)

### **CAPÍTULO 12.....175**

¿QUÉ FUNCIONA (Y QUÉ NO) PARA INCORPORAR LA ÉTICA COMO COMPETENCIA TRANSVERSAL EN ESTUDIOS DE INGENIERÍA?

Ester Gimenez-Carbo

Lourdes Soriano Martínez

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_27062610912](https://doi.org/10.37572/EdArt_27062610912)

### **CAPÍTULO 13.....183**

DEL AULA AL ENTORNO: EL APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA QUÍMICA AMBIENTAL

Elizabeth Gonzalez Sepúlveda

Victor Neira

Felipe Neira

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_27062610913](https://doi.org/10.37572/EdArt_27062610913)

**CAPÍTULO 14..... 194**

CORRELACIÓN ENTRE EL SUEÑO Y EL APRENDIZAJE EN ESTUDIANTES DE MEDICINA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA

Juan Camilo González Torres

Orlando Miguel González Torres

Irina Tirado Ballestas

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_27062610914](https://doi.org/10.37572/EdArt_27062610914)

**CAPÍTULO 15.....206**

HABLANDO DE CALIDAD EDUCATIVA EN LA FORMACIÓN SUPERIOR EN ODONTOLOGÍA: DESAFÍOS EN LA DOCENCIA DE LAS CIENCIAS DE LA SALUD

Martha Patricia de la Rosa-Basurto

Jesús Rivas-Gutiérrez

Nelly Alejandra Rodríguez Guajardo

Christian Starlight Franco-Trejo

Luz Patricia Falcón-Reyes

Alejandra Estefania Esquivel-Lozano

Zitzingore Janitzi López-Aguilar

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_27062610915](https://doi.org/10.37572/EdArt_27062610915)

**CIENCIAS NATURALES, ACERVOS Y PRESERVACIÓN DEL CONOCIMIENTO PALEONTOLÓGICO**

**CAPÍTULO 16.....220**

40 YEARS AS A FOSSIL PROSPECTOR, COLLECTOR, AND EXHIBITION MAKER

H.J. "Kirby" Siber

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_27062610916](https://doi.org/10.37572/EdArt_27062610916)

**ACERCA DEL ORGANIZADOR.....231**

**ÍNDICE ALFABÉTICO..... 232**

# CAPÍTULO 1

## CONTRAST WITH THE HILLE-YOSIDA'S THEOREM AND THE CONTRACTION SEMIGROUP FOR AN ODD-ORDER DIFFERENTIAL OPERATOR

Data de submissão: 02/05/2026

Data de aceite: 19/05/2026

**Yolanda Silvia Santiago Ayala**

Department of Mathematics

Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Lima, Peru

<https://orcid.org/0000-0003-2516-0871>

**ABSTRACT:** This work studies the resolvent properties of an odd-order differential operator defined on periodic Sobolev spaces and compares the results obtained with the Hille-Yosida theorem. We prove that the closed right half-plane is contained in the resolvent set of the operator and that, for complex parameters with positive real part, the norm of the corresponding resolvent operator is bounded by the inverse of that real part. These estimates establish a direct connection with the theory of contraction semigroups. In addition, we analyze the relationship between contraction semigroups and the dissipativeness of their infinitesimal generators. The study also considers particular cases and generalizations for odd-order differential operators, showing how resolvent estimates, dissipativity and semigroup theory are connected in this analytical framework.

**KEYWORDS:** contraction semigroups; Hille-Yosida theorem; odd-order differential operators; dissipative operators; periodic Sobolev spaces; Fourier analysis.

CONTRASTE CON EL TEOREMA DE HILLE-YOSIDA Y EL SEMIGRUPO DE CONTRACCIONES PARA UN OPERADOR DIFERENCIAL DE ORDEN IMPAR

**RESUMEN:** En este trabajo se estudian las propiedades resolventes de un operador diferencial de orden impar definido en espacios de Sobolev periódicos y se comparan los resultados obtenidos con el teorema de Hille-Yosida. Se demuestra que el semiplano derecho cerrado está contenido en el conjunto resolvente del operador y que, para parámetros complejos con parte real positiva, la norma del operador resolvente correspondiente está acotada por el inverso de dicha parte real. Estas estimaciones establecen una conexión directa con la teoría de semigrupos de contracciones. Además, se analiza la relación entre los semigrupos de contracciones y la disipatividad de sus generadores infinitesimales. El estudio también considera casos particulares y generalizaciones para operadores diferenciales de orden impar, mostrando cómo las estimaciones resolventes, la disipatividad y la teoría de semigrupos se articulan dentro de este marco analítico.

**PALABRAS CLAVE:** semigrupos de contracciones; teorema de Hille-Yosida; operadores diferenciales de orden impar; operadores disipativos; espacios de Sobolev periódicos; análisis de Fourier.

**MSC 2020:** 34K08, 47B44, 47D03, 93D23, 46E35, 37L15

## 1. INTRODUCTION

Recall,  $H_{per}^s$  is the periodic Sobolev space with  $s$  a real number,  $a > 0$  and  $A := -\partial_x^3 - aI$  is the infinitesimal generator of the semigroup  $\{\mathcal{S}(t)\}_{t \geq 0}$  in  $H_{per}^s$  that we proved in [2]. We are interested in knowing the resolvent set of  $A$ , and bounding the norm of the resolvent operator of  $A$  in the sense of obtaining.

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\text{Re } \lambda}, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*$$

where  $\mathbb{C}_* := \{\lambda \in \mathbb{C} : \text{Re } \lambda \geq 0\} \subset \rho(A)$ , which connects us to the Hille-Yosida's Theorem.

In this analysis we obtain much more, we will obtain that the closed right half-plane is contained in the resolvent set of  $A$ . And we will generalize the results obtained for an odd-order differential operator.

Furthermore, we will explore the connection between being a contraction semigroup and the dissipativeness of its infinitesimal generator. We will do this study for  $A$  and its generalization  $\mathcal{A}$ . We also obtain results for the case  $a=0$  and their generalizations.

We can cite [2] and [3], where we find some results related to operator  $A$ . And we cite [5] and [6] for being a source of inspiration for this work.

The structure of our article is as follows. In section 2, we outline the methodology used and provide the citations for the references consulted. In section 3, we study the resolvent operator of  $A$  and  $\mathcal{A}$ . In section 4, we study the equivalence between -Semigroup of contraction and dissipative operator, and its generalization. Finally, in section 5, we present the conclusions of our study.

## 2. METHODOLOGY

In this article, we mainly employ [2] and [3] as the theoretical framework. In addition, we use the references [4], [1] and [7] for the Fourier theory in  $H_{per}^s$ , and differential calculus in Banach spaces.

Motivated by proving that  $A$  is the infinitesimal generator of a contraction semigroup, obtaining important properties of the resolvent of  $A$ , we will compare the results obtained with the famous Hille-Yosida's theorem and its Corollary, from [6].

Moreover, we will explore the connection between being a contraction semigroup and the dissipativeness of its infinitesimal generator.

### 3. RESOLVENT OPERATOR OF A AND $\mathcal{A}$ ON $\mathbb{C}_*$

#### 3.1. RESOLVENT OPERATOR OF A

We introduce the following set

$$\mathbb{C}_* := \{\lambda \in \mathbb{C}, \operatorname{Re} \lambda > 0\}$$

and we denote  $\lambda = \operatorname{Re} \lambda + i \operatorname{Im} \lambda$ .

Thus, we will prove that  $\mathbb{C}_* \subset \rho(A)$ .

In Theorem 3.1 from [3] we proved that  $A$  is dissipative. That is,  $\operatorname{Re} \langle Av, v \rangle_s = -a \|v\|_s^2 \leq 0, \forall v \in D(A)$ .

So, we will prove that  $A$  dissipative implies (3.1).

**Theorem 3.1** *Let  $s \in \mathbb{R}$  and  $a > 0$ . Then the operator  $A := -\partial_x^3 - aI$  satisfies*

$$\|(\lambda I - A)u\|_s \geq \operatorname{Re} \lambda \|u\|_s, \forall u \in D(A), \lambda \in \mathbb{C}_*. \quad (3.1)$$

**Proof.-** Indeed, let  $u \in D(A), u \neq 0$  and  $\lambda \in \mathbb{C}_*$

$$\|(\lambda I - A)u\|_s \|u\|_s \geq |\langle (\lambda I - A)u, u \rangle_s| \geq \operatorname{Re} \langle (\lambda I - A)u, u \rangle_s. \quad (3.2)$$

Now,

$$\langle (\lambda I - A)u, u \rangle_s = \lambda \|u\|_s^2 - \langle Au, u \rangle_s$$

Then

$$\operatorname{Re} \langle (\lambda I - A)u, u \rangle_s = \operatorname{Re} \lambda \|u\|_s^2 - \operatorname{Re} \langle Au, u \rangle_s \geq \operatorname{Re} \lambda \|u\|_s^2 \quad (3.3)$$

since  $\operatorname{Re} \langle Au, u \rangle_s \leq 0$ .

Using (3.3) in (3.2) we obtain

$$\|(\lambda I - A)u\|_s \|u\|_s \geq \operatorname{Re} \lambda \|u\|_s^2.$$

Since  $u \neq 0$  implies  $\|u\|_s > 0$ , then

$$\|(\lambda I - A)u\|_s \geq \operatorname{Re} \lambda \|u\|_s.$$

If  $u=0$ , equality in (3.1) holds.

■

**Remark 3.1** *From Theorem 3.1 we have that  $\lambda I - A$  is injective for all  $\lambda \in \mathbb{C}_*$ .*

**Theorem 3.2** *Let  $s \in \mathbb{R}$  and  $a > 0$ . Then the operator  $A := -\partial_x^3 - aI$  satisfies  $\operatorname{Im}(\lambda I - A) = H_{per}^s, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*$ .*

**Proof.-** Indeed, let  $\lambda \in \mathbb{C}_*$ ,  $f \in H_{per}^s$ , we will prove that there exists  $u \in D(A)$  such that  $(\lambda I - A)u = f$ .

First, we will obtain the candidate for the solution. To achieve this, we apply the Fourier transform to

$$f = \partial_x^3 u + (\lambda + a)u \quad (3.4)$$

with  $u \in D(A)$  and obtain

$$\hat{f}(k) = (ik)^3 \hat{u}(k) + (\lambda + a)\hat{u}(k) = (\lambda + a - ik^3) \hat{u}(k). \quad (3.5)$$

We have

$$\lambda + a - ik^3 \neq 0, \forall k \in \mathbb{Z} \quad (3.6)$$

since  $|\lambda + a - ik^3| = \sqrt{(Re \lambda + a)^2 + (Im \lambda - k^3)^2} > 0, \forall k \in \mathbb{Z}$  where  $\lambda = Re \lambda + i Im \lambda$ .

From (3.5) and (3.6) we obtain

$$\hat{u}(k) = \frac{\hat{f}(k)}{\lambda + a - ik^3}, \forall k \in \mathbb{Z}. \quad (3.7)$$

From which we get our candidate for the solution of (3.4)

$$u = \left[ \left( \frac{\hat{f}(k)}{\lambda + a - ik^3} \right)_{k \in \mathbb{Z}} \right]^v. \quad (3.8)$$

Second, we will prove

$$u \in H_{per}^{s+3} \text{ and } \exists M > 0, \|u\|_s \leq \|u\|_{s+3} \leq \sqrt{M} \|f\|_s. \quad (3.9)$$

Indeed, from (3.8) we have

$$\begin{aligned} \|u\|_{H_{per}^{s+3}}^2 &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^{s+3} \cdot |\hat{u}(k)|^2 \\ &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^{s+3} \left| \frac{\hat{f}(k)}{\lambda + a - ik^3} \right|^2 \\ &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s |\hat{f}(k)|^2 \frac{(1+k^2)^3}{\underbrace{(Re \lambda + a)^2 + (Im \lambda - k^3)^2}_{\mathfrak{E}(k):=}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

where  $\lambda = Re \lambda + i Im \lambda$ .

We have that there exists  $M > 0$  such that

$$0 < \mathfrak{G}(k) \leq \mathcal{M}, \forall k \in \mathbb{Z}. \quad (3.11)$$

Using (3.11) in (3.10) we get

$$\|u\|_{s+3}^2 \leq \mathcal{M} \cdot 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s |\hat{f}(k)|^2 = \mathcal{M} \|f\|_s^2.$$

As  $H_{per}^{s+3} \subset H_{per}^s$  and with continuous immersion we get (3.9).

Finally, we will prove  $(\lambda I - A)U = f$  in  $H_{per}^s$ . Indeed,

$$\begin{aligned} \|(\lambda I - A)u - f\|_s^2 &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s \cdot |(\lambda + a - ik^3)\hat{u}(k) - \hat{f}(k)|^2 \\ &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s \cdot \left| (\lambda + a - ik^3) \cdot \frac{\hat{f}(k)}{\lambda + a - ik^3} - \hat{f}(k) \right|^2 \\ &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s |\hat{f}(k) - \hat{f}(k)|^2 = 0. \end{aligned} \quad (3.12)$$

That is,  $(\lambda I - A)U - f = 0$ .

■

**Theorem 3.3** Let  $s \in \mathbb{R}$  and  $a > 0$ . Then  $(\lambda I - A)^{-1}: H_{per}^s \rightarrow \mathcal{D}(A)$  is a bounded linear operator for each  $\lambda \in \mathbb{C}_*$  and it satisfies:  $\exists M > 0$  such that

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \sqrt{\mathcal{M}}, \lambda \in \mathbb{C}_*.$$

**Proof.-** The inequality (3.1) implies  $\lambda I - A$  injective for all  $\lambda \in \mathbb{C}_*$ . Thus, from Theorem 3.2, we have that  $\lambda I - A$  is bijective then there exists  $(\lambda I - A)^{-1}: H_{per}^s \rightarrow \mathcal{D}(A)$  which is linear with  $(\lambda I - A)^{-1}f = u$  and from (3.9) it satisfies

$$\|(\lambda I - A)^{-1}f\|_s \leq \|(\lambda I - A)^{-1}f\|_{s+3} \leq \sqrt{\mathcal{M}} \|f\|_s, \forall f \in H_{per}^s, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*. \quad (3.13)$$

Then  $(\lambda I - A)^{-1}$  is a bounded operator such that  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \sqrt{\mathcal{M}}$  holds for all  $\lambda \in \mathbb{C}_*$ .

■

**Remark 3.2** Also from Theorems 3.1 and 3.2 we obtain  $\|(\lambda I - A)^{-1}f\|_s \leq \frac{1}{\text{Re } \lambda} \|f\|_s, \forall f \in H_{per}^s, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*$ . That is,  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\text{Re } \lambda}, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*$ .

Therefore, we obtain the following result.

**Corollary 3.1** Based on the hypothesis of the previous Theorem, we get  $\mathbb{C}_* \subset \rho(A)$  and

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\text{Re } \lambda}, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*.$$

**Proof.-** From Remark 3.2 or Theorems 3.2 and 3.3 we obtain the result.

■

**Corollary 3.2** Since  $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{C}$ , then  $\mathbb{R}^+ \subset \rho(\mathbf{A})$  and  $\|(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda}, \forall \lambda > 0$ .

**Proof.-** From Corollary 3.1 we obtain the result.

■

**Remark 3.3** Based on the hypothesis of the previous Theorem, using Corollary 3.1 with Theorem 3.10 or Corollary 3.4 from [3], we have  $i\mathbb{R} \cup \mathbb{C}_* = \{\lambda \in \mathbb{C}: \operatorname{Re} \lambda \geq 0\} \subset \rho(\mathbf{A})$  and

$$\|(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\| \leq \begin{cases} \frac{1}{\operatorname{Re} \lambda}, & \lambda \in \mathbb{C}_* \\ \frac{1}{a}, & \lambda \in i\mathbb{R}. \end{cases}$$

That is, the closed right half-plane is contained in the resolvent set of  $\mathbf{A}$ .

### 3.2. RESOLVENT OPERATOR OF $\mathcal{A}$

In Theorem 3.13 from [3] we proved that  $\mathcal{A}$  is dissipative. That is,  $\operatorname{Re} \langle \mathcal{A}v, v \rangle_s = -a \|v\|_s^2 \leq 0, \forall v \in \mathcal{D}(\mathcal{A})$ .

So, we will prove that  $\mathcal{A}$  dissipative implies (3.14).

**Theorem 3.4** Let  $s \in \mathbb{R}, a > 0$  and  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is not multiple of four. Then the operator  $\mathcal{A}: = -\partial_x^n - a\mathbf{I}$  satisfies

$$\|(\lambda \mathbf{I} - \mathcal{A})u\|_s \geq \operatorname{Re} \lambda \|u\|_s, \forall u \in \mathcal{D}(\mathcal{A}), \forall \lambda \in \mathbb{C}_*. \quad (3.14)$$

**Proof.-** Its proof is analogous to the demonstration of Theorem 3.1.

■

**Remark 3.4** From Theorem 3.4 we have that  $\lambda \mathbf{I} - \mathcal{A}$  is injective for all  $\lambda \in \mathbb{C}_*$ .

**Theorem 3.5** Let  $s \in \mathbb{R}, a > 0$  and  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is not multiple of four. Then the operator  $\mathcal{A}: = -\partial_x^n - a\mathbf{I}$  satisfies  $\operatorname{Im}(\lambda \mathbf{I} - \mathcal{A}) = H_{per}^s, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*$ .

**Proof.-** Its proof is similar to the demonstration of Theorem 3.2.

■

**Theorem 3.6** Let  $s \in \mathbb{R}, a > 0$  and  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is not multiple of four. Then  $(\lambda \mathbf{I} - \mathcal{A})^{-1}: H_{per}^s \rightarrow \mathcal{D}(\mathcal{A})$  is a bounded linear operator for each  $\lambda \in \mathbb{C}_*$  and it satisfies:  $\exists M > 0$ ,

$$\|(\lambda \mathbf{I} - \mathcal{A})^{-1}\| \leq \sqrt{M}, \lambda \in \mathbb{C}_*.$$

**Proof.-** Its proof is analogous to the demonstration of Theorem 3.3.

■

**Remark 3.5** Also from Theorems 3.4 and 3.5 we obtain

$$\|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}f\|_s \leq \frac{1}{\operatorname{Re} \lambda} \|f\|_s, \forall f \in H_{per}^s, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*. \text{ That is, } \|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}\| \leq \frac{1}{\operatorname{Re} \lambda}, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*.$$

Therefore, we obtain the following result.

**Corollary 3.3** Based on the hypothesis of the previous Theorem, we obtain

$\mathbb{C}_* \subset \rho(\mathcal{A})$  and

$$\|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}\| \leq \frac{1}{\operatorname{Re} \lambda}, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*.$$

**Proof.-** From Remark 3.5 or Theorems 3.5 and 3.6 we obtain the result.

■

**Corollary 3.4** Since  $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{C}$ , then  $\mathbb{R}^+ \subset \rho(\mathcal{A})$  and  $\|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda}, \forall \lambda > 0$ .

**Proof.-** From Corollary 3.3 we obtain the result.

■

**Remark 3.6** Based on the hypothesis of the previous Theorem, using Corollary 3.3 with Theorem 3.22 or Corollary 3.8 from [3], we have  $i\mathbb{R} \cup \mathbb{C}_* = \{\lambda \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} \lambda \geq 0\} \subset \rho(\mathcal{A})$  and

$$\|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}\| \leq \begin{cases} \frac{1}{\operatorname{Re} \lambda}, & \lambda \in \mathbb{C}_* \\ \frac{1}{a}, & \lambda \in i\mathbb{R}. \end{cases}$$

That is, the closed right half-plane is contained in the resolvent set of  $\mathcal{A}$ .

**Remark 3.7** Similar results are also obtained when  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is multiple of four, in this case, note that  $(ik)^n = ik^n, \forall k \in \mathbb{Z}$ .

### 3.3. CASE $a=0$

**Theorem 3.7** Let  $s \in \mathbb{R}$  and  $a=0$  Then the operator  $A := -\partial_x^3 - aI = -\partial_x^3$  is dissipative on  $H_{per}^s$  where  $D(A) = H_{per}^{s+3}$ . That is,

$$\operatorname{Re}\langle Au, u \rangle_s = 0, \forall u \in H_{per}^{s+3}. \quad (3.15)$$

Moreover,  $\langle Au, u \rangle_s = i\delta, \forall u \in H_{per}^{s+3}$  where

$$\mathbb{R} \ni \delta := 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s k^3 |\hat{u}(k)|^2$$

**Proof.-** Let  $u \in H_{per}^{s+3}$ ,

$$\begin{aligned}
\langle \mathbf{A}u, u \rangle_s &= \langle -\partial_x^3 u, u \rangle_s \\
&= i.2\pi \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s k^3 |\hat{u}(k)|^2}_{\delta:=} .
\end{aligned} \tag{3.16}$$

At this point, we will prove the convergence of the series (3.16). Indeed, using the inequality:  $|k|^3 \leq |k|^6 = (|k|^2)^3 \leq (1+|k|^2)^3$  and  $u \in H_{per}^{s+3}$ , we have

$$\begin{aligned}
\left| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s k^3 |\hat{u}(k)|^2 \right| &\leq \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s |k|^3 |\hat{u}(k)|^2 \\
&\leq \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s (1+|k|^2)^3 |\hat{u}(k)|^2 \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^{s+3} |\hat{u}(k)|^2 = \frac{1}{2\pi} \|u\|_{s+3}^2 < \infty .
\end{aligned}$$

Then the series (3.16) is convergent, that is,

$$\langle Au, u \rangle_s = i\delta, \text{ with } \delta \in \mathbb{R} . \tag{3.17}$$

Finally, from equality (3.17) we obtain  $\text{Re}\{\langle Au, u \rangle_s\} = 0$ , for all  $u \in H_{per}^{s+3}$

■

**Theorem 3.8** Let  $s \in \mathbb{R}$ , then the operator  $A := -\partial_x^3$  satisfies inequality (3.1).

**Proof.-** The proof is similar to the demonstration of Theorem 3.1 where the Theorem 3.7 is used.

■

**Remark 3.8** From Theorem 3.8 we have that  $\lambda I - A$  is injective for all  $\lambda \in \mathbb{C}_*$ .

**Theorem 3.9** Let  $s \in \mathbb{R}$ , then the operator  $A := -\partial_x^3$  satisfies  $\text{Im}(\lambda I - A) = H_{per}^s, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*$ .

**Proof.-** The proof is similar to the demonstration of Theorem 3.2.

■

**Theorem 3.10** Let  $s \in \mathbb{R}$  and  $a=0$  Then  $(\lambda I - A)^{-1}: H_{per}^s \rightarrow D(A)$  is a bounded linear operator for each  $\lambda \in \mathbb{C}_*$ , and it satisfies:  $\exists \mathfrak{B} > 0$  such that

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \sqrt{\mathfrak{B}}, \lambda \in \mathbb{C}_* .$$

**Proof.-** The proof is consequence of Theorems 3.8 and 3.9.

■

**Remark 3.9** Also from Theorems 3.8 and 3.9 we obtain

$$\|(\lambda I - A)^{-1}f\|_s \leq \frac{1}{\text{Re } \lambda} \|f\|_s, \forall f \in H_{per}^s, \forall \lambda \in \mathbb{C}_* . \text{ That is,}$$

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\operatorname{Re} \lambda}, \forall \lambda \in \mathbb{C}_* .$$

Therefore, we obtain the following result.

**Corollary 3.5** Based on the hypothesis of the previous Theorem, we get  $\mathbb{C}_* \subset \rho(A)$  and

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\operatorname{Re} \lambda}, \forall \lambda \in \mathbb{C}_* .$$

That is, the open right half-plane is contained in the resolvent set of  $A$ .

**Proof.-** From Remark 3.9 or Theorems 3.9 and 3.10 we obtain the result.

■

**Corollary 3.6** Since  $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{C}_*$ , then  $\mathbb{R}^+ \subset \rho(A)$  and  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda}, \forall \lambda > 0$ .

**Proof.-** From Corollary 3.5 we obtain the result.

■

**Remark 3.10** If  $a=0$  then  $0 \notin \rho(A)$

**Remark 3.11** If  $a=0$  then the  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  semigroup is not exponentially stable (See [1]).

Next, we will generalize the results obtained.

**Theorem 3.11** Let  $s \in \mathbb{R}$  and  $a=0$  and  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is not multiple of four. Then the operator  $\mathcal{A} := -\partial_x^n - aI = -\partial_x^n$  is dissipative on  $H_{per}^s$  where  $D(\mathcal{A}) = H_{per}^{s+n}$ . That is,

$$\operatorname{Re}\langle \mathcal{A}u, u \rangle_s = 0, \forall u \in H_{per}^{s+n}. \quad (3.18)$$

Moreover,  $\langle \mathcal{A}u, u \rangle_s = i\delta, \forall u \in H_{per}^{s+n}$  where

$$\mathbb{R} \ni \delta := 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s k^n |\hat{u}(k)|^2$$

**Proof.-** The proof is similar to the demonstration of Theorem 3.8.

■

**Theorem 3.12** Let  $s \in \mathbb{R}$  and  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is not multiple of four. Then the operator  $\mathcal{A} := -\partial_x^n$  satisfies inequality (3.14).

**Proof.-** The proof is similar to the demonstration of Theorem 3.1 where the Theorem 3.11 is used.

■

**Remark 3.12** From Theorem 3.12 we have that  $\lambda I - \mathcal{A}$  is injective for all  $\lambda \in \mathbb{C}_*$ .

**Theorem 3.13** Let  $s \in \mathbb{R}$  and  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is not multiple of four. Then the operator  $\mathcal{A}: = -\partial_x^n$  satisfies  $\text{Im}(\lambda I - \mathcal{A}) = \mathbf{H}_{per}^s, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*$ .

**Proof.-** The proof is similar to the demonstration of Theorem 3.2.

■

**Theorem 3.14** Let  $s \in \mathbb{R}, a=0$  and  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is not multiple of four. Then  $(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}: \mathbf{H}_{per}^s \rightarrow \mathbf{D}(\mathcal{A})$  is a bounded linear operator for each  $\lambda \in \mathbb{C}_*$  and it satisfies:  $\exists \mathcal{L} > 0$  such that

$$\|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}\| \leq \sqrt{\mathcal{L}}, \lambda \in \mathbb{C}_*.$$

**Proof.-** The proof is consequence of Theorems 3.12 and 3.13.

■

**Remark 3.13** Also from Theorems 3.12 and 3.13 we obtain  $\|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}f\|_s \leq \frac{1}{\text{Re } \lambda} \|f\|_s, \forall f \in \mathbf{H}_{per}^s, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*$ . That is,

$$\|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}\| \leq \frac{1}{\text{Re } \lambda}, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*.$$

Therefore, we obtain the following result.

**Corollary 3.9** Based on the hypothesis of the previous Theorem, we get  $\mathbb{C}_* \subset \rho(\mathcal{A})$  and

$$\|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}\| \leq \frac{1}{\text{Re } \lambda}, \forall \lambda \in \mathbb{C}_*.$$

That is, the open right half-plane is contained in the resolvent set of  $\mathcal{A}$ .

**Proof.-** From Remark 3.13 or Theorems 3.13 and 3.14 we obtain the result.

■

**Corollary 3.10** Since  $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{C}$ , then  $\mathbb{R}^+ \subset \rho(\mathcal{A})$  and  $\|(\lambda I - \mathcal{A})^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda}, \forall \lambda > 0$ .

**Proof.-** From Corollary 3.9 we obtain the result.

■

**Remark 3.14** If  $a=0$  then  $0 \notin \rho(\mathcal{A})$ .

**Remark 3.15** If  $a=0$  then the  $\{\mathcal{T}(t)\}_{t \geq 0}$  semigroup is not exponentially stable (See [1]).

**Remark 3.16** Analogous results are also obtained when  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is multiple of four, in this case, note that  $(ik)^n = ik^n, \forall k \in \mathbb{Z}$ .

### 3.4. COMMENTS

We have already the following statements, where  $A = -\partial_x^3 - aI$  is a linear operator. Remember that items 1 and 2 were proved in [2] and item 3 in [3] for  $a > 0$ . On the other hand, items 1 and 2 were proved in [1] for  $a = 0$ .

1.  $A$  is closed and  $\overline{D(A)} = H_{per}^S$ , where  $D(A) = H_{per}^{S+3}$ .
2.  $A$  is the infinitesimal generator of a  $C_0$  semigroup of contractions  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$ .
3.  $\mathbb{R}^+ \subseteq \rho(A)$  and for every  $\lambda > 0$

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda}$$

4.  $C_* \subset \rho(A)$  and for every  $\lambda \in C_*$

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\operatorname{Re} \lambda}$$

Now, we will analyze its connection with Hille-Yosida's Theorem 3.1 from [6]. By Hille-Yosida's Theorem we have that item 2 implies items 1 and 3 and that the reciprocal is fulfilled. We proved it without resorting to this Theorem. Note also that using item 4 we get item 3.

Another commonly used result is the Corollary 3.6 from [6], which tells us that item 2 implies item 4. Note that we naturally proved it without resorting to this Corollary.

This analysis also applies to  $\mathcal{A} = -\partial_x^n - aI$  when  $n$  is odd. Thus, we have compared our results with two important results: Hille-Yosida's Theorem and its Corollary, that motivated this study.

This study is limited to operators of type:  $\mathcal{A} = -\partial_x^n - aI$  in  $H_{per}^S$  where  $n$  is an odd number; analogous to this can be established for  $n$  multiple of four in which, for example, an equality is obtained:  $\operatorname{Re} \langle \mathcal{A}v, v \rangle_s = -a \|v\|_s^2 - \left\| \partial_x^{n/2} v \right\|_s^2 \leq 0, \forall v \in D(\mathcal{A})$ , unlike the odd case in which the equality  $\operatorname{Re} \langle \mathcal{A}v, v \rangle_s = -a \|v\|_s^2 \leq 0, \forall v \in D(\mathcal{A})$  is obtained.

Let us remember that in the case studied we do obtain the explicit form of the solution, which is a great advantage; whereas Hille-Yosida's Theorem allow us to know theoretically that exists a solution, without knowing the explicit form of the solution (as in the applications in Liu-Zheng [5] or Pazy [6]). Hence the relevance of this important Theorem.

Finally, to make the reading self-sufficient and quick, we will state a important result that we frequently use to determine whether an operator is the infinitesimal generator of a contraction semigroup and an important Corollary that expands the resolvent set and provides a bound for the resolvent operator.

**Theorem 3.15 (Hille-Yosida)** A (unbounded)linear operator  $B$  is the infinitesimal generator of a  $C_0$  semigroup of contractions  $\{T(t)\}_{t \geq 0}$  if and only if

(i)  $B$  is closed and  $\overline{D(B)} = X$ .

(ii) the resolvent set  $\rho(B)$  of  $B$  contains  $\mathbb{R}^+$  and for every  $\lambda > 0$

$$\|(\lambda I - B)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda}$$

**Proof.-** We cite Theorem 3.1 from [6].

■

**Corollary 3.11** Let  $B$  be the infinitesimal generator of a  $C_0$  semigroup of contractions  $\{T(t)\}_{t \geq 0}$ . The resolvent set of  $A$  contains the open right half-plane, i.e.  $\rho(B) \supseteq \{\lambda \in \mathbb{C} : \text{Re}\lambda > 0\}$  and for such  $\lambda$ .

$$\|(\lambda I - B)^{-1}\| \leq \frac{1}{\text{Re } \lambda}$$

**Proof.-** We cite Corollary 3.6 from [6].

■

#### 4. EQUIVALENCE BETWEEN $C_0$ OF CONTRACTION AND DISSIPATIVE OPERATOR

**Theorem 4.1** Let  $H_{per}^s$  be a Hilbert space and the  $C_0$  - semigroup  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  from [2] such that  $A$  is its infinitesimal generator, then the following equivalence holds:  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  is of contraction if and only if  $A$  is dissipative, that is,  $\text{Re} \langle Av, v \rangle_s = -\alpha \|v\|_s^2 \leq 0, \forall v \in H_{per}^{s+3} = D(A)$

**Proof.-** As  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  is of contraction then

$$\|S(t)\| \leq 1, \forall t \geq 0. \quad (4.1)$$

Then, let  $u \in H_{per}^s - \{0\}$ ,

$$\langle S(h)u - u, u \rangle_s = \langle S(h)u, u \rangle_s - \langle u, u \rangle_s = \langle S(h)u, u \rangle_s - \|u\|_s^2 \quad (4.2)$$

Taking part real, we obtain

$$\text{Re} \langle S(h)u - u, u \rangle_s = \text{Re} \langle S(h)u, u \rangle_s - \|u\|_s^2, \quad (4.3)$$

Using  $\text{Re}(z) \leq |z|, \forall z \in \mathbb{C}$ , Hölder's inequality and (4.1), we obtain

$$\text{Re} \langle S(h)u - u, u \rangle_s \leq |\langle S(h)u, u \rangle_s| - \|u\|_s^2 \leq \|S(h)u\|_s \|u\|_s - \|u\|_s^2 \leq \|u\|_s^2 - \|u\|_s^2 = 0 \quad (4.4)$$

Therefore,

$$\operatorname{Re} \langle S(\mathbf{h})\mathbf{u} - \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle_s \leq 0, \forall \mathbf{u} \in H_{per}^s. \quad (4.5)$$

In particular,

$$\operatorname{Re} \langle S(\mathbf{h})\mathbf{v} - \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle_s \leq 0, \forall \mathbf{v} \in H_{per}^{s+3} = D(A). \quad (4.6)$$

If  $\mathbf{v} \in D(A)$  then

$$\operatorname{Re} \left\langle \frac{S(\mathbf{h})\mathbf{v} - \mathbf{v}}{\mathbf{h}}, \mathbf{v} \right\rangle_s \leq 0, \forall \mathbf{h} > 0. \quad (4.7)$$

As  $\frac{S(\mathbf{h})\mathbf{v} - \mathbf{v}}{\mathbf{h}} \rightarrow A\mathbf{v}$  when  $\mathbf{h} \rightarrow 0^+$  and  $\langle \cdot, \cdot \rangle_s$  is continuous then

$$\left\langle \frac{S(\mathbf{h})\mathbf{v} - \mathbf{v}}{\mathbf{h}}, \mathbf{v} \right\rangle_s \rightarrow \langle A\mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle_s \quad \text{when } \mathbf{h} \rightarrow 0^+. \quad (4.8)$$

Therefore,

$$\operatorname{Re} \left\langle \frac{S(\mathbf{h})\mathbf{v} - \mathbf{v}}{\mathbf{h}}, \mathbf{v} \right\rangle_s \rightarrow \operatorname{Re} \langle A\mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle_s \quad \text{when } \mathbf{h} \rightarrow 0^+. \quad (4.9)$$

$$\operatorname{Im} \left\langle \frac{S(\mathbf{h})\mathbf{v} - \mathbf{v}}{\mathbf{h}}, \mathbf{v} \right\rangle_s \rightarrow \operatorname{Im} \langle A\mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle_s \quad \text{when } \mathbf{h} \rightarrow 0^+. \quad (4.10)$$

Using (4.9) in (4.7), we get

$$\operatorname{Re} \langle A\mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle_s \leq 0.$$

Then

$$\operatorname{Re} \langle A\mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle_s \leq 0, \forall \mathbf{v} \in D(A). \quad (4.11)$$

**Now**, we want to know  $\operatorname{Re} \langle A\mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle_s$  explicitly; **what is  $\operatorname{Re} \langle A\mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle_s$ ?**

Let  $\mathbf{h} > 0$ , we know

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{S(\mathbf{h})\mathbf{u} - \mathbf{u}}{\mathbf{h}}, \mathbf{u} \right\rangle_s &= \frac{2\pi}{\mathbf{h}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1 + k^2)^s \{ e^{(ik^3 - a)\mathbf{h}} \hat{\mathbf{u}}(k) - \hat{\mathbf{u}}(k) \} \overline{\hat{\mathbf{u}}(k)} \\ &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1 + k^2)^s \frac{\{ e^{(ik^3 - a)\mathbf{h}} - 1 \}}{\mathbf{h}} |\hat{\mathbf{u}}(k)|^2 \end{aligned}$$

for  $\mathbf{u} \in H_{per}^s$ .

In particular,

$$\left\langle \frac{S(\mathbf{h})\mathbf{v} - \mathbf{v}}{\mathbf{h}}, \mathbf{v} \right\rangle_s = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1 + k^2)^s \frac{\{ e^{(ik^3 - a)\mathbf{h}} - 1 \}}{\mathbf{h}} |\hat{\mathbf{v}}(k)|^2 \quad (4.12)$$

for  $\mathbf{v} \in H_{per}^{s+3} = D(A)$ .

Using the Weierstrass M-Test we have that the series (4.12) converges uniformly and consequently it is possible to exchange limits and obtain

$$\begin{aligned}
 \lim_{h \rightarrow 0^+} \left\langle \frac{S(h)v - v}{h}, v \right\rangle_s &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s \lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{(ik^3-a)h} - 1}{h} \right\} |\hat{v}(k)|^2 \\
 &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s \{ik^3 - a\} |\hat{v}(k)|^2 \\
 &= i 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s k^3 |\hat{v}(k)|^2 - a \|v\|_s^2
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

As  $\langle \cdot, \cdot \rangle_s$  is continuous and  $v \in D(A)$ , from (4.13) we obtain

$$\langle Av, v \rangle_s = i 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s k^3 |\hat{v}(k)|^2 - a \|v\|_s^2 \tag{4.14}$$

Taking the real part of (4.14), we get

$$\operatorname{Re} \langle Av, v \rangle_s = -a \|v\|_s^2 \tag{4.15}$$

and therefore  $\operatorname{Re} \langle Av, v \rangle_s \leq 0$ .

Thus, (4.15) is the answer to our question. Furthermore, it is observed that Theorem 3.1 from [3] also answers our question.

Reciprocally, as A is dissipative then

$$\operatorname{Re} \langle Av, v \rangle_s \leq 0, \forall v \in H_{per}^{s+3} = D(A). \tag{4.16}$$

Let  $\vartheta \in D(A)$ , we define  $u(t) := S(t)\vartheta$ , then  $u$  satisfies:

$$\begin{cases} u_t = Au \\ u(0) = \vartheta \end{cases}$$

And using (4.16)

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \{ \|u\|_s^2 \} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \{ \langle u, u \rangle_s \} = \operatorname{Re} \langle u_t, u \rangle_s = \operatorname{Re} \langle Au, u \rangle_s \leq 0$$

since  $u(t) \in D(A)$ . That is,  $\frac{\partial}{\partial t} \{ \|u(t)\|_s^2 \} \leq 0$ . Thus,  $\|u(\cdot)\|_s^2$  is non-increasing. Then  $\|u(\cdot)\|_s$  is non-increasing.

So,

$$\|S(t)\vartheta\|_s = \|u(t)\|_s \leq \|u(0)\|_s = \|\vartheta\|_s, \forall t \geq 0.$$

That is,

$$\|S(t)\vartheta\|_s \leq \|\vartheta\|_s, \forall \vartheta \in D(A), \forall t \geq 0. \quad (4.17)$$

By density, we obtain

$$\|S(t)\varphi\|_s \leq \|\varphi\|_s, \forall \varphi \in H_{per}^s, \forall t \geq 0. \quad (4.18)$$

Finally, from (4.18) we get  $\|S(t)\| \leq 1, \forall t \geq 0$ .

■

**Corollary 4.1** *If  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  is of contraction then  $\operatorname{Re} \langle Av, v \rangle_s = -a\|v\|_s^2 \leq 0$ ,  $\forall v \in H_{per}^{s+3} = D(A)$  Moreover,  $\langle Av, v \rangle_s = i\delta - a\|v\|_s^2, \forall v \in H_{per}^{s+3}$  where*

$$\mathbb{R} \ni \delta = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s k^3 |\hat{v}(k)|^2$$

**Theorem 4.2** *Let  $H_{per}^s$  be a Hilbert space,  $a=0$  and the  $C_0$ - semigroup  $\{S(t)\}_{t \geq 0}$  from [1] such that  $A$  is its infinitesimal generator, then the following equivalence holds:  $\|S(t)\| = 1, \forall t \geq 0$  if and only if  $\operatorname{Re} \langle Av, v \rangle_s = 0, \forall v \in H_{per}^{s+3} = D(A)$ .*

**Proof.-** The proof is similar to demonstrate of Theorem 4.1

■

Next, we will generalize the results obtained.

**Theorem 4.3** *Let  $H_{per}^s$  be a Hilbert space,  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is not multiple of four and the  $C_0$ - semigroup  $\{T(t)\}_{t \geq 0}$  from [2] such that  $\mathcal{A}$  is its infinitesimal generator, then the following equivalence holds:  $\{T(t)\}_{t \geq 0}$  is of contraction if and only if  $\mathcal{A}$  is dissipative, that is,  $\operatorname{Re} \langle \mathcal{A}v, v \rangle_s = -a\|v\|_s^2 \leq 0, \forall v \in H_{per}^{s+n} = D(\mathcal{A})$ .*

**Proof.-** The proof is analogous to the demonstration of Theorem 4.1.

■

**Corollary 4.2** *If  $\{T(t)\}_{t \geq 0}$  is of contraction then  $\operatorname{Re} \langle \mathcal{A}v, v \rangle_s = -a\|v\|_s^2 \leq 0, \forall v \in H_{per}^{s+n} = D(\mathcal{A})$ .*

Moreover,  $\langle \mathcal{A}v, v \rangle_s = i\delta - a\|v\|_s^2, \forall v \in H_{per}^{s+n}$  where

$$\mathbb{R} \ni \delta = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s k^n |\hat{v}(k)|^2.$$

**Theorem 4.4** *Let  $H_{per}^s$  be a Hilbert space,  $a=0$   $n$  is an odd number such that  $n-1$  is not multiple of four and the  $C_0$ - semigroup  $\{T(t)\}_{t \geq 0}$  from [1] such that  $\mathcal{A}$  is its*

infinitesimal generator, then the following equivalence holds:  $\|T(t)\|=1, \forall t \geq 0$  if and only if  $\operatorname{Re} \langle \mathcal{A}v, v \rangle_s = 0, \forall v \in H_{per}^{s+n} = D(\mathcal{A})$ .

**Proof.-** The proof is similar to demonstrate of Theorem 4.1

■

**Remark 4.1** Similar results to Theorem 4.3, Corollary 4.2 and Theorem 4.4 are obtained when  $n$  is an odd number such that  $n-1$  is multiple of four, where

$$\mathbb{R} \ni \delta = -2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1+k^2)^s k^n |\hat{v}(k)|^2.$$

## 5. CONCLUSIONS

Using properties of periodic Sobolev spaces, we proved that the closed right half-plane is contained in the resolvent set of odd-order differential operator  $A$  with  $a > 0$ , and that the norm of the resolvent operator of  $A$  on  $\lambda$  with positive real part is bounded by the inverse of the real part of  $\lambda$ , which connects us to the Hille-Yosida's Theorem. Also, we proved that the open right half-plane is contained in the resolvent set of odd-order differential operator  $A$  when  $a=0$ . Likewise, it was observed that if one dissipation is eliminated ( $a = 0$ ), then the semigroup is not exponentially stable. Thus, we have compared our results with two important results: Hille-Yosida's Theorem and its Corollary, that motivated this study. Furthermore, we explored the connection between being a contraction semigroup and the dissipativeness of its infinitesimal generator for  $a \geq 0$ . Finally, we generalized the results obtained.

## REFERENCES

- [1] Ayala, Y. S. S. Wellposedness of a Cauchy Problem Associated to Third Order Equation. Transactions on Machine Learning and Artificial Intelligence. 2022; 10(4): 1–22.
- [2] Ayala, Y. S. S. Well-posedness for a third-order PDE with dissipation. Selecciones Matemáticas. 2025;12 (02): 288-308.
- [3] Ayala, Y.S.S. Analysis of odd-order differential operators, exponential stability of their associated semigroups and properties. 2026, To appear.
- [4] Iorio, Jr, R.J. and Iorio, V. de M. Fourier Analysis and Partial Differential Equations. Cambridge University Press; 2001.
- [5] Liu, Z. and Zheng, S. Semigroups Associated with Dissipative System. Chapman and Hall/CRC, New York; 1999.
- [6] Pazy, A. Semigroups of linear operator and applications to partial differential equations. Applied Mathematical Sciences. 44 Springer Verlag, Berlin; 1983.
- [7] Reed, M. and Simon, B. Functional Analysis. Academic Press; 1972.

## CAPÍTULO 2

# ISOTERMA DE ADSORCIÓN DEDUCIDA DEL MODELO DEL BILLAR Y ECUACIÓN DE ESTADO APLICADA A LOS GASES REALES<sup>1</sup>

Data de submissão: 18/05/2026

Data de aceite: 03/06/2026

**Ramon González Calvet**

Doctor en Química Fundamental

<https://orcid.org/0009-0000-0617-5918>

**RESUMEN:** El billar y sus bolas moviéndose libremente sobre una mesa se toman como modelo de la adsorción de moléculas esféricas sobre una superficie. La función de área libre (la proporción entre el área disponible para el centro de una molécula que se quiera añadir a la superficie y el área total) en función del recubrimiento se obtiene a partir de simulaciones. Mediante termodinámica estadística se deduce la isoterma de adsorción y la presión superficial a partir de la función de área libre. La isoterma de adsorción del billar difiere de la isoterma de Langmuir en que considera la entropía translacional en lugar de la entropía configuracional. Su generalización a tres dimensiones es el gas de esferas rígidas. La dependencia de la función

de volumen libre con la densidad en un gas de esferas duras no es lineal, como supuso Van der Waals, sino que puede aproximarse por un polinomio de grado superior o por una ley potencial. Las moléculas de los gases reales solo se comportan como esferas duras a muy bajas temperaturas. A temperaturas más altas se comportan como esferas blandas, es decir, como bolas elásticas. El potencial de Lennard-Jones permite modelar las fuerzas de atracción, así como la disminución del radio de exclusión y el aumento del volumen libre con la temperatura. A partir de aquí, se obtiene una ecuación de estado reducida que es universal para todos los gases.

**PALABRAS CLAVE:** isoterma del billar; gas de esferas duras; potencial de Lennard-Jones; coeficientes del virial; gas de esferas blandas.

## ISOTERMA DE ADSORÇÃO DERIVADA DO MODELO DE BILHAR E EQUAÇÃO DE ESTADO APLICADA A GASES REAIS

**RESUMO:** O bilhar, com suas bolas movendo-se livremente sobre uma mesa, serve como modelo para a adsorção de moléculas esféricas em uma superfície. A função de área livre (a razão entre a área disponível para o centro de uma molécula a ser adicionada à superfície e a área total) em função do recobrimento é obtida a partir de simulações. Usando a termodinâmica estatística, a isoterma de adsorção e a pressão superficial são derivadas da função de área livre. A

<sup>1</sup> Versión en castellano del artículo presentado en inglés al congreso 4<sup>th</sup> International Conference on Recent Trends in Material Science & Devices 2026 (ICRTMD-2026) celebrado del 6 al 8 de abril de 2026 en Charkhi Dadri, Haryana, India.

isoterma de adsorção do bilhar difere da isoterma de Langmuir por considerar a entropia translacional em vez da entropia configuracional. Sua generalização para três dimensões é o gás de esferas rígidas. A dependência da função de volume livre com a densidade em um gás de esferas rígidas não é linear, como assumido por Van der Waals, mas pode ser aproximada por um polinômio de grau superior ou uma lei de potência. Moléculas em gases reais comportam-se como esferas rígidas apenas em temperaturas muito baixas. Em temperaturas mais altas, elas se comportam como esferas macias, ou seja, como bolas elásticas. O potencial de Lennard-Jones permite modelar as forças atrativas, a diminuição do raio de exclusão e o aumento do volume livre com a temperatura. A partir disso, obtemos uma equação de estado reduzida que é universal para todos os gases.

**PALAVRAS-CHAVE:** isoterma de bilhar; adsorção; gás de esferas rígidas; potencial de Lennard-Jones; coeficientes viriais; gás de esferas macias.

## 1. INTRODUCCIÓN

Se han propuesto diversas isotermas de adsorción para describir la adsorción de iones y compuestos neutros sobre superficies. Con el objetivo de describir la adsorción de algunos gases (nitrógeno, metano, monóxido de carbono, argón, oxígeno y dióxido de carbono) sobre vidrio a 90K y sobre mica a 155 K, Langmuir [Langmuir 1918] propuso la isoterma  $\theta/(1-\theta) = \beta a$  asumiendo que  $N$  moléculas se adsorben en  $M$  sitios fijos sobre la superficie ( $N \leq M$ ). Aquí,  $\theta = N/M$  es el *recubrimiento*,  $a$  es la actividad en el volumen adyacente (generalmente aproximada por la concentración), y  $\beta$  es el coeficiente de adsorción que sólo depende de la naturaleza del compuesto, de la naturaleza de la superficie y de la temperatura. La entropía configuracional de la capa de adsorción se obtiene del número de combinaciones como  $S = k \ln C_M^N$  [Hill 1986, p. 127], donde  $k$  es la constante de Boltzmann. Frumkin [Frumkin 1925] añadió a la isoterma de Langmuir un término de interacción intermolecular similar al término atractivo de la ecuación de Van der Waals

$$\frac{\theta}{1-\theta} \exp(-B\theta) = \beta a \quad (1)$$

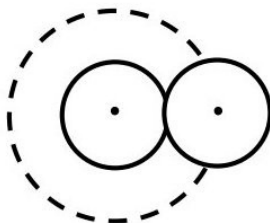
Frumkin ya demostró que, para  $B > 4$ , su isoterma de adsorción predecía una transición de fase entre una fase muy diluida y una fase con recubrimiento cercano a la unidad. Desde entonces se han propuesto muchas otras isotermas, catorce de las cuales fueron listadas por Damaskin y otros. [Damaskin 1971, pp. 86-88]. En el caso de la adsorción iónica, la isoterma del virial  $\ln \Gamma + B\Gamma = \ln \beta + \ln a$  ha sido ampliamente utilizada porque no tiene como parámetro el exceso superficial máximo  $\Gamma_{\max}$ , que es generalmente desconocido y cuyo valor es muy incierto en el caso de los iones. El *exceso superficial* viene dado por  $\Gamma = N/(N_0 A)$  donde  $A$  es el área de la superficie y  $N_0$  es el número de

Avogrado. Con una isoterma de Frumkin modificada con dos factores relativos al campo eléctrico interfacial que no se explicarán aquí por falta de espacio, fuimos capaces [Sanz y González 1989] de reproducir bien la adsorción de cloruro y yoduro sobre el electrodo de mercurio desde soluciones acuosas y sus curvas de capacidad eléctrica pero con extraños valores del exceso superficial máximo. Para el cloruro utilizamos una carga de adsorción máxima de  $\sigma_1^{\max} = -0,40 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$  y  $B = 0$  mientras que la carga de un empaquetamiento hexagonal compacto de iones cloruro deducida a partir del radio iónico es  $\sigma_1^{\text{comp}} = -1,4118 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$ . Para el yoduro utilizamos  $\sigma_1^{\max} = -0,40 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$  y  $B = -7,16$ , mientras que la carga de un empaquetamiento hexagonal compacto de iones yoduro es  $\sigma_1^{\text{comp}} = -0,9556 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$ . Esta paradoja permaneció sin resolver durante muchos años hasta que una partida de billar jugada con un amigo reveló la solución.

## 2. SIMULACIONES DEL MODELO DEL BILLAR

Los iones haluro son esféricos y tienen capas electrónicas cerradas. Su adsorción se estudió por primera vez en disoluciones acuosas sobre el electrodo de gotas de mercurio [Grahame 1955]. El mercurio es un metal líquido con una superficie homogénea sin estructura que debe considerarse plana. Por otro lado, los estudios de adsorción de haluros fueron realizados a temperatura ambiente [Payne 1968, Sears y Lyons 1973, Dutkiewicz y Parsons 1966], que es mucho más alta que los rangos de temperatura estudiados por Langmuir. La hipótesis de adsorción localizada no es realista para los iones haluro sobre mercurio, pues muy probablemente están deslocalizados. Por lo tanto, las bolas de billar sobre una mesa parecen ser un buen modelo para ellos. Supondremos que los iones haluro son esferas rígidas con radios iguales a sus radios iónicos que solo interactúan por contacto (como la colisión de bolas de billar) y electrostáticamente (ya que están cargados). Pueden moverse libremente sobre la superficie, tienen energía translacional como las bolas de billar rodando sobre la mesa, y pueden alcanzar cualquier punto a menos que ya esté ocupado por otra bola. Cuando la superficie está vacía, el área total está disponible para la primera bola. Si una bola ya está presente en la superficie, el área disponible para el centro de la segunda bola es  $A - 4\pi R^2$  ( $R$  es el radio de las bolas) porque no puede acercarse al primer centro a una distancia menor que  $2R$  (Figura 1).

Figura 1. Los centros de dos esferas no pueden aproximarse a una distancia menor que su diámetro.



Si hay  $N$  bolas sobre la superficie, el *área libre* accesible es aproximadamente  $A_{\text{libre}} \cong A - 4\pi NR^2$  si  $4\pi NR^2 \ll A$ . Es decir, el área de exclusión de cada esfera es cuatro veces su proyección sobre la superficie, y el exceso superficial máximo parece ser mucho menor que el correspondiente al empaquetamiento hexagonal compacto. Este es el desconcertante fenómeno observado en la adsorción de cloruro y yoduro.

La fracción del área ocupada y el recubrimiento ya no coinciden como en la isoterma de Langmuir y hay que dar definiciones distintas de cada concepto. Definimos el *recubrimiento* como una fracción molar igual a la proporción del número de bolas sobre la superficie con respecto al número de bolas del empaquetamiento hexagonal compacto. El área de la celda rómbica que contiene una bola en un empaquetamiento hexagonal compacto,  $A_{\text{celda}} = 2\sqrt{3}R^2 \cong 3,4641R^2$ , es más grande que el área  $\pi R^2$  de la proyección de la bola sobre la superficie debido a los espacios intersticiales. Así pues, el recubrimiento es  $\theta = \Gamma / \Gamma_{\text{comp}} = A_{\text{celda}} N / A = 2\sqrt{3} NR^2 / A$ . También definimos la *sombra*  $\varphi$  [González Calvet 2026] como la fracción de área sombreada cuando una luz cenital ilumina la mesa de billar, esto es,  $\varphi = \pi NR^2 / A$ . La sombra es proporcional al recubrimiento ya que  $\varphi = \pi \theta / (2\sqrt{3})$ . Mientras  $0 \leq \theta \leq 1$ , la sombra no alcanza la unidad porque  $0 \leq \varphi \leq \pi / (2\sqrt{3}) = 0,9069$  debido a los agujeros intersticiales entre esferas.

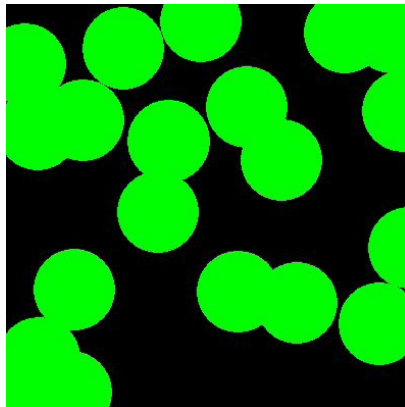
Definimos la *función de área libre* como el cociente del área accesible al centro de una nueva bola que se quiere añadir a la superficie dividida por el área total. A recubrimientos bajos

$$f(\theta) = \frac{A_{\text{libre}}}{A} \cong 1 - \frac{4\pi NR^2}{A} = 1 - 4\varphi = 1 - \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \theta \quad \text{si } \theta \ll 1 \quad (2)$$

Cuando el recubrimiento aumenta, las intersecciones entre los círculos de exclusión con radio  $2R$  de distintas esferas son más frecuentes y la función de área libre se desvía de esta ley lineal. Puesto que no existe una forma sencilla de calcular la función de área libre, recurrimos a simulaciones.

Llevamos a cabo simulaciones de una distribución aleatoria de bolas de billar sobre una mesa dibujando círculos de exclusión de radio  $2R$  en un cuadrado de lado unidad en la pantalla del ordenador (Figura 2) y comprobando que todas las distancias entre sus centros fueran mayores que  $2R$ .

Figura 2. A media simulación. Los círculos de radio  $2R = 0,1$  en verde, y el área libre en negro.

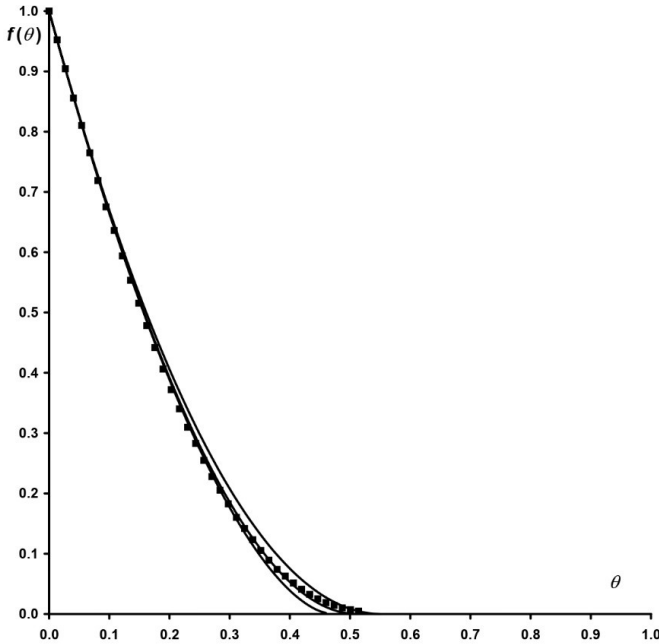


Los píxeles del cuadrado se barren cada vez que se añade un nuevo círculo de exclusión hasta agotar el área libre. Dado que las condiciones de contorno periódicas pueden generar patrones periódicos, elegimos condiciones de contorno aleatorias: los círculos de exclusión se dibujan con centros dentro del cuadrado  $[0, 1]^2$ , pero los píxeles barridos solo pertenecen al cuadrado  $[2R, 1-2R]^2$ . El marco con anchura  $2R$  establece un contorno aleatorio pero no es útil para el recuento de píxeles (en [González 2025-I] tomamos una anchura  $R$  insuficiente). La función de área libre es el cociente de los píxeles no pintados entre los píxeles barridos. El radio elegido fue  $R=0,05$  y el tamaño de la cuadrícula de barrido fue  $0,005$ . Otros valores de  $R$  solo significan ampliar o reducir la escala con la que observamos la superficie, pero no cambian los resultados. La variabilidad en los valores de la función de área libre se reduce promediando muchas simulaciones. La función obtenida del promedio de 100 simulaciones se muestra en la Figura 3. De media, el área libre se agota para  $\theta_{\max} \cong 0,57$ , aunque este valor depende de cada simulación. Se pueden encontrar más detalles de las simulaciones en [González 2025-I y 2025-II].

### 3. ISOTERMA DE ADSORCIÓN Y PRESIÓN SUPERFICIAL

La función de partición translacional de una partícula  $i$  adsorbida sobre una superficie que tenga área  $A_i$  es  $z_i = A_i / \Lambda^2$ , donde  $\Lambda = h / \sqrt{2\pi mkT}$  es la longitud de onda térmica,  $h$  es la constante de Planck,  $m$  la masa de la partícula,  $k$  la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura absoluta.

Figura 3. Función de área libre frente al recubrimiento obtenida promediando 100 simulaciones (cuadrados) comparada con las aproximaciones cuadrática (curva superior) y cúbica (curva media), y con la ley potencial (curva inferior).



Toda el área  $A$  es accesible a la primera partícula añadida a la superficie, pero el área libre accesible a una nueva partícula se reduce progresivamente conforme más partículas se adsorben. El área libre accesible a la partícula  $i$  viene dada por  $A_i = Af(\theta_i)$ , donde  $\theta_i = iA_{\text{celda}} / A = 2i\sqrt{3}R^2 / A$ . La función de partición translacional de un sistema de  $N$  partículas independientes que tienen diferentes áreas accesibles  $A_i$  es [Speedy 1977]

$$Z_N = \frac{\prod_{i=1}^N z_i}{N!} = \frac{A^N}{N! \Lambda^{2N}} \prod_{i=1}^N f(\theta_i) \quad (3)$$

que ya incluye la corrección de Gibbs para partículas indistinguibles. La energía libre de Helmholtz es proporcional al logaritmo de la función de partición del sistema.

$$F = -kT \ln Z_N = kT \left( N \ln \frac{\Lambda^2}{A} + N \ln N - N - \sum_{i=1}^N \ln f(\theta_i) \right) \quad (4)$$

Aproximando la suma por una integral se obtiene

$$F = NkT \left( h \frac{\Lambda^2}{A_{\text{celda}}} + h \theta - 1 \right) - \frac{kTA}{A_{\text{celda}}} \int_0^\theta h f(\theta_i) d\theta_i \quad (5)$$

donde  $\theta = NA_{\text{celda}} / A$ . Puesto que  $dF = -SdT - p dA + \mu dN$ , el potencial químico de la capa de adsorción es

$$\mu = \left( \frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T,A} = kT \left( \ln \frac{\Lambda^2}{A_{\text{celda}}} + \ln \theta - \ln f(\theta) \right) \quad (6)$$

que es igual al de la disolución  $\mu = \mu_0 + kT \ln a$  lo que da lugar a la isoterma de adsorción

$$\frac{\theta}{f(\theta)} = \beta a \quad \text{con} \quad \beta = \frac{A_{\text{celda}}}{\Lambda^2} \exp \frac{\mu_0}{kT} \quad (7)$$

Análogamente, la presión superficial  $p = \gamma_0 - \gamma$  (la diferencia entre la tensión superficial en ausencia y en presencia de adsorción) se obtiene como

$$p = - \left( \frac{\partial F}{\partial A} \right)_{N,T} = \frac{NkT}{A} \left( 1 - \frac{1}{\theta} \int_0^\theta \frac{\theta_i f'(\theta_i)}{f(\theta_i)} d\theta_i \right) \quad (8)$$

y el factor de compresibilidad de este gas bidimensional de esferas duras es

$$\frac{pA}{NkT} = 1 - \frac{1}{\theta} \int_0^\theta \frac{\theta_i f'(\theta_i)}{f(\theta_i)} d\theta_i = 1 - \frac{1}{\varphi} \int_0^\varphi \frac{\varphi_i f'(\varphi_i)}{f(\varphi_i)} d\varphi_i \quad (9)$$

Los coeficientes del virial  $B_{2,\rho}$  son los coeficientes del desarrollo  $p/kT = \rho + B_{2,\rho}\rho^2 + B_{3,\rho}\rho^3 + \dots$  en términos de la densidad numérica  $\rho = N/A$ . Los coeficientes del virial  $B_{n,\rho}$  tienen dimensiones de  $(\text{m}^3)^{n-1}$ . Para un gas de esferas duras, los coeficientes del virial adimensionales del desarrollo

$$\frac{pA}{NkT} = 1 + B_2\varphi + B_3\varphi^2 + \dots \quad (10)$$

en términos de la sombra  $\varphi = \pi R^2 \rho$  son  $B_n = B_{n,\rho} / (\pi R^2)^{n-1}$ . Durante el pasado siglo, unos cuantos de ellos fueron calculados en distintos trabajos. Un resumen de estos resultados dados como los cocientes  $B_{n,\rho} / B_{2,\rho}^{n-1}$  puede encontrarse en [Janse van Rensburg 1993]. Puesto que  $B_{2,\rho} = 2\pi R^2$  y  $B_2 = 2$ , correspondiente a la ley lineal  $f(\varphi) \cong 1 - 4\varphi$  a recubrimientos bajos, los coeficientes del virial adimensionales se obtienen de los

anteriores cocientes como  $B_n = 2^{n-1} B_{n,\rho} / B_{2,\rho}^{n-1}$ . La identificación de (9) y (10) nos permite encontrar la función de área libre a partir de los coeficientes del virial

$$f(\varphi) = \exp\left(-\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n}{n-1} B_n \varphi^{n-1}\right) \quad (11)$$

#### 4. APROXIMACIÓN POLINÓMICA A LA FUNCIÓN DE ÁREA LIBRE

La función de área libre promediada a partir de simulaciones se ajusta muy bien a una función cuadrática, pero sus coeficientes varían con cada conjunto de simulaciones. Por ello, propusimos una función cuadrática que fuera tangente al eje de abcisas. Puesto que recubrimientos mayores que 0,57 no son imposibles, solo improbables y pueden ocurrir, cualquier expresión algebraica aproximada de la función de área libre debería tener como asíntota el eje de abcisas igual que (11), o por lo menos debería ser tangente a este eje. Así pues, no es admisible una función de área libre que corte el eje de abcisas con un cierto ángulo. La función cuadrática que es tangente al eje de abcisas y tiende a la ley lineal (2) a bajos recubrimientos es única

$$f(\theta) = \left(1 - \frac{\pi}{\sqrt{3}} \theta\right)^2 = (1 - 2\varphi)^2 = 1 - 4\varphi + 4\varphi^2 \quad (12)$$

y se anula para  $\theta_{\max} = \sqrt{3}/\pi \cong 0,5513$  o  $\varphi_{\max} = 0,5$ . Una mejor aproximación es una cúbica. El desarrollo de la exponencial (11) de la serie virial con  $B_2 = 2$ , y  $B_3 = 16/3 - 4\sqrt{3}/\pi$  hasta segundo orden es

$$f(\varphi) = \exp\left(-2B_2\varphi - \frac{3B_3}{2}\varphi^2 - \dots\right) = 1 - 4\varphi + \frac{6\sqrt{3}}{\pi}\varphi^2 + \dots \quad (13)$$

El coeficiente del término de segundo orden es ahora menor que 4, dado por la función cuadrática (12). Cualquier aproximación realista a  $f(\varphi)$  debe satisfacer las condiciones  $f(\varphi_{\max}) = f'(\varphi_{\max}) = 0$ , lo que determina el coeficiente del término de tercer orden

$$f(\varphi) \cong 1 - 4\varphi + \frac{6\sqrt{3}}{\pi}\varphi^2 + 1,439544\varphi^3 = 1 - \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\theta + \frac{\pi\sqrt{3}}{2}\theta^2 + 1,073748\theta^3 \quad (14)$$

con  $\varphi_{\max} \cong 0,464039$  o  $\theta_{\max} \cong 0,511676$ . Esta cúbica ajusta mejor los datos de simulación pero predice un recubrimiento máximo menor que el determinado a partir de las

simulaciones ( $\theta_{\max} \cong 0,57$ ). En la Figura 3 se compara la función de área libre obtenida de las simulaciones con las aproximaciones cuadrática y cúbica. A recubrimientos medios, la función cuadrática sobreestima ligeramente la función de área libre obtenida a partir de las simulaciones pero para propósitos prácticos, es bastante precisa y mucho mejor que  $f(\theta) = 1 - \theta$  predicha por la isoterma de Langmuir.

Otra posible aproximación es una ley potencial. Identificando los dos primeros coeficientes del desarrollo en potencias de  $\varphi$ , se encuentra una ley potencial con un exponente más pequeño que el de la ley cuadrática

$$f(\varphi) = \left(1 - \frac{4\varphi}{t}\right)^t = \left(1 - \frac{2\pi}{t\sqrt{3}}\theta\right)^t \quad \text{con} \quad t = \frac{4\pi}{4\pi - 3\sqrt{3}} = 1.705020 \dots \quad (15)$$

que predice  $\varphi_{\max} \cong 0,426255$  o  $\theta_{\max} \cong 0,470013$ , bastante menor que el obtenido en las simulaciones.

## 5. LA FUNCIÓN DE VOLUMEN LIBRE PARA UN GAS DE ESFERAS DURAS

Cuando una partícula se añade a un volumen vacío, puede moverse libremente por todo del volumen. Cuando una segunda partícula se añade al volumen, los dos centros no pueden acercarse a una distancia menor que  $\sigma = 2R$ , de manera que la esfera de exclusión de la primera partícula es ocho veces su volumen. En consecuencia, la función de volumen libre para un gas de esferas duras diluido es

$$f(\eta) \cong 1 - \frac{32\pi NR^3}{3} = 1 - 8\eta \quad \text{si} \quad \eta \ll 1 \quad (16)$$

donde a  $\eta = 4\pi NR^3/3 = N\pi\sigma^3/6$  se le llama la *fracción de empaquetamiento*, que es similar a la sombra  $\varphi$ . Un empaquetamiento tridimensional compacto de esferas duras puede formar una red cristalina hexagonal o cúbica centrada en las caras. Ambas tienen la misma densidad. El volumen de la celda romboédrica que contiene una esfera de radio  $R$  en ambas redes es  $V_{\text{celda}} = 4\sqrt{2}R^3 \cong 5,6568R^3$ , que es mayor que el volumen de la esfera  $4\pi R^3/3 \cong 4,1888R^3$  debido a los espacios intersticiales. Definimos el *relleno* como el cociente del número de esferas en un volumen dado dividido entre el número en una red compacta, es decir,  $\psi = NV_{\text{celda}}/V = 4\sqrt{2}NR^3/V$ . El relleno es una fracción molar que generaliza el recubrimiento a tres dimensiones y satisface  $0 \leq \psi \leq 1$ . El relleno y la fracción de empaquetamiento son proporcionales según  $\eta = \pi\psi/(3\sqrt{2})$ . La fracción de empaquetamiento satisface  $0 \leq \eta \leq \pi/(3\sqrt{2}) \cong 0,7405$ .

La función de volumen libre representa la probabilidad de que cualquier punto sea accesible al centro de una nueva esfera [Speedy 1977], y esta probabilidad puede estimarse mediante la frecuencia relativa de puntos disponibles en cualquier subconjunto del espacio tridimensional. Por lo tanto, se realizaron tres tipos diferentes de simulaciones para determinar la función de volumen libre mediante el barrido de un cubo, un cuadrado o un segmento. El barrido de un cubo es lento y no permite dibujar esferas de exclusión en la pantalla del ordenador, mientras que en los otros dos casos sí se pueden barrer píxeles. El barrido de un segmento es rápido, pero los resultados son muy variables. En [González 2025-II] se describe el funcionamiento de los tres programas. El programa que consideramos óptimo consiste en emplazar al azar centros de esferas duras en la caja  $[0,1]^2 \times [-2\sigma, 2\sigma]$  mostrada en la Figura 4, siempre asegurando que cualquier centro adicional esté a una distancia no menor que  $\sigma = 2R$  de los otros centros previamente colocados en la caja. Anteriormente habíamos tomado la caja  $[0,1]^2 \times [-\sigma, \sigma]$  [González 2025-II], pero después nos dimos cuenta de que las condiciones de contorno aleatorias requerían una caja mayor, lo que corregimos en [González Calvet 2026]. Si  $(x, y, z)$  son las coordenadas validadas de un centro de una nueva esfera, entonces se pinta en la pantalla del ordenador (Figura 5) el círculo de radio  $\sqrt{\sigma^2 - z^2}$  y centro  $(x, y)$ , que es la intersección de la esfera de exclusión con el plano  $z = 0$ . El barrido de los píxeles del cuadrado  $[\sigma, 1 - \sigma]^2$  da la función de volumen libre. La deducción de la ecuación de estado de un gas de esferas duras en un volumen dado es la misma que para dos dimensiones pero con función de partición  $Z_i = V_i / \Lambda^3$ . En consecuencia

$$f(\eta) = \exp\left(-\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n}{n-1} B_n \eta^{n-1}\right) \quad (17)$$

Figura 4. Caja de simulación que contiene los centros de las esferas de exclusión. Sólo aquellas cuyo centros están dentro de la caja gris cortan el plano  $z=0$ .

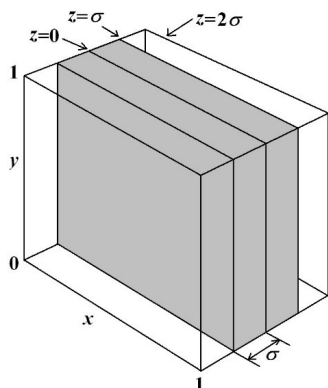
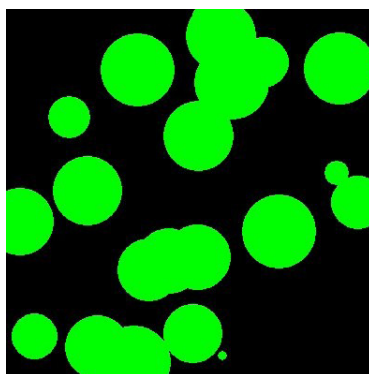


Figura 5. Plano central  $z=0$  de la caja en la figura 4. Las esferas de exclusión con radio  $\sigma=0.1$  intersecan este plano en los círculos verdes.



Tian y otros [Tian 2019] dieron los coeficientes del virial hasta  $B_{12}$  con elevada precisión excepto para el último. Boltzmann [Boltzmann 1995, p. 352] ya calculó  $B_2=4$  y  $B_3=10$ , y Van Laar calculó la función de volumen libre correspondiente [Boltzmann 1898, Ecuación 11]

$$\frac{pV}{NkT} = 1 + 4\eta + 10\eta^2 + \dots \Leftrightarrow f(\eta) = 1 - 8\eta + 17\eta^2 + \dots \quad (18)$$

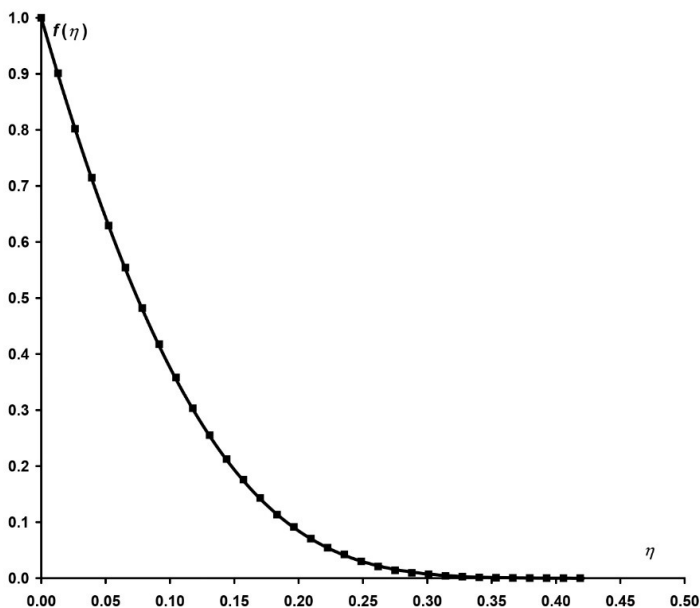
El acuerdo entre la función de volumen libre obtenida a partir de las simulaciones y a partir de los coeficientes del virial es excelente tal como muestra la Figura 6.

Van der Waals supuso que el volumen libre disponible para  $n$  moles de gas sigue la ley lineal  $V-nb$ , donde  $b$  es una constante llamada *covolumen*. Sin embargo, la función de volumen libre no es lineal excepto a bajas densidades. La ley potencial que mejor ajusta la función de volumen libre tiene exponente  $8/3$ , es decir,  $f(\eta) = (1 - 3\eta)^{8/3}$  y la ecuación de estado resultante es

$$\frac{pV}{NkT} = -\frac{5}{3} - \frac{8}{9\eta} \ln(1 - 3\eta) \quad (19)$$

Las esferas rígidas no tienen en cuenta ni las fuerzas intermoleculares atractivas ni la variación de la esfera de exclusión con la temperatura. Para considerarlas, se necesita un modelo de interacción intermolecular.

Figura 6. Función de volumen libre frente a la fracción de empaquetamiento. Cuadrados obtenidos promediando 100 simulaciones. Curva calculada con (17) a partir de los coeficientes del virial hasta  $B_{12}$ .



## 6. GAS DE ESFERAS BLANDAS

Las moléculas se comportan como esferas rígidas a bajas temperaturas y como pelotas elásticas a temperaturas más altas. En lugar de bolas de billar, un modelo más apropiado serían las pelotas de tenis. Para las moléculas esféricas, la energía de interacción depende únicamente de la distancia entre sus centros. Como modelo de la interacción intermolecular, hemos elegido el potencial de Lennard-Jones  $u(r) = 4\varepsilon[\sigma^{12}/r^{12} - \sigma^6/r^6]$ , donde  $\sigma$  es la distancia para la cual el potencial se anula, y  $\varepsilon$  es la profundidad del pozo de potencial. El segundo coeficiente virial para cualquier potencial intermolecular radial es [Hill 1986, Ecuación 15-24 en la p. 267]

$$B_{2,p} = -\frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \left( \exp\left(-\frac{u(r)}{kT}\right) - 1 \right) 4\pi r^2 dr \quad (20)$$

Vargas y otros [Vargas 2001] calcularon una expresión exacta del segundo coeficiente virial en función de las funciones de Bessel modificadas. Sin embargo, nuestra aproximación, explicada a continuación, es más fácil de implementar. En primer lugar, dividimos el intervalo de integración en dos intervalos. Para  $r < \sigma$  el potencial  $u(r)$  es repulsivo y divergente, mientras que para  $r > \sigma$  el potencial es atractivo y está acotado según  $-\varepsilon/kT \leq u(r) \leq 0$ , de manera que los dos intervalos requieren diferentes aproximaciones analíticas. En el intervalo repulsivo, la integración por partes da

$$B_{2,p}^r = -\frac{1}{2} \int_0^{\sigma} \left( \exp\left(-\frac{u(r)}{kT}\right) - 1 \right) 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{4\pi [r(u)]^3}{3} \exp\left(-\frac{u}{kT}\right) \frac{du}{kT} \quad (21)$$

donde  $r(u)$  es la función inversa de  $u(r)$  que, para el potencial de Lennard-Jones, es

$$r(u) = \frac{\sigma}{\sqrt[6]{\frac{1 + \sqrt{1 + u/\varepsilon}}{2}}} \quad (22)$$

Si interpretamos  $\exp(-u/kT)/kT$  como una densidad de probabilidad [Vasilyev 1994, p. 128], entonces la parte repulsiva del segundo coeficiente virial es igual a la mitad del volumen de la esfera de exclusión promediada para todas las energías positivas

$$B_{2,p}^r = \frac{1}{2} \left\langle \frac{4\pi r^3}{3} \right\rangle = \frac{2\pi\sigma^3}{3g(\tau)} \quad \text{con} \quad g(\tau) \cong \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 0,5\ln(1 + \tau) + 0,5\tau}}{2}} \quad (23)$$

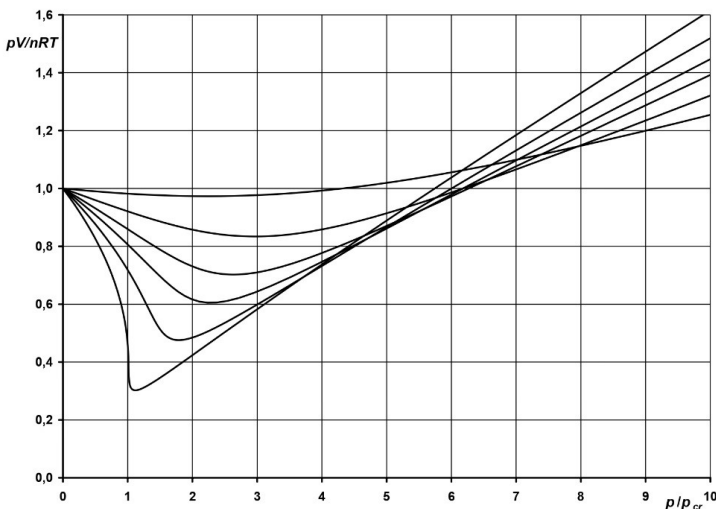
Mediante integración numérica, hemos encontrado una aproximación a  $g(\tau)$  que es mejor que la dada en [González 2025-II], donde  $\tau = kT / \varepsilon$  es la temperatura reducida. Cuanto mayor sea la energía relativa de dos partículas, menor será la distancia mínima que pueden alcanzar sus centros, al igual que dos pelotas de tenis. En este sentido, el potencial de Lennard-Jones modela la elasticidad de las moléculas. Para la parte atractiva del segundo coeficiente virial, el desarrollo de la exponencial da la aproximación [González 2025-II].

$$B_{2,\rho}^a = -\frac{1}{2} \int_{\sigma}^{+\infty} \left( \exp\left(-\frac{u(r)}{kT}\right) - 1 \right) 4\pi r^2 dr \cong -\frac{16\pi\sigma^3}{9\tau} - \frac{128\pi\sigma^3}{315\tau^2} - \frac{1024\pi\sigma^3}{10395\tau^3} \quad (24)$$

El coeficiente adimensional es  $B_2^a = 6B_{2,\rho}^a / (\pi\sigma^3)$ . Añadiendo esta aproximación de  $B_2^a$  e introduciendo  $\eta = \pi \langle r^3 \rangle > \rho / 6 = \eta_0 / g(\tau)$  en (19), hemos encontrado una ecuación de estado para los gases reales [González Calvet 2026] que satisface el principio de los estados correspondientes y reproduce cualitativamente las curvas del factor de compresibilidad (Figura 7)

$$\frac{pV}{NkT} = -\frac{5}{3} - \frac{8g(\tau)}{9\eta_0} \ln\left(1 - \frac{3\eta_0}{g(\tau)}\right) - \left(\frac{32}{3\tau} + \frac{256}{105\tau^2} + \frac{2048}{3465\tau^3}\right)\eta_0 \quad (25)$$

Figura 7. Factor de compresibilidad frente a la presión reducida calculada a partir de (25) para las temperaturas reducidas  $T/T_{cr}$  iguales a 1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.5 y 2.



Sin embargo, los mínimos calculados son más altos y el cruce de las diferentes curvas ocurre a presiones más bajas que en los datos experimentales [Kondepudi

2008, Fig. 1.6 en p. 26], [Kontogeorgis y Folas 2020, Fig. 3.1 en p. 45]. Nuestro factor de compresibilidad calculado en el punto crítico es 0,3710 menor que 0,375 para la ecuación de van der Waals, mientras que los valores experimentales son ligeramente inferiores a 0,3 para muchos gases. Este resultado era de esperar ya que solo se toma en cuenta el segundo coeficiente virial para describir la atracción entre moléculas, lo cual es insuficiente. En conclusión, una ecuación de estado de un gas de esferas duras mejorada con la variación del radio de exclusión con la temperatura (esferas blandas) y con la parte atractiva del segundo coeficiente virial ya da una buena descripción cualitativa de los gases reales, aunque la concordancia todavía no es cuantitativa.

## REFERENCIAS

BOLTZMANN, L. On the characteristic equation of van der Waals. **Koninklijke Nederlandsche Akademie van Wetenschappen Proceedings** **1**, 398-404, 1898.

BOLTZMANN, L. **Lectures on Gas Theory**. Mineola: Dover, 1995.

DAMASKIN, B. B.; PETRII, O. A. y BATRAKOV V. V. **Adsorption of Organic Compounds on Electrodes**. New York: Plenum Press, 1971.

DUTKIEWICZ, E. y PARSONS, R. The adsorption of iodide ion from aqueous KI+ KF of constant ionic strength. **J. Electroanal. Chem.**, 11 (2), 100-110, 1966.

FRUMKIN, A. N. Die Kapillarkurve der höheren Fettsäuren und die Zustandsgleichung der Oberflächenschicht. **Z. Phys. Chem.**, 116 (1), 466-484, 1925.

GONZÁLEZ, R. Adsorption isotherm deduced from the billiard model. **Electrochim. Acta** 524: 145917, 2025.

GONZÁLEZ, R. Ecuaciones de estado de un gas bidimensional y tridimensional de esferas rígidas. En **Perspectivas e inovação na pesquisa em Química**, Atena Editora (pp. 53-76), <https://atenaeditora.com.br/catalogo/ebook/perspectivas-e-inovacao-na-pesquisa-em-quimica>, 2025.

GONZÁLEZ CALVET, R. El billar como modelo para la adsorción de moléculas esféricas y su generalización a los gases reales, **Contribuciones a las Ciencias Sociales**, 19 (1), 1-22, 2026.

GRAHAME, D. C. Die elektrische Doppelschicht. **Z. Elektrochem.**, 59 (7-8) 773-778, 1955.

HILL, T. **An Introduction to Statistical Thermodynamics**. New York: Dover, 1986.

JANSE VAN RENSBURG, E. J. Virial coefficients for hard disks and hard spheres. **J. Phys. A**, 26 (19), 4805-4818, 1993.

KONDEPUDI, D. **Introduction to Modern Thermodynamics**. Chichester: Wiley, 2008.

KONTOGEORGIS, G. M. y FOLAS, G. F., **Thermodynamic Models for Industrial Applications**. Chichester: Wiley, 2020.

LANGMUIR, I. The Adsorption of Gases on Plane Surfaces of Glass, Mica and Platinum. **J. Am. Chem. Soc.**, 40 (9) 1361-1403, 1918.

PAYNE, R. Specific adsorption of chloride ions at the mercury/aqueous solution interface. **Trans. Far. Soc.** **64**, 1638-1655, 1968.

SANZ, F. y GONZÁLEZ, R. Theoretical Considerations of the Adsorption Isotherm for Ionic Systems at Electrode Interphases. **Electrochim. Acta**, **34** (12), 1883-1887, 1989.

SEARS, A. R. y Lyons, PH. A. The adsorption of potassium bromide from constant ionic strength solutions of potassium bromide and potassium fluoride. **J. Electroanal. Chem.**, **42** (1), 69-76, 1973.

SPEEDY, R. J. Accurate Theory of the Hard Sphere Fluid. **J. Chem. Soc., Faraday Trans. 2: Molecular and Chemical Physics**, **73** (5) 714-721, 1977.

TIAN, J.; JIANGH, H. y MULERO, M. Equations of the state of hard sphere fluids based on recent accurate virial coefficients  $B_5$ - $B_{12}$ . **Phys. Chem. Chem. Phys.**, **21** (24), 13070-13077, 2019.

VARGAS, P.; MUÑOZ, E. y RODRÍGUEZ, L. Second virial coefficient for the Lennard-Jones potential, **Physica A**, **290** (1-2), 92-100, 2001.

VASILYEV, A. M. **An Introduction to Statistical Physics**. Moscow: URSS, 1994.

# CAPÍTULO 3

## VERDADERAS NANOESTRUCTURAS DE MÍNIMO POTENCIAL GLOBAL DE LENNARD JONES Y MORSE

Data de submissão: 05/05/2026

Data de aceite: 19/05/2026

**Carlos Barrón Romero**

Universidad Autónoma Metropolitana

Unidad Azcapotzalco

CDMX, México

<https://orcid.org/0000-0003-2435-6645>

**RESUMEN:** El diseño molecular y el estudio de las nanoestructuras por Química Computacional, usando potenciales de tipo Van Der Waals, como lo son los potenciales de Morse y Lennard Jones es una forma de modelar y predecir nuevas estructuras de nano clústeres de partículas complementaria a las costosas investigaciones experimentales. Este trabajo presenta nuevos métodos de exploración para la determinación de clústeres de pocas partículas o nanoestructuras estables en el sentido de que su potencial sea mínimo local y global verdadero, i.e., tienen un potencial mínimo en una vecindad y su gradiente es muy pequeño y se preserva el de potencial más pequeño. Su importancia radica en que su potencial es estable y que estos clústeres de mínimo potencial global se han encontrado en la naturaleza o bien se han diseñado experimentalmente. Los nano clústeres de mínimo potencial global aparte

de ser estables representan la configuración límite de mínimo potencial que se puede alcanzar, o sea, no hay otra de menor potencial y su determinación es un problema abierto porque solo se conocen los clústeres óptimos globales para 2, 3 y 4 partículas. En un trabajo reciente se estableció la optimalidad global del clúster de 13 partículas bajo el potencial de Lennard Jones usando la ecuación Característica de Euler sobre su capa exterior. La metodología de este trabajo su sustenta teóricamente sobre formulaciones o variaciones de potenciales de Morse y del potencial de Lennard Jones. Los resultados muestran por primera vez que los conocidos posibles clústeres óptimos globales de 5 a 13 partículas conocidos algunos desde 1987 son las formas geométricas que corresponden a los verdaderos clústeres globales para sus respectivos potenciales.

**PALABRAS-CLAVE:** química de materiales; nanoquímica; dinámica molecular.

### TRUE GLOBAL MINIMUM POTENTIAL NANOSTRUCTURES OF LENNARD JONES AND MORSE

**ABSTRACT:** Molecular design and the study of nanostructures using computational chemistry, for example, under Van der Waals potentials such as Morse and Lennard Jones potentials, is a way to model and predict new particle nanocluster structures that complements costly experimental investigations. This work

presents new exploration methods for determining clusters of a few particles or stable nanostructures, meaning that their potential is a local or global minimum, i.e., they have a minimum potential in a neighborhood, and their gradient is very small, and the one with the smallest potential is preserved. Their importance lies in the fact that their potential is stable and that these minimum potential clusters have been found in nature or have been experimentally designed. Global minimum potential nanoclusters, besides being stable, represent the limiting configuration of minimum potential that can be achieved; that is, there is no other configuration with a lower potential, and their determination is an open problem because only the global optimum clusters for 2, 3, and 4 particles are known. In recent work, the global optimality of the 13-particle cluster under the Lennard Jones potential was established using the Euler characteristic equation on its outer shell. The methodology of this work is theoretically based on formulations or variations of Morse potential and the Lennard Jones potential. The results show for the first time that the known possible global optimal clusters of 5 to 13 particles, some of which have been known since 1987, are the geometric shapes that correspond to the true global clusters for their respective potentials.

**KEYWORDS:** materials chemistry; nanochemistry; molecular dynamics.

## 1. INTRODUCCIÓN

De los potenciales de Morse y Lennard Jones y sus clústeres de mínimo potencial existe una amplia literatura (Hartke, 2002; Morse, 1929; Hoare y McInnes, 1983; Northby, 1987; Gómez y Barrón, 1991; Maier et al., 1992; Maranas y Floudas, 1994; Deaven y Ho, 1995; Barrón et al., 1997; Leary, 1997; Wales y Doye, 1997; Doye, 1998; Doye, et al. 1999; Wolf & Landman, 1998; Leary, 1999; Hartke, 1999; Barrón et al., 1999; Wille, 1999; Solov'yov et al., 2003; Jiang et al., 2003; Huang et al., 2002; Cai et al., 2002a; Cai et al., 2002b; Jiang et al., 2003; Shao et al., 2004a; Xiang et al., 2004b; Xiang et al., 2004a; Shao et al., 2004b; Barrón, 2005; Shao et al., 2005; Doye, 2006; Dittner & Hartke, 2016; Barrón, 2022a, 2022b). Se ha demostrado que estos sencillos potenciales tienen un gran poder predictivo para ayudar a las investigaciones experimentales en la creación de nuevas formas geométricas de nanomateriales. Los clústeres de los potenciales de Lennard Jones y Morse han sido usado como modelos predictivos (ver Cambridge Cluster Database (CCD), Wales et al., 1995). Por ejemplo, los núcleos icosaédricos con ausencia de partícula central (aquí se nombra N12IC) se encuentran en nanomateriales de oro (Saho, et al., 2004b), los clústeres de sodio que coinciden con la secuencia de números mágicos (Haberland et al., 2005), diseño de cuasi cristales icosaédricos (Noya et al., 2021). La determinación de la optimalidad global del clúster de 13 partículas bautizado como oLJ13\_N13IC se muestra en Barron 2022a.

## 2. METODOLOGIA

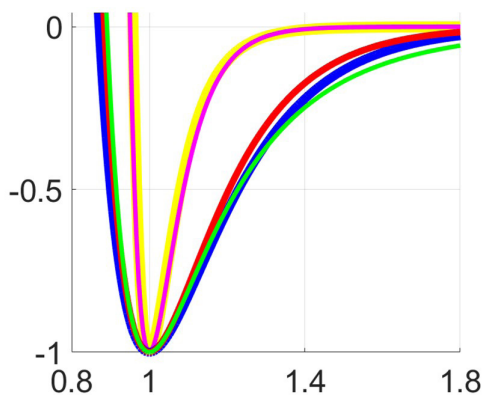
La experimentación numérica en este trabajo utiliza dos funciones de potencial de Van Der Waals que cumplen las propiedades de un pozo de potencial (Pardalos et al., 1994):

$$LJ(d) = \frac{1}{d^{12}} - \frac{2}{d^6} \quad y$$

$$\text{Morse}(\delta, d) = e^{\delta(1-d)}(e^{\delta(1-d)} - 2)$$

donde  $d$  es la distancia entre partículas. La selección del parámetro de Morse es para tener dos aproximaciones cercanas al potencial de Lennard Jones,  $MR(d)=\text{Morse}(6, d)$  y  $MO(d) = \text{Morse}(5.3554, d)$  (ver Barrón, 2022b). Para contrastar la influencia de la forma del valle de minimización se agregan  $MC(d)=\text{Morse}(14,d)$  y  $LC(d) = \frac{1}{d^{32}} - \frac{2}{d^{16}}$ . A lo largo del trabajo, PT se refiere a cualesquiera de LC, LJ, MC, MO y MR. La métrica es la distancia Euclidiana de 3D.

Figura 1. Potenciales de LC(amarillo), LJ (verde), MC(Magenta), MO (azul) y MR (rojo). Valle de atracción LC (amarillo, muy angosto), LJ (verde, referencia), MC (magenta, muy angosto), MO (azul, ancho) y MR (rojo, angosto).



La figura 1 muestra la gráfica de los potenciales respecto a la distancia entre partículas. Se distinguen en el valle de minimización o de atracción (o sea, alrededor de la distancia óptima 1) dos zonas respecto a distancias menores a 1, donde las fuerzas que genera el gradiente crean una zona de expansión de (0.8,1) mientras que hay una zona de contracción en las distancias del intervalo (1.0,∞). O sea, las partículas están sujetas a fuerzas de expansión cuando su distancia es menor a uno y a fuerzas de contracción cuando su distancia es mayor a uno, o sea, en general las partículas de las capas exteriores ejercen una fuerza de contracción sobre las partículas de las capas interiores

y las capas de partículas a distancia menor a 1 ejercen una fuerza de expansión sobre todo en las partículas del núcleo.

Por medio de un desarrollo de Taylor de segundo orden alrededor de la distancia optima 1, las funciones LC, LJ, MC, MO y MR satisfacen:  $LC(1+h) \approx -1+256h^2$ ,  $LJ(1+h) \approx -1+36h^2$ ,  $MO(1+h) \approx -1+28.681h^2$  y  $MR(1+h) \approx -1+36h^2$  donde  $h$  es un valor pequeño.

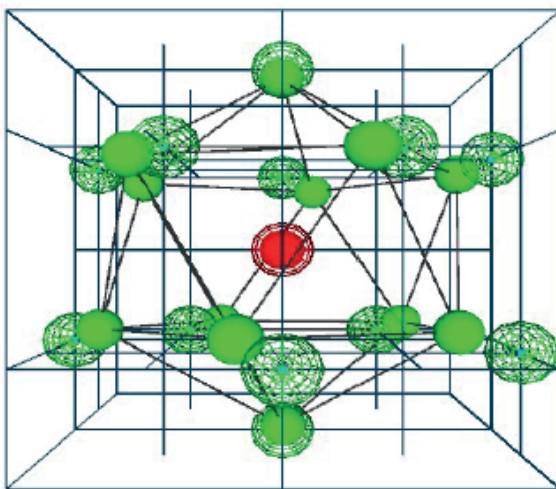
Tal aproximación indica que las partículas están fuertemente ligadas alrededor de la distancia optima 1 y junto con las zonas del valle de atracción se tiene las partículas formaran grupos de partículas a distancia 1 con una fuerza de expansión, mientras que las que están alejadas las comprimen. De forma experimental se determinó que las partículas tienen ligas fuertes o bonds (que forman el conjunto B de bonds, ver Maranas 1994) con distancias variando en el intervalo (0.9, 1.1). Además, las gráficas de los potenciales muestran que la fuerza de atracción que une a las partículas está limitada para no ser menor 0.9 porque se cae en la zona de repulsión.

La latice CB consiste en una red de cubos de arista de longitud dada. En particular con arista de tamaño 0.5 se tiene la latice  $CB_{1/2}$ .

**Proposición.** Coincidencia fuerte. (Strong Matching) Para cualquier mínimo local ( $oPTn$ ) de  $n$  partículas ( $2 \leq n \leq 2063$ ) de los potenciales LC, LJ, MC, MO y MR existe un clúster en  $CB_{1/2}$ ,  $pCBn$ , tal que donde PT es LC, LJ, MC, MO y MR.

La figura 2 muestra un ejemplo de la coincidencia fuerte entre  $oLJ13\_N13IC$  y un grupo de partículas de la latice  $CB_{1/2}$ .

Figura 2. La latice  $CB_{1/2}$  y los clústeres mínimos están muy cercanos. Los vértices de  $CB_{1/2}$  se muestran como esferas de alambre y los vértices de  $oLJ13\_N13IC$  se muestran como esferas solidas.



La coincidencia fuerte requiere que el algoritmo de minimización sea consistente y determinístico como lo son los algoritmos GRG, L-BFGS-B. En este trabajo se usa la versión de FORTRAN de distribución libre y publica del algoritmo 778: L-BFGS-B de Morales y Nocedal, 2011.

La determinación de los clústeres mínimos locales o simplemente locales se usan las condiciones de tener un mínimo potencial en una vecindad apropiada y la norma del gradiente del orden de  $10^{-4}$ .

Información de los clústeres de mínimo potencial se tiene en la página [https://academicos.azc.uam.mx/cbr/OptClusters/comMRLJMO\\_01.htm](https://academicos.azc.uam.mx/cbr/OptClusters/comMRLJMO_01.htm). Donde todos los posibles clústeres mínimos globales publicados en dicha página satisfacen la condición de los estimadores de frontera, ver Barron 2023, otra fuente es *The Cambridge Cluster Database, Lennard-Jones clusters*, (<https://www-wales.ch.cam.ac.uk/CCD.html>). Todos los clústeres tienen características comunes que son la base para la siguiente definición.

**Definición.** (Buen clúster) Un buen clúster de  $n$  partículas corresponde con un grafo conexo  $(Vn, B(Vn))$  donde  $Vn$  es el conjunto de las coordenadas en 3D de los vértices y  $B(Vn)$  son el conjunto de ligas fuertes (o bonds) con longitud que cae dentro del intervalo  $(0.9, 1.1)$  y cuyos grados de sus vértices están entre 3 y 14 ligas. De aquí en adelante  $I_f$  denota las ligas fuertes,  $B$  el conjunto de  $I_f$  (set of Bonds) y  $NB$  el conjunto de diagonales o de las ligas de longitud mayor a 1.1.

Cabría esperar de que si  $|B|$  es el de mayor valor para un número de partículas dado, el potencial de tal clúster será el mínimo global. Lo cual no ocurre en los casos conocidos de los posibles clústeres de mínimo potencial global. Por ejemplo, para 38 partículas bajo LJ, el posible óptimo global es oLJ38\_N6OC\_B144 de potencial -173.9284 mientras que oLJ38\_N7PBP\_B147 tiene -173.2524, el primero tiene menor  $|B| = 144 < 147 = |B|$  del segundo. Su estructura geométrica dada por las  $I_f$  y la forma en que se ubican en el espacio las partículas para cumplir con que todas las longitudes de  $I_f$  están en el intervalo  $(0.9, 1.1)$  dan origen al siguiente problema.

**Definición.** El problema geométrico de los buenos clústeres es:

Dado  $n$  determinar las posiciones de  $n$  partículas  $Vn = \{p_i \in 3D \mid p_i \in Vn, i = 1, \dots, n\}$ .

Tal que se tenga:

- $B(Vn) = \{I_{ij} = (p_i, p_j) \mid p_i, p_j \in Vn, i < j, \text{Dist}(p_i, p_j) \in (0.9, 1.1)\}$ .
- El grafo resultante  $(Vn, B(Vn))$  sea conexo y que los vértices bajo  $B(Vn)$  tengan grado entre 3 y 14.
- Se busca que la mayoría  $\text{Dist}(p_i, p_j) = 1.0$ .

Se tiene una propiedad importante respecto al cálculo del potencial:

Propiedad de invariancia del cálculo del potencial bajo traslaciones (T) y rotaciones unitarias (R):

$$\begin{aligned} PT(RV_n + T) &= \\ \sum_{1 \leq i < j \leq n} PT(\text{Dist}(Rp_i + T, Rp_j + T)) &= \sum_{1 \leq i < j \leq n} PT(\text{Dist}(p_i, p_j)) \\ &= PT(V_n) \end{aligned}$$

Por otro lado, el problema de minimización de los clústeres es.

**Definición.** El problema de minimización local es:  $\min_{PT} V_n$  donde  $\arg \min_{PT} V_n$  es el clúster mínimo local  $lPT_n$  del conjunto de vértices dados  $V_n = \{p_i \in 3D\}$ .

**Definición.** El problema de minimización global para  $n$  partículas es

$$\min((\min_{PT} V_n^1), (\min_{PT} V_n^2), \dots, (\min_{PT} V_n^K))$$

Donde  $V_n^k$ ,  $k=1, \dots, K$  es el conjunto de los vértices de todos los posibles clústeres de  $n$  partículas. Estos conjuntos si bien son desconocidos no es infinito porque en 3D el problema geométrico de los buenos clústeres es finito, ya que  $|B|$  tiene soluciones características finitas, por ejemplo, para  $n = 2$ , el clúster representante puede ser  $\{(0,0,0), (1,0,0)\}$  ya por la propiedad de la invariancia del cálculo del potencial el mismo potencial se cumple para  $\{(-0.5,0,0), (0.5, 0, 0)\}$ ,  $\{(0, -0.5,0), (0, 0.5, 0)\}$ , etc. Tal conjunto es infinito, pero fijando a un representante, ya que los demás son equivalentes se tiene  $|B| = 1$  para 2 partículas. De hecho, para 3 y 4 partículas también se tiene  $|B| = 1$ .

Note que los clústeres locales de PT son buenos clústeres solo cuando son solución del problema geométrico de los buenos clústeres, y en tal caso se nombran buenos clústeres locales de PT. El rango de los grados es porque en 3D un triángulo equilátero forma un tetraedro cuyos grados de los vértices es 3. Algunos autores consideran 12 como el máximo número de vecinos por el icosaedro con partícula central (N13IC), ya que la partícula central tiene 12 vecinos, o sea tiene grado 12. Las latices IC, IF (ver Northby1987) han orientado esta limitación. La figura 1.G muestra el supra-icosaedro de 14 vértices (N15IC que tiene  $|B|=50$ , formado por 36 lf de longitud 1.04 (rojo), 12 lf de 0.95 (azul) y 2 lf de longitud 0.94 (naranja). Tiene 15 vértices de los cuales, 12 son de grado 6, 2 de grado 7 y uno (la partícula central) de grado 14. Este núcleo N15IC es el que determina la cota mayor de los grados de los buenos clústeres.

Northby en su artículo seminal (Northby 1987) enuncia el concepto de “growing sequence” para la lattice IF que significa los clústeres son parte de una secuencia creciente

de clústeres en dicha lattice. Con esta idea la determinación de los buenos clústeres se puede realizar de forma inductiva:

- 1) Para  $n=4$  partículas el tetraedro es la solución global para PT y es única.
- 2) Para  $n+1$  se toman las configuraciones de los buenos clústeres locales y en sus caras exteriores se agrega una partícula apropiadamente (que formen ligas cuyos de los grados sus vértices se mantengan entre 3 y 14 y se evitan los casos similares por simetría.

Generar todos los buenos clústeres de  $n$  partículas (familia de conjuntos que denominamos BC( $n$ )) es muy relevante para la optimización global porque la minimización y preservación del buen clúster de mínimo potencial corresponde al proceso de búsqueda del clúster mínimo global. La garantía de que es el óptimo global es que no hay otros posibles candidatos. La justificación de que se obtuvieron los todos buenos clústeres se verifico manualmente y consiste en identificar como con los juegos para armar figuras con imanes circulares con vértices y barritas de longitud 1 con extremos de hierro y se comienza con un triángulo ( $n=3$ ) y al unir el siguiente vértice necesariamente se obtiene el tetraedro ( $n=4$ ) ya que es la única solución del problema geométrico de los buenos clústeres para 4 partículas que cumple la definición de buen clúster. Si fuera necesario se reacomodan los vértices y barritas para un nuevo arreglo y cuando se tienen todos los reacomodos que cumplen los grados entre 3 y 14, se agrega un nuevo vértice y las barritas necesarias.

En el artículo de Barrón-Romero, 2022a se demostró la optimalidad verdadera de gLJ13\_N13IC centrada en los casos donde la capa exterior cumple la famosa Ecuación de Característica de Euler:  $Vértices - Aristas + Caras = 2$ . En ese trabajo se descartaron otras configuraciones como agrupaciones de tetraedros en línea con base un núcleo cúbico poque su distribución espacial dan significativamente más diagonales y muy pocas ligas fuertes, o sea por su estructura geométrica no eran candidatos a ser clústeres de mínimo potencial global. En este trabajo se incluyen tales candidatos y la optimización global se determina sobre la clase o familia de buenos clústeres.

### 3. DISEÑO DE LOS EXPERIMENTOS

Las simulaciones para determinar los verdaderos óptimos globales de PT se basan la construcción exhaustiva de los conjuntos BC( $n$ ) para  $n$  desde 5 hasta de forma inductiva.

Note que, si bien el tetraedro es la solución global de 4 partículas, el clúster local de base cuadrada más una partícula forma el buen clúster de 5 partículas pirámide

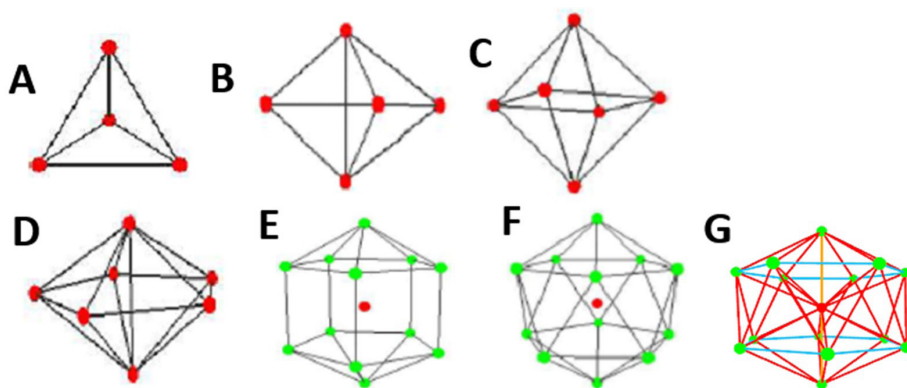
cuadrangular. Lo cual significa que solo hay dos clústeres en BC(5). Siguiendo el procedimiento inductivo se tiene que  $|BC(6)| = 7$ ,  $|BC(7)| = 9$ ,  $|BC(8)| = 38$ ,  $|BC(9)| = 50$ ,  $|BC(10)| = 106$ ,  $|BC(11)| = 231$ ,  $|BC(12)| = 482$  y  $|BC(13)| = 528$ . Y sobre los conjuntos BC correspondiente se realizaron las optimizaciones y la selección de los verdaderos óptimos globales.

### 3.1. NÚCLEOS

Los núcleos seleccionados que se usan para identificar los primeros clústeres globales verdaderos se muestran en la figura 3. Fueron seleccionados de la lista de núcleos conocidos ver por ejemplo Dittner, M. y Hartke, B. 2016, Solov'yov, I. A., Solov'yov, A. V., y Greiner, W. 2003.

La forma de nombrar a los clústeres tiene el machote  $xPTn\_núcleo\_Bm$  donde  $n$  es el número de partículas,  $x=g$  es por verdadero global,  $x=l$  es para un local, PT es el potencial correspondiente, núcleo es la abreviatura del núcleo de acuerdo con los nombres de los núcleos de la figura 3 y  $Bm$  denota  $m=|B|$  que le corresponda. Otra forma es los  $pCBn\_xPT$  para los clústeres de la latice  $CB_{1/2}$ .

Figura 3. Núcleos **A.** N4T (Tetraedro), **B.** N5BT (Bipirámide triangular), **C.** N6OC (octaedro), **D.** N7PBP (Bipirámide pentagonal), **E.** N13IR (Poliedro pentagonal con pirámides pentagonales), **F.** N13IC (Icosaedro), **G.** N15IC (Supra-icosaedro de 14 vértices con partícula central).



## 4. RESULTADOS Y DISCUSION

La tabla 1 muestra un resumen de los verdaderos clústeres de mínimo potencial LC, LJ, MC, MO y MR.

Los clústeres globales tienen diferentes valores de potencial porque los potenciales PT tienen graficas diferentes, sin embargo, tienen la misma forma

geométrica para  $n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ , ya que coinciden en el núcleo y la cardinalidad de B.

Para 11 partículas los potenciales de LJ, MO y MR tienen la misma forma geométrica y cardinalidad de B, por otro lado, MC y LC son diferentes en forma, el clúster de MC tiene núcleo N7PBP y el de LC tiene núcleo N4T y con cardinalidad de B (30) menor que la cardinalidad de B (31) de los clústeres de LJ, MO y MR.

Tabla 1. Los verdaderos clústeres de mínimo potencial global para  $n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$  y 13 partículas. Figura, nombre y potencial.





















				
gMR4_N4T_B6 -6.0000	gMR5_N5BT_B9 -9.0449	gMR6_N6OC_B12 -12.4878	gMR7_N7PBP_B16 -16.2076	gMR8_N7PBP_B19 -19.3274
gLJ4_N4T_B6 -6.0000	gLJ5_N5BT_B9 -9.1039	gLJ6_N6OC_B12 -12.7121	gLJ7_N7PBP_B16 -16.5054	gLJ8_N7PBP_B19 -19.8215
gMO4_N4T_B6 -6.0000	gMO5_N5BT_B9 -9.0676	gMO6_N6OC_B12 -12.6315	gMO7_N7PBP_B16 -16.3288	gMO8_N7PBP_B19 -19.5159
gMC4_N4T_B6 -6.0000	gMC5_N5BT_B9 -9.0003	gMC6_N6OC_B12 -12.0182	gMC7_N7PBP_B16 -15.8831	gMC8_N7PBP_B19 -18.8837
gLC4_N4T_B6 -6.0000	gLC5_N5BT_B9 -9.0008	gLC6_N6OC_B12 -12.0234	gLC7_N7PBP_B16 -15.8524	gLC8_N7PBP_B19 -18.8542
				
gMR9_N5BT_B23 -23.4172	gMR10_N4T_B27 -27.4733	gMR11_N5BT_B31 -31.5219	gMR12_N7PBP_B36 -36.4003	gMR13_N13IC_B42 -42.4399
gLJ9_N5BT_B23 -24.1134	gLJ10_N4T_B27 -28.4225	gLJ11_N5BT_B31 -32.7660	gLJ12_N7PBP_B36 -37.9676	gLJ13_N13IC_B42 -44.3268
gMO9_N5BT_B23 -23.6868	gMO10_N4T_B27 -27.8529	gMO11_N5BT_B31 -32.0288	gMO12_N7PBP_B36 -37.1056	gMO13_N13IC_B42 -43.3177
				
gMC9_N5BT_B23 -22.6449	gMC10_N4T_B27 -26.1327	gMC11_N7PBP_B30 -29.5961	gMC12_N4T_B34 -33.3323	gMC13_N13IC_B42 -37.2589
				
gLC9_N5BT_B23 -22.5475	gLC10_N4T_B27 -25.9160	gLC11_N4T_B30 -29.3948	gLC12_N4T_B34 -33.1448	gLC13_N13IR_B37 -36.7369

Figura 4. LJ versus LC y MC: Transiciones entre los verdaderos clústeres globales y clústeres locales cercanos de 11 partículas.

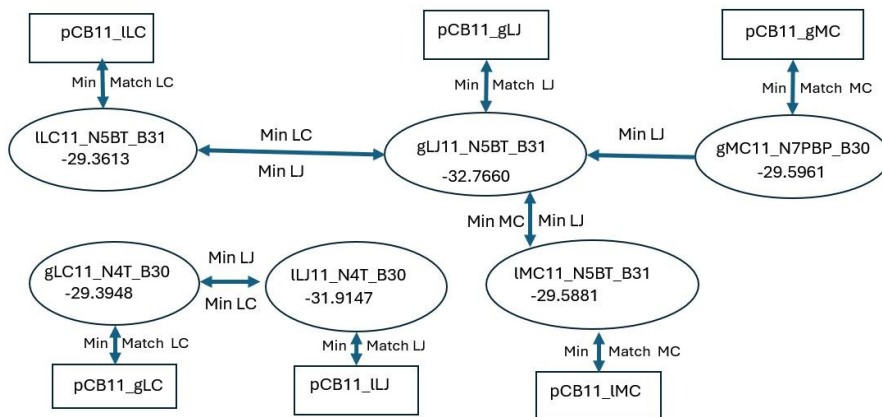


Figura 5. MO versus LC y MC: Transiciones entre los verdaderos clústeres globales y clústeres locales cercanos de 11 partículas.

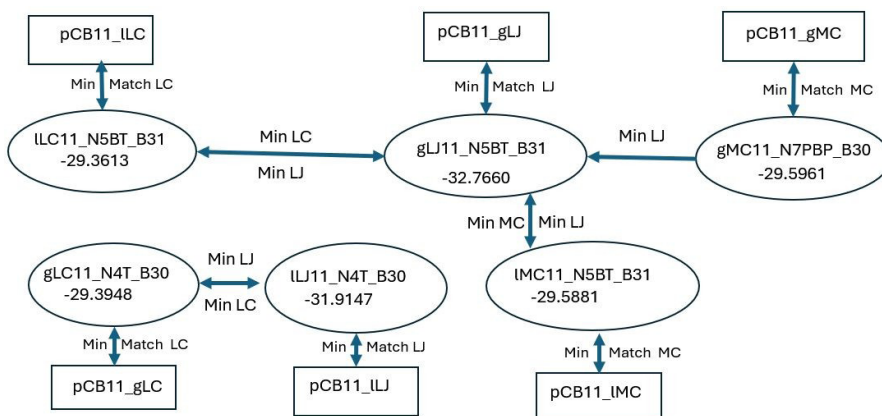
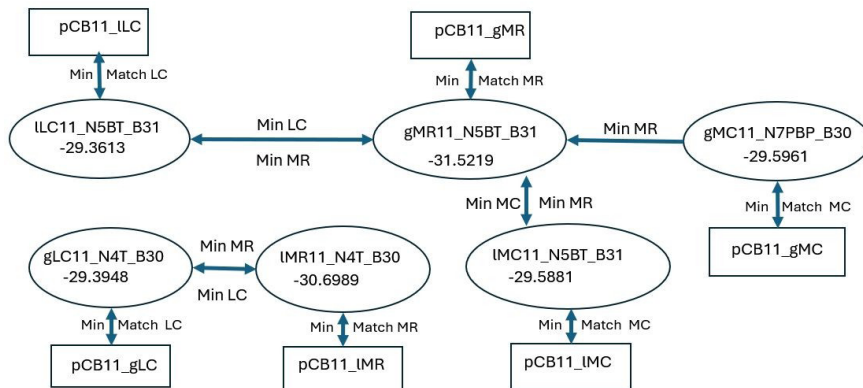
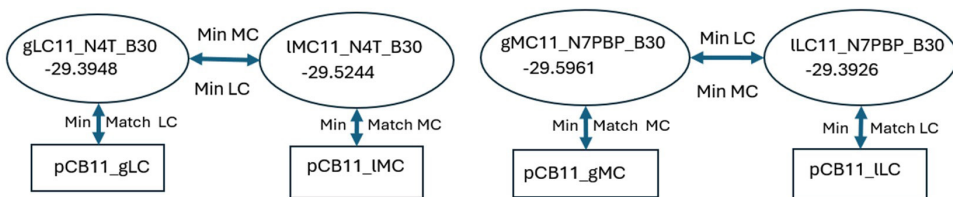


Figura 6. MR versus LC y MC: Transiciones entre los verdaderos clústeres globales y clústeres locales cercanos de 11 partículas.



Las figuras 4, 5 y 6 describen en detalle las transformaciones de los clústeres de 11 partículas bajo la minimización de los potenciales PT y su correspondientes pCB11\_IPT (cuando la coincidencia fuerte es para un clúster local) y pCB11\_gPT (cuando la coincidencia fuerte es respecto a un verdadero clúster global). En las figuras mencionadas los clústeres gLJ11\_N5BT\_B31, gMO11\_N5BT\_B31, gMR11\_N5BT\_B31 son diferentes en potencial y similares en su geometría (mismo núcleo N5BT y  $|B| = 31$ ) se transforman mediante minimización bajo LC en el mismo clúster local ILC11\_N5BT\_B31 (preserva la geometría del clúster de origen). Para estos casos la minimización bajo el correspondiente LJ, Mo y MR regresa a los correspondientes verdaderos clústeres globales. Otra transición que se cumple en todos los casos es la coincidencia fuerte entre los clústeres locales y globales y la latice  $CB_{1/2}$ .

Figura 7. LC y MC: Transiciones entre los verdaderos clústeres globales y clústeres locales cercanos de 11 partículas.



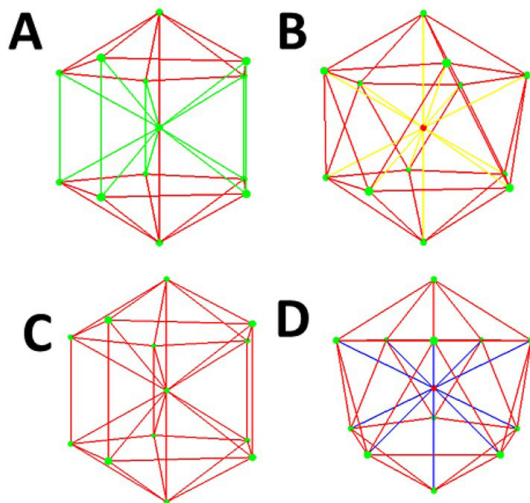
La figura 7 muestra como los verdaderos mínimos globales de LC y MC están separados. La minimización de gLC11\_N4T\_B30 bajo MC da el clúster mínimo local ILC11\_N4T\_B30 (preserva la geometría de gLC11\_N4T\_B30) que tiene su correspondiente pCB11\_ILC y de forma similar la minimización de gMC11\_N7PBP\_B30 bajo LC da el mínimo local ILC11\_N7PBP\_B30 (preserva la geometría de gMC11\_N7PBP\_B30) con su correspondiente pCB11\_ILC. O sea, a pesar de las similitudes de las gráficas de LC y MC las pequeñas diferencias de curvatura dan dos verdaderos mínimos globales diferentes para MC y LC. Esto también resalta la importancia de tener completa la familia BC(11) para determinar los verdaderos clústeres globales.

Para 12 partículas los verdaderos clústeres mínimos se agrupan en dos geometrías, LJ, MO y MR con núcleo N7PBP y  $|B| = 36$  y los clústeres de LC y MC tiene núcleo N4T y  $|B| = 34$ . En este caso, LJ, MO Y MR comparten la misma geometría N5BT\_B36. Mientras que LC y MC tiene la forma de N4T\_B34.

Finalmente, para 13 partículas, los verdaderos clústeres tienen el mismo núcleo N13IC con LJ, MC, MO y MR mientras que LC tiene núcleo N13IR, la diferencia de las cardinalidades de B entre ellos es de 5. La figura 8, muestra las longitudes de las  $l_f$  que explican que las contribuciones del potencial de LC del verdadero óptimo global oLC13\_

N13IR de  $|B| = 37$ , corresponde a 37 ligas de longitud 1.0 que aportan -36.6541 y se tiene -0.0828 de las diagonales por lo que el potencial total es -36.7369. Para LC, el icosaedro N13IC da el clúster oLC13\_N13IC con  $|B| = 42$  donde tiene 30 lf de longitud 1.03 y 12 de longitud 0.98 aportan -35.9138 y sumando -0.0175 del potencial de las diagonales se obtiene el potencial total de -35.9313 ( $> -36.7369$ ) que no es menor al potencial de gLC13\_N13IR. Para LJ la determinación del verdadero optimo global es porque  $|B| = 42$  de N13IC es mayor a  $|B| = 37$  de N13IR. En este caso para N13IR se tiene que las 37 lf aportan -36.8034 y las diagonales -4.7518 por lo que el potencial es -41.5552. Por otro lado, N13IC tiene de B una aportación de -41.0877 y la aportación de NB es -3.2391 siendo el potencial total -44.3268. Nótese que la aportación de B de N13IC (-41.0877) es menor que la aportación de B de N13IR (-36.8034) y en este caso no hay forma de que la contribución de NB de N13IR ayude a superar el potencial de gLJ13\_N13IC.

Figura 8. **A.** LJ(oLJ13\_N13IR) = -41.5552,  $|B| = 37$ : 22 lf (1.0, rojos) y 15 lf (0.98, verdes), **B.** LJ(gLJ13\_N13IC) = -44.3268,  $|B| = 42$ : 30 lf (1.01, rojos) y 12 lf (0.96, amarillos), **C.** LC(gLC13\_N13IR) = -36.7369,  $|B| = 37$ : 37 lf (1.0, rojos) y **D.** LC(oLC13\_N13IC) = -35.9313,  $|B| = 42$ : 30 lf (1.03, rojos) y 12 lf (0.98, azules).



De los casos con para 11, 12 y 13 partículas donde cambia la geometría entre los verdaderos clústeres globales se destacan que  $|B|$  de gran valor no garantiza la optimalidad global. Para 11 partículas, los verdaderos clústeres LC y MC tienen  $|B| = 30$  menor a  $|B| = 31$  de los verdaderos clústeres de LJ, MO y MR. Y como se explicó detalladamente para 13 partículas LJ, MC, MO y MR corresponden con N13IC de  $|B| = 42$  mientras que LC tiene su verdadero mínimo clúster con N13IR de  $|B| = 37$ .

## 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Las simulaciones numéricas abren un camino para la creación de este tipo de estructuras de forma experimental. Es bien conocida la influencia de la geometría sobre las propiedades físicas, como el color y la interacción entre moléculas.

La determinación de los clústeres globales se ha manejado para determinar los posibles candidatos de mínimo global por la carencia de propiedades matemáticas como la de primer orden que establece que el gradiente de un núcleo estable es cero y la de segundo orden de que su Hessiano es definido positivo en una vecindad apropiada, propiedades que solo se tienen para todos los potenciales y los clústeres de 2, 3 y 4 partículas. En este trabajo por primera vez se tiene una justificación teórica que limita los casos para obtener los verdaderos clústeres de mínimo potencial global bajo la minimización y la preservación del clúster mínimo local sobre los clústeres de las familias de buenos clústeres  $BC(n)$  donde  $n$  es el número de partículas desde 5 hasta 13.

El núcleo N13IR aparece como un verdadero clúster de mínimo potencial global del potencial LC, lo que indica la correlación entre la forma de la gráfica de potencial y los clústeres de mínimo potencial global y sus finitas y diferentes formas geométricas de los verdaderos clústeres globales, comenzando con 11 partículas. Esto tiene consecuencias sobre el diseño de nano circuitos dado que solo se consiguen formas geométricas similares de 2 a 10 partículas. Donde solo los núcleos N4T, N6OC y N7PBP ofrecen geometría similar, simetría y estabilidad para LJ, MC, MO y MR. Los verdaderos clústeres mínimos globales de 11, 12 y 13 partículas tienen geometrías diferentes, i.e. diferente núcleo y diferente número  $|B|$ . El núcleo oJL13\_N13IC cambio recientemente de putativo a mínimo global para el potencial de LJ, ver Barrón, 2022<sup>a</sup> y con este trabajo se conoce que los verdaderos clústeres de mínimo global para LJ, MC, MO y MR, comparten el núcleo N13IC y  $|B| = 42$  pero el verdadero clúster de LC tiene núcleo N13IR y  $|B| = 37$ .

Los resultados brindan una nueva perspectiva que acota la búsqueda de clústeres estables y desde el punto de vista computacional es un avance significativo en la eficiencia de la determinación de los clústeres globales ya que se tienen posibilidades finitas de clústeres para el diseño computacional y experimental de nano estructuras estables o de mínimo potencial, i.e., i.e., solo se requiere minimizar en los clústeres de las familias  $BC(n)$  y seguir construyéndolas. Lo que facilitará el estudio de nuevos potenciales de Morse con variaciones del parámetro  $\gamma$  y de los exponentes de LJ.

## 6. AGRADECIMENTOS

Agradecimiento a los organizadores del área de Álgebra, Geometría y Computación Científica por la plática: La geometría de las nanoestructuras bajo diversos pozos de potencial del 23 de enero de 2024. Este trabajo corresponde con el proyecto de Investigación del Área: Métodos Matemáticos y Computacionales para la Optimización de Cúmulos de Partículas bajo un pozo de potencial y Sistemas de Control sobre la Ecuación Semilineal Cúbica de Onda de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería de la UAM, unidad Azcapotzalco (Clave: CB006-22, Acuerdo: 671.4.3.2.4).

## REFERENCIAS

Barrón-Romero, C. (2022a). The oLJ13\_N13IC cluster is the global minimum cluster of Lennard Jones potential for 13 particles, 2022 IEEE 3rd International Conference on Electronics, Control, Optimization and Computer Science (ICECOCS), Fez, Morocco, 2022, pp. 1-6.

Barrón-Romero, C. (2022b). Estudio de sensibilidad y crecimiento de Nanoestructuras bajo los potenciales de Morse y Lennard Jones, Revista Tendencias en Docencia e Investigación Química 2022, 508-515.

Barrón-Romero, C. (2005). Minimum search space and efficient methods for structural cluster optimization. arXiv, <http://arxiv.org/abs/math-ph/0504030>. *To honor the CIMAT's XXV Anniversary*.

Barrón-Romero, C., Gómez, S., y Romero, D. (1997). Lower Energy Icosahedral Atomic Cluster with Incomplete Core. *Applied Mathematics Letters*, 10(5):25-28.

Barrón-Romero, C., Gómez, S., Romero, D., y Saavedra, A. (1999). A Genetic Algorithm for Lennard-Jones Atomic clusters. *Applied Mathematics Letters*, 12:85-90.

Beale, E. M. L. (1972). A derivation of conjugate-gradients. In Lootsma, F., editor, *Numerical methods for nonlinear optimization*. Academic Press.

Byrd, R. H., Lu, P., Nocedal, J., y Zhu, C. (1995). A limited memory algorithm for bound constrained optimization. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 16(5):1190-1208.

Cai, W., Feng, Y., Shao, X., y Pan, Z. (2002a). Optimization of Lennard-Jones atomic clusters. *THEOCHEM*, 579:229-34.

Cai, W., Jiang, H., y Shao, X. (2002b). Global optimization of Lennard-Jones clusters by a parallel fast annealing evolutionary algorithm. *Journal of Chemical Information and Computer Sciences*, 42(5):1099-1103.

Deaven, D. M. y Ho, K. M. (1995). Molecular Geometry Optimization with a Genetic Algorithm. *Physical Review Letters*, 75(2):288-291.

Dittner, M. y Hartke, B. (2016). Conquering the hard cases of Lennard-Jones clusters with simple recipes. *Computational and Theoretical Chemistry*.

Doye, J. P. K. (1998). Thermodynamics and the global optimization of Lennard-Jones clusters. *Journal of Chemical Physics*, 109(19):8143-8153.

- Doye, J. P. K. (2006). *Physical Perspectives on the Global Optimization of Atomic Clusters*, pages 103{139. Springer US, Boston, MA.
- Doye, J. P. K. y Wales, D. J. (1995). Magic numbers and growth sequences of small face-centered-cubic and decahedral clusters. *Chemical Physics Letters*, 247:339-347.
- Doye, J. P. K, Miller, M.A. y Wales, D. J. (1999). The double-funnel energy landscape of the 38-atom Lennard-Jones cluster. *The Journal of Chemical Physics*, 110(14): 6896--6906.
- Echt, O., Sattler, K. y Recknagel, E. Magic Numbers for Sphere Packings: Experimental Verification in Free Xenon Clusters. *Phys. Rev. Letters*, 47:1121, October 1981.
- Gómez, S. y Barrón-Romero, C. (1991). The Exponential Tunneling Method. Technical Report Research Report 3(1), IIMAS-UNAM.
- Haberland, H., Hippler, T., Donges, J., Kostko, O., Schmidt, M., y Issendorff, B. V. (2005). Melting of Sodium Clusters: Where Do the Magic Numbers Come from? *Physical Review Letters*, 94:035701-4.
- Hartke, B. (1999). Global Cluster geometry Optimization by a Phenotype Algorithm with Niches: Location of Elusive Minima, and Low-Order Scaling with Cluster Size. *Journal of Computational Chemistry*, 20(16):1752-1759.
- Hartke, B. (2002). Structural transitions in clusters. *Angewandte Chemie International Edition*, 41(9):1468-1487.
- Hoare, M. R. y McInnes, J. A. (1983). Morphology and statistical statics of simple microclusters. *Advances in Physics*, 32(5):791-821.
- Huang, H. X., Pardalos, P. M., y Shen, Z. J. (2002). Equivalent formulations and necessary optimality conditions for the Lennard-Jones problem. *Journal of Global Optimization*, 22(1-4):97-118.
- Jiang, H., Cai, W., y Shao, X. (2003). New lowest energy sequence of marks' decahedral Lennard-Jones clusters containing up to 10,000 atoms. *Journal of Physical Chemistry A*, 107(21):4238-4243.
- Leary, R. H. (1997). Global Optima of Lennard-Jones Clusters. *Journal of Global Optimization*, 11(1):35-53.
- Leary, R. H. (1999). Tetrahedral global minimum for the 98-atom Lennard-Jones cluster. *Physical Review E*, 60(6):6320-6322.
- Maier, R., Rosen, J., y Xue, G. (1992). A discrete-continuous algorithm for molecular energy minimization. In *Proceedings. Supercomputing '92. (Cat. No.92CH3216-9)*, 16-20 Nov. 1992, *Proceedings. Supercomputing '92. (Cat. No.92CH3216-9)*, 778-786.
- Maranas, C. D. y Floudas, C. A. (1994). Global minimum Potential Energy Conformations of Small Molecules. *Journal of Global Optimization*, 4(2):135-170.
- Morales, J. L. y Nocedal, J. (2011). Remark on ".algorithm 778: L-BFGS-B: Fortran subroutines for large-scale bound constrained optimization". *ACM Transactions on Mathematical Software*, (7).
- Morse, P. M. (1929). Diatomic Molecules According to the Wave Mechanics. II. Vibrational Levels. *Phys. Rev.*, 34:57-64.
- Northby, J. A. (1987). Structure and binding of Lennard-Jones clusters:  $13 \leq n \leq 147$ . *Journal of Chemical Physics*, 87(10):6166-6177.

- Noya, E. G., Wong, Ch. K., Llombart, P y Doye, J. P. K. How to design an icosahedral quasicrystal through directional bonding, *Nature*, 596, August, 2021.
- Pardalos, P. M., Shalloway, D., y Xue, G. L. (1994). Optimization methods for computing global minima of nonconvex potential-energy functions. *Journal of Global Optimization*, 4(2):117-133.
- Shao, X., Jiang, H., y Cai, W. (2004a). Parallel random tunneling algorithm for structural optimization of Lennard-Jones clusters up to  $n = 330$ . *Journal of Chemical Information and Computer Sciences*, 44(1):193-199.
- Shao, X., Xiang, Y., y Cai, W. (2004b). Formation of the central vacancy in icosahedral Lennard-Jones clusters. *Chemical Physics*, 305(1-3):69-75.
- Shao, X., Xiang, Y., y Cai, W. (2005). Structural Transition from Icosahedra to Decahedra of Large Lennard-Jones Clusters. Personal Communication.
- Solov'yov, I. A., Solov'yov, A. V., y Greiner, W. (2003). Fusion process of Lennard-Jones clusters: global minima and magic numbers formation. *ArXiv Physics e-prints*, pages 1-47.
- Wales, D. J. y Doye, J. P. K. (1997). Global Optimization by Basin-Hopping and the Lowest Energy Structures of Lennard-Jones Clusters Containing up to 110 Atoms. *J. Phys. Chem. A.*, 101(28):5111-5116.
- Wales, D. J., Doye, J. P. K., Dullweber, A., Hodges, M. P., Naumkin, F. Y., Calvo, F., Hernández-Rojas, J., y Middleton, T. F. The Cambridge Cluster Database, Lennard-Jones clusters, <https://www-wales.ch.cam.ac.uk/CCD.html>.
- Wille, L. T. (1999). Lennard-Jones Clusters and the Multiple-Minima Problem. *Annual Reviews of Computational Physics*, VII:25-60.
- Wolf, M. y Landman, U. (1998). Genetic Algorithms for Structural Cluster Optimization. *Journal of Physical Chemistry A*, 102(30):6129-6137.
- Xiang, Y., Cheng, L., Cai, W., y Shao, X. (2004a). Structural distribution of Lennard-Jones clusters containing 562 to 1000 atoms. *Journal of Physical Chemistry A*, 108(44):9516-9520.
- Xiang, Y., Jiang, H., Cai, W., y Shao, X. (2004b). An Efficient Method Based on Lattice Construction and the Genetic Algorithm for Optimization of Large Lennard-Jones Clusters. *Journal of Physical Chemistry A*, 108(16):3586-92.

# CAPÍTULO 4

## NUEVAS PEQUEÑAS NANOESTRUCTURAS DE MÍNIMO POTENCIAL DE LENNARD JONES Y MORSE

*Data de submissão: 05/05/2026*

*Data de aceite: 19/05/2026*

**Carlos Barrón Romero**

Universidad Autónoma Metropolitana  
Unidad Azcapotzalco  
CDMX, México

<https://orcid.org/0000-0003-2435-6645>

**RESUMEN:** El diseño molecular y el estudio de las nanoestructuras por Química Computacional, por ejemplo, bajo un mínimo potencial de tipo Van Der Waals, como lo son los potenciales de Morse y Lennard Jones es una forma de modelar y predecir nuevas estructuras de nano moléculas de partículas complementaria a las costosas investigaciones experimentales. Este trabajo presenta novedosas nanoestructuras estables a pequeños cambios de potencial, denominados nano vehículos que posiblemente se pueden crear experimentalmente. Se incluyen dos potenciales cuyo valle de minimización es muy angosto comparado con los valles de potenciales similares al de Lenard Jones 12-6. Los nano vehículos predichos son estables por ser de mínimo potencial y consisten en una envoltura de capas de partículas capaces de contener en su centro de masa a distintos, centrados y separados núcleos de

pocas partículas. La estabilidad a variaciones de potencial se comprueba mediante una novedosa comparación entre potenciales de Morse similares al potencial de Lennard Jones. Los resultados muestran las novedosas formas geométricas que se obtienen entre distintas capas de envolturas y distintos tipos de núcleo. **PALABRAS-CLAVE:** química de materiales; nanoquímica; dinámica molecular.

### NEW SMALL NANOSTRUCTURES OF MINIMUM POTENTIAL OF LENNARD JONES AND MORSE

**ABSTRACT:** Molecular design and the study of nanostructures by Computational Chemistry, for example, under a minimal Van Der Waals-type potential, such as the Morse and Lennard Jones potentials, is a way of modeling and predicting new structures of nano molecules of complementary particles. to costly experimental research. This work presents novel nanostructures stable to small potential changes, called nano vehicles that can possibly be created experimentally. Two potentials are included whose minimization valley is very narrow compared to the valleys of potentials similar to that of Lenard Jones 12-6. The predicted nano vehicles are stable because they are potential minimum and consist of an envelope of layers of particles capable of containing different, centered, and separated cores of few particles in their center of mass. Stability to potential variations is

verified by a novel comparison between Morse potentials like the Lennard Jones potential. The results show novel geometric shapes that are obtained between different layers of shells and different types of cores.

**KEYWORDS:** materials chemistry; nanochemistry; molecular dynamics.

## 1. INTRODUCCIÓN

De los potenciales de Morse y Lennard Jones y sus clústeres de mínimo potencial existe una amplia literatura (Hartke, 2002; Morse, 1929; Hoare y McInnes, 1983; Northby, 1987; Gómez y Barrón, 1991; Maier et al., 1992; Maranas y Floudas, 1994; Deaven y Ho, 1995; Barrón et al., 1997; Leary, 1997; Wales y Doye, 1997; Doye, 1998; Doye, et al. 1999; Wolf & Landman, 1998; Leary, 1999; Hartke, 1999; Barrón et al., 1999; Wille, 1999; Solov'yov et al., 2003; Jiang et al., 2003; Huang et al., 2002; Cai et al., 2002a; Cai et al., 2002b; Jiang et al., 2003; Shao et al., 2004a; Xiang et al., 2004b; Xiang et al., 2004a; Shao et al., 2004b; Barrón, 2005; Shao et al., 2005; Doye, 2006; Dittner & Hartke, 2016; Barrón, 2022a, 2022b). Se ha demostrado que estos sencillos potenciales tienen un gran poder predictivo para ayudar a las investigaciones experimentales en la creación de nuevas formas geométricas de nanomateriales. Los clústeres de los potenciales de Lennard Jones y Morse han sido usado como modelos predictivos (ver Cambridge Cluster Database (CCD), Wales et al., 1995). Por ejemplo, los núcleos icosaédricos con ausencia de partícula central (aquí se nombra N12IC) se encuentran en nanomateriales de oro (Saho, et al., 2004b), los clústeres de sodio que coinciden con la secuencia de números mágicos (Haberland et al., 2005), diseño de cuasi cristales icosaédricos (Noya et al., 2021).

## 2. METODOLOGIA

La experimentación numérica en este trabajo utiliza dos funciones de potencial de Van Der Waals que cumplen las propiedades de un pozo de potencial (Pardalos et al., 1994):

$$LJ(d) = \frac{1}{d^{12}} - \frac{2}{d^6} \quad y$$

$$\text{Morse}(\delta, d) = e^{\delta(1-d)}(e^{\delta(1-d)} - 2)$$

donde  $d$  es la distancia entre partículas. La selección del parámetro de Morse es para tener dos aproximaciones cercanas al potencial de Lennard Jones,  $MR(d)=\text{Morse}(6, d)$  y  $MO(d) = \text{Morse}(5.3554, d)$  (ver Barrón, 2022b). Se agregan  $MC(d)=\text{Morse}(14, d)$  y  $LC(d) = \frac{1}{d^{32}} - \frac{2}{d^{16}}$ . La métrica es la distancia Euclidiana de 3D.

Figura 1. Potenciales de LC(amarillo), LJ (verde), MC(Magenta), MO (azul) y MR (rojo). Valle de atracción LC (amarillo, muy angosto), LJ (verde, referencia), MC (magenta, muy angosto), MO (azul, ancho) y MR (rojo, angosto).

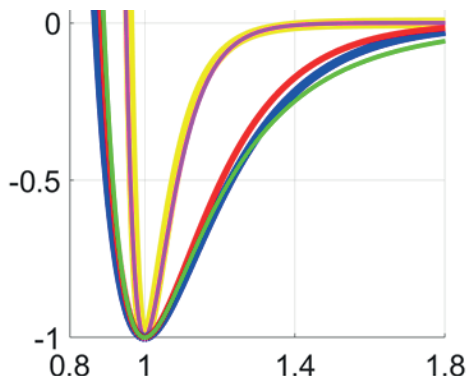
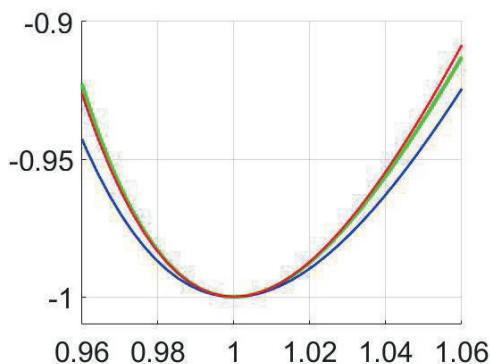


Figura 2. Valle de atracción de los potenciales de MR (rojo, angosto), LJ (verde, referencia) y MO (azul, ancho).



Por medio de un desarrollo de Taylor de segundo orden alrededor de la distancia óptima 1, las funciones de potencial de LC, LJ, MC, MO y MR satisfacen:  $LC(1+h) \approx -1 + 256h^2$ ,  $LJ(1+h) \approx -1 + 36h^2$ ,  $MO(1+h) \approx -1 + 28.681h^2$  y  $MR(1+h) \approx -1 + 36h^2$  donde  $h$  es un valor pequeño. Estas aproximaciones indican que las partículas están fuertemente ligadas alrededor de la distancia óptima 1. La baja fuerza de las interacciones en la zona asintótica ( $d > 1.4$ ) predice la existencia de grupos de partículas a distancia mayor a 1 en la zona asintótica ( $d \in [1.4, \infty)$ ), o sea, se pueden crear envolturas, capas convexas con centro vacío. En este trabajo se crearon varios tipos de envolturas de al menos dos niveles, o sea sobre dos radios al centro de masa distintos y cercanos, con centro vacío o capaces de mantener un pequeño núcleo o cúmulo en su interior.

En el presente trabajo los análisis de sensibilidad se centran en los potenciales LJ, MO y MR, mientras que los potenciales LC y MC presentan nuevas estructuras con núcleos especiales.

La determinación de que los clústeres forman un nano vehículo estable es cuando se cumplen las condiciones (estabilidad con variación del potencial): 1) Corresponden con mínimos locales de potencial y 2) No cambian su estructura con las variaciones de los potenciales de LJ, MR y MO (ver figura 7). Para la minimización local se usa el algoritmo de memoria limitada (L-BFGS-B) de la distribución libre en lenguaje FORTRAN de Morales y Nocedal, 2011. El inciso 1) se refiere a mantener las condiciones experimentales, como por ejemplo la refrigeración y la presión constantes de forma que la función de potencial permanece constante durante la refrigeración para buscar un estado de mínimo potencial (Haberland et al., 2005), i.e., la minimización sin cambiar la función de potencial. Mientras que el inciso 2) se refiere al cambio de las condiciones experimentales, por ejemplo, para transporte bajo condiciones distintas de experimentación, para verificar que la estructura un clúster de mínimo potencial no cambie por la variación de la función de potencial, i.e., corresponde a minimizar cambiando de una función de potencial a otra función de potencial (ver figura 7). Este punto es muy relevante para el estudio de la estabilidad de nano estructuras, bajo cambios potenciales similares.

### 3. DISEÑO DE LOS EXPERIMENTOS

Las simulaciones para determinar nano vehículos en este trabajo se basan en una selección de núcleos y de envolturas construidas a partir de latices.

#### 3.1. NÚCLEOS

Los núcleos seleccionados son una partícula central, el tetraedro minimizado (oLJ4\_N4T es el mayor clúster mínimo global por condiciones de optimalidad clásicas de primer y segundo orden), un cubo minimizado, (N8CB), el icosaedro con partícula central (oLJ13\_n13IC, ver Barrón, 2022a), prisma pentagonal con tapas de pirámides pentagonales (N13IR), el balón pentagonal de 20 partículas es un mínimo local (N20BalonP), la estrella pentagonal de 32 partículas es un mínimo local (N32EstrellaP), el octaedro truncado cúbico centrado en las caras de 38 partículas (Doye et al. 1999) es un óptimo global para LJ y MO, para MR es un clúster mínimo local (aquí lo denominamos oLJ38\_N6OC) y el posible clúster mínimo global de núcleo bipirámide pentagonal (lo llamamos, oLJ39\_N7PBP). La figura 3 muestra los núcleos. La figura 3. I. muestra el posible clúster mínimo global de 39 partículas que se ha coloreado con esferas de la mitad del radio mínimo de interacción, tal coloración desprende la propiedad de que este

núcleo es orientable, distingue dos direcciones, superior e inferior en la orientación que se muestra.

Figura 3. Núcleos **A.** oLJ4 (oLJ4\_N4T), **B.** N8CB, **C.** oLJ13 (oLJ13\_N13IC), **D.** N13IR, **E.** N20BaIP (N20 Balón Pentagonal), **F.** N32EstP (N32 Estrella Pentagonal), **G.** oLJ38 (oLJ38\_N6OC), **H.** oLJ39 (oLJ39\_N7PBP), **I.** OLj39\_N7PBP con esferas de radio mínimo de interacción para orientación.

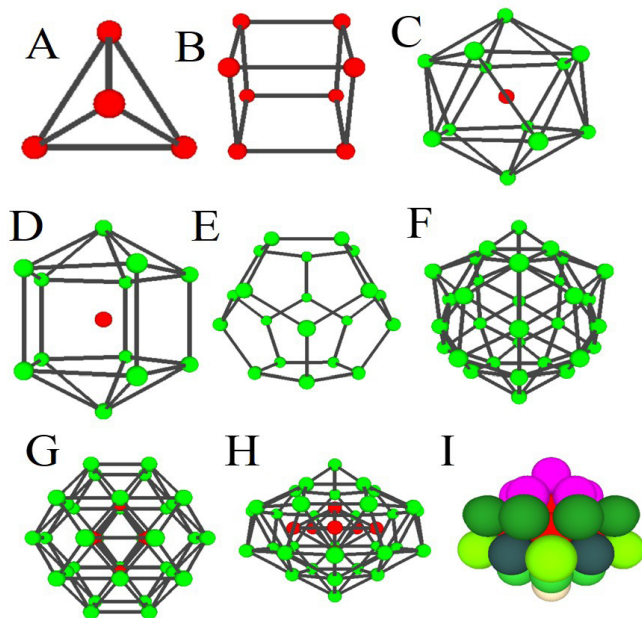


Figura 4. **A.** Envoltura redondeada de 614 partículas de la lattice IC, **B.** Nano-vehículo de 627 partículas con oLJ13\_N13IC al centro.

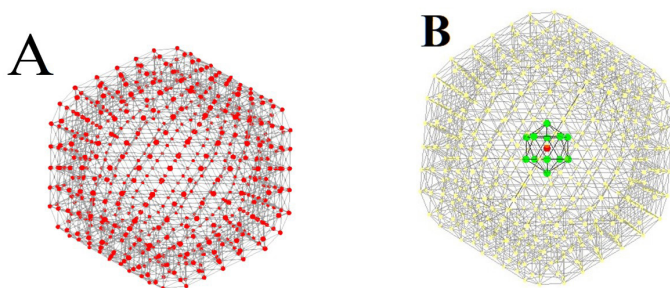
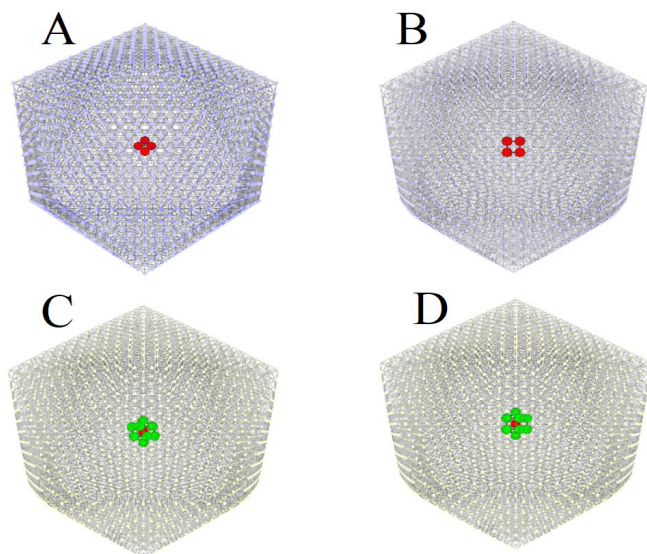


Figura 5. **A.** Nano vehículo 2658, oLJ4 en envoltura IC de 2654 partículas, **B.** Nano vehículo 3664, N8CB en envoltura IC de 3656 partículas, **C.** Nano vehículo 2667, oLJ13 en envoltura IC de 2654 partículas, **D.** Nano vehículo 3669, N13IR en envoltura IC de 3656 partículas.



### 3.2. ENVOLTURAS

Las envolturas son regiones convexas de capas de partículas de latices con distancia mínima optimizada. La figura 9 muestra las envolturas de la latice IC de 614, 2654 y 3656 partículas que se usan en este trabajo. Las envolturas son capas de la latices IC (que se construye a partir de un icosaedro con una partícula de núcleo, Fig. 3.C), IR (en este caso se parte del prisma pentagonal con pirámides pentagonales de tapas, Fig. 3. D), N4T (la capa cero es el tetraedro minimizado oLJ4\_N4T), N6OC (se parte del octaedro minimizado) y N7PBP (se parte de la bipirámide pentagonal minimizada). En este trabajo todos los cúmulos reportados son minimizados por el algoritmo L-BFGS-B. O sea, se construyen geoméricamente como redes cristalinas de Bravais y seleccionando un gran numero a partir de un centro apropiado se minimiza. Posteriormente se procede a quitar las capas interiores y a seleccionar capas exteriores, que se pueden redondear o escalar, i.e., se seleccionan las partículas a partir del centro por medio de una esfera de un radio apropiado (ver figura 4.A.).

### 3.3. CLÚSTERES PARA LC Y MC.

Con una versión actualizada del algoritmo del artículo de Barrón-Romero, et al. 1999 (que se publicará próximamente) se estudiaron los clústeres de los potenciales

de LC, LJ, MC, MO y MR para determinar los posibles clústeres de mínimo potencial desde 4 a 2063 partículas. Los resultados de los clústeres de LJ coinciden y en algunos casos superan a los publicados en *The Cambridge Cluster Database, Lennard-Jones clusters*, Wales et al. 2026. Una tabla actualizada de los posibles potenciales mínimos globales de LC, LJ, MC, MO y MR se tiene en la página: [https://academicos.azc.uam.mx/cbr/OptClusters/comMRLJMO\\_01.htm](https://academicos.azc.uam.mx/cbr/OptClusters/comMRLJMO_01.htm). Además, todos los posibles clústeres mínimos globales publicados en la página anterior satisfacen la condición de los estimadores de frontera, ver Barron 2023.

#### 4. RESULTADOS Y DISCUSION

Se tienen experimentos con una variedad de envolturas, para este trabajo se presentan las que se derivan de la latice IC.

Las tablas de resultados muestran el valor del potencial en la primera fila de cada núcleo cuando fue posible construirlo fijando el potencial, i.e., las condiciones de experimentación son fijas y corresponden con alguno de los potenciales LJ, MO o MR. Debajo del valor del potencial en cada columna se indica el paso de un potencial a otro, i.e., partiendo de una estructura mínima local de las condiciones de un potencial se cambia a las condiciones de laboratorio de otro potencial y se espera que se estabilice y no se altere la estructura inicial (el éxito se indica con  $\checkmark$  y el fracaso con X). Para el núcleo N13IR se indica fracaso cuando este cambia a oLJ13 (se indica con X oLJ13), en los otros caso X, el fracaso significa que el núcleo perdió su forma. Cuando no cambia la estructura con Los cambios de potencial indicados en la figura 7, el nano vehículo se considera estable, en otro caso es inestable.

La tabla 2. muestra los resultados de la envoltura de la figura 4. A, que claramente es insuficiente para obtener nano vehículos estables para algunos núcleos grandes.

Las figuras de los resultados solo muestran los núcleos y las primeras envolturas que permiten crear nano vehículos estables, i.e., se omiten los casos inestables.

La tabla 3. corresponde con la envoltura IC de las capas 11 y 12 de una región IC centrada en un icosaedro con partícula central, la partícula central es la capa cero. Se construyó la envoltura de 3656 partículas de las capas 10, 11 y 12 de IC y la tabla 4 muestra resultados similares a los de la tabla 3. De los núcleos propuestos en la figura 3, los núcleos N13IR, N20BaIP y N32EstP son inestables bajo cambios de potencial porque su estructura rota o colapsa porque las ligas entre pares de partículas no la tienen rigidez del tetraedro o del icosaedro.

Figura 6. **A.** Nano vehículo 3676, N20BaIP en envoltura IC de 3656 partículas, **B.** Nano vehículo 3688, N32EstP en envoltura IC de 3656 partículas, **C.** Nano vehículo 652, oLJ38 en envoltura IC de 614 partículas, **D.** Nano vehículo 3695, oLJ39 orientable en envoltura IC de 3656 partículas.

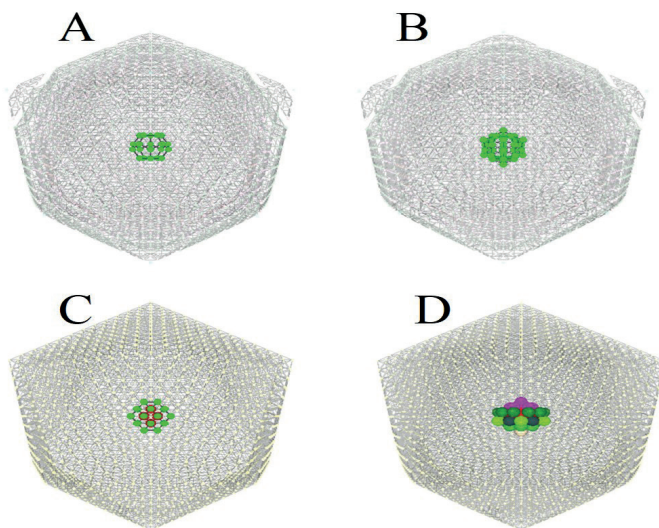
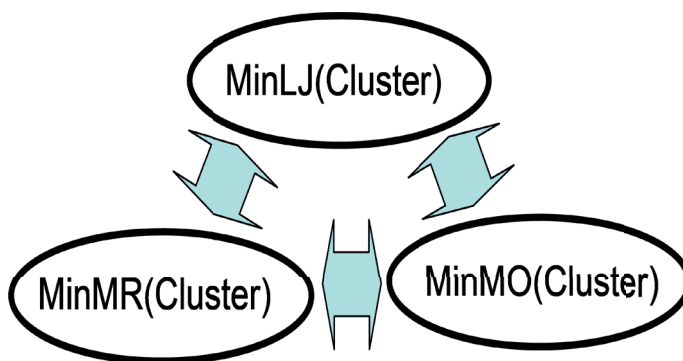


Figura 7. Estabilidad a los cambios de potencial significa minimizar un clúster con los diferentes potenciales sin que cambie su forma.



El último experimento que se presenta consiste en un diseño con un núcleo diferente a los seleccionados, se trata de un rombo octaedro de 24 partículas. La figura 8 muestra el estable nano vehículo de 3459 partículas que se estructuró con un rombo octaedro de 24 partículas con partícula central, su envoltura proviene de la latice IC es redonda y se expandió su radio de 10.55 a 11.9 para lograr estabilidad, los potenciales mínimos son LJ = -8259.2572, MO= -7286.5215, MR= -6230.2296.

Figura 8. **A.** Rombo octaedro de 24 partículas con partícula central, **B.** Nano vehículo 3459, con un rombo octaedro con partícula central de 25 de partículas como núcleo dentro de una envoltura especial (redondeada y escalada al radio 11.9) de la lattice IC de 3434 partículas.

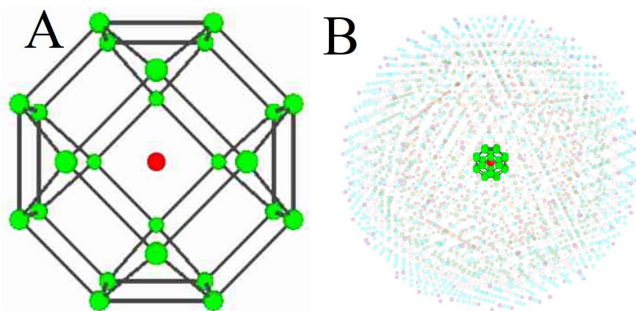


Figura 9. Envolturas de la lattice IC de A) 614, B) 2654 y C) 3656 partículas.

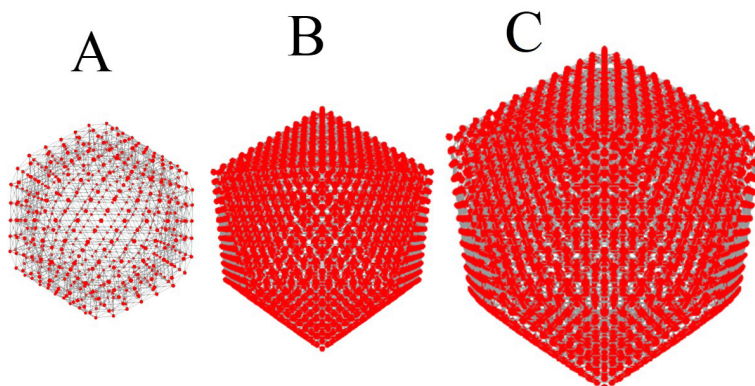
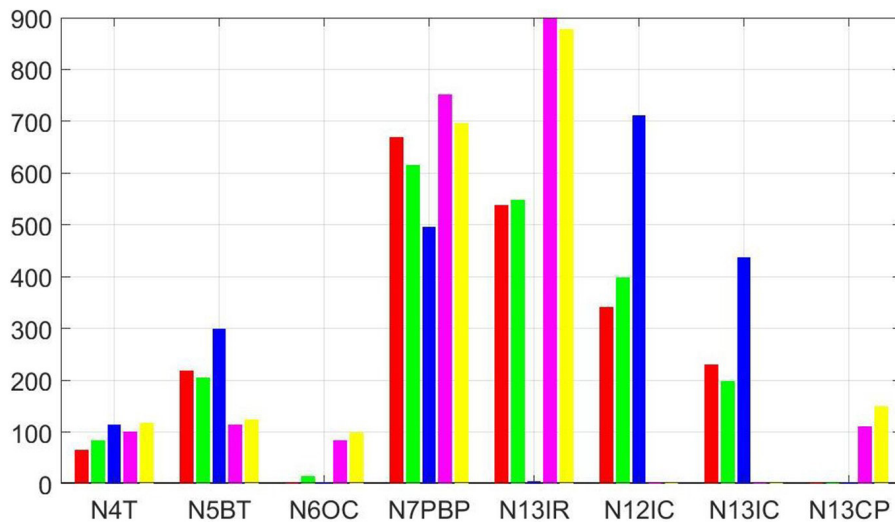
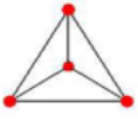

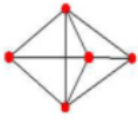
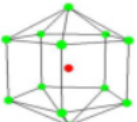



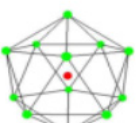


Figura 10. Histograma de la distribución de los posibles clústeres globales por tipo de núcleo de 4 a 2063 partículas.



#### 4.1. NUEVOS CLÚSTERES PARA LC Y MC

Tabla 1. Distribución por núcleo de los posibles clústeres de mínimo potencial LC, LJ, MC, MO y MR para clústeres de 4 a 2063 partículas.

Núcleo	Figura	#	MR	%	Núcleo	Figura	#	MR	%
			LJ	MO				MC	LC
N4T		64	3.11%	N7PBP		669	32.48%		
		83	4.03%			615	29.85%		
		113	5.49%			495	24.03%		
		100	4.85%			751	36.46%		
		117	5.68%			695	33.74%		
N5BT		218	10.6%	N13IR		537	26.1%		
		204	9.90%			548	26.6%		
		299	14.51%			4	0.19%		
		114	5.53%			901	43.74%		
		124	6.02%			878	42.62%		
N6OC		1	0.05%	N12IC		341	16.55%		
		14	0.68%			398	19.32%		
		2	0.10%			710	34.47%		
		83	4.03%			0	0.00%		
		98	4.76%			0	0.00%		
N13CP		0	0.00%	N13IC		230	11.17%		
		0	0.00%			198	9.61%		
		0	0.00%			437	21.21%		
		110	5.34%			1	0.05%		
		148	7.18%			0	0.00%		
MR		283	13.74%	MR		1777	86.26%		
LJ		301	14.61%	LJ		1759	85.39%		
MO		414	20.10%	MO		1646	79.90%		
MC		407	19.76%	MC		1653	80.24%		
LC		487	50.19%	LC		1573	76.36%		

La tabla 1 muestra las poblaciones de clústeres de los potenciales LC, LJ, MC, MO y MR de 4 a 2063 partículas. Como se aprecia en la figura 10, de especial atención se tienen los 83 y 98 clústeres de MC y LC de núcleo N6OC que superan los 14 de los clústeres de LJ. Otro caso es el de núcleo N13CP que no tiene posibles clústeres de mínimo global para LJ, MO y MR pero si para LC y MC. El histograma de la figura 10 muestra que la curvatura angosta de la gráfica de LC y MC favorecen clústeres con núcleo N6OC, N7PBP, N13IR y N13CP.

Ejemplos de clústeres de LC y MC para los núcleos N6OC y N13CP se muestran en la figura 11 y 12. La figura 13 muestra el verdadero clúster de 13 partículas gLJ13\_N13IC

para LJ (Ver Barron 2022<sup>a</sup>) y los posibles clústeres mínimos globales de MC, MO y MR comparten el núcleo N13IC. Destaca que el posible optimó global de LC tenga núcleo N13IR.

Figura 11. Clústeres de LC y MC de núcleo N6OC. **A.** LC(oLC124\_N6OC) = -558:0177 y MC(oMC124\_N6OC) = -557:4216. **B.** LC(oLC287\_N6OC) = -1397:4047 y MC(oMC287\_N6OC) = -1395:7960. **C.** LC(oLC760\_N6OC) = -3932:9474 y MC(oMC760\_N6OC) = -3932:1448.

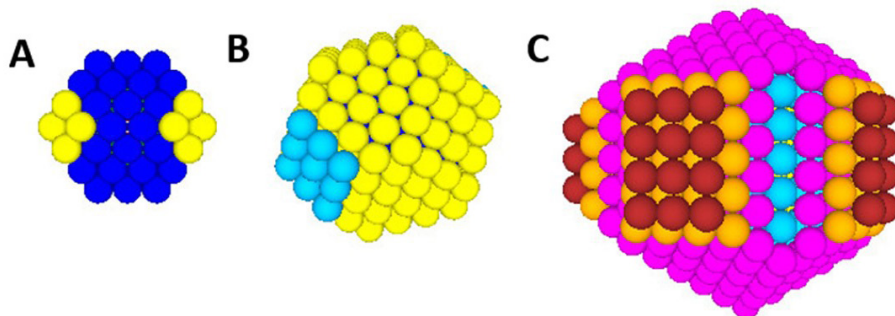


Figura 12. Clústeres de LC y MC de núcleo N13CP. **A.** LC(oLC86\_N13CP) = -370:2641 y MC(oMC86\_N13CP) = -369:8908. **B.** LC(oLC162\_N13CP) = -749:7364 y MC(oMC162\_N13CP) = -748:9229. **C.** LC(oLC546\_N13CP) = -2773:8974 y MC(oMC546\_N13CP) = -2773:4229.

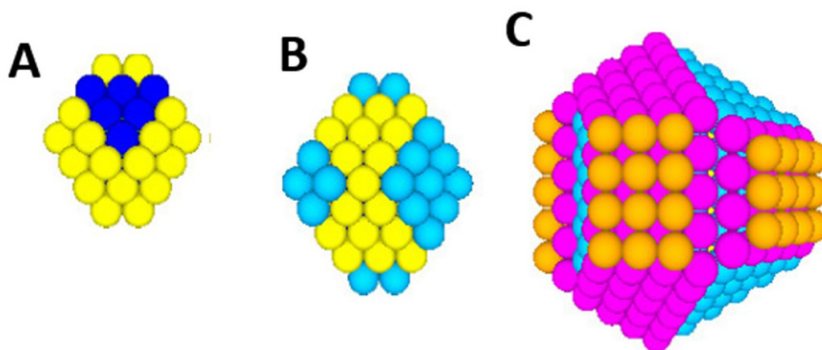
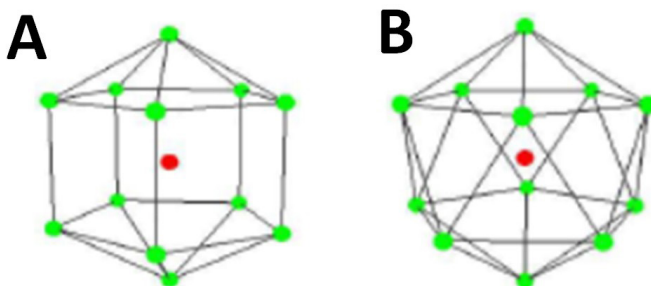


Figura 13. Clústeres de 13 partículas. **A.** LC(oLC13\_N13IR) = -36:7369. **B.** LJ(gLJ13\_N13IC) = -44:3268, MC(oMC13\_N13IC) = -37:2589, MO(oMO13\_N13IC) = -43:3177 y MR(oMR13\_N13IC) = -42:4399. Los de LJ, MC, MO y MR tienen núcleo N13IC pero el de LC tiene núcleo N13IR.



## 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Las simulaciones numéricas abren un camino para la creación de este tipo de estructuras de forma experimental. Se muestran nuevos clústeres de núcleo N13CP y N6OC para los potenciales LC y MC que no se tienen para los potenciales LJ, MO y MR. Lograr estabilidad para la minimización y la variación de potenciales se muestra en la tabla 4 y en el diseño del nano vehículo 3459 de la figura 6. Es muy probable que para el diseño de los núcleos de los nano vehículos solo se requieran mantener fijas y controladas las condiciones experimentales (minimización local bajo una función de potencial dada), por ejemplo, la temperatura. El valle de la región mínima de potencial LC muestra lo sensible que es el clúster de 13 partículas a cambios, su valles del mínimo es muy angosto y tiene como posible clúster de mínimo potencial a oLC13\_N13IR que no comparte el núcleo de LJ, MC, MO y MR que es N13IC. Tal sensibilidad e inestabilidad se mostró dentro de las envolturas, cuando en la minimización se cambia la función de potencial, N13IR cambia su estructura a la del núcleo oJL13\_N13IC. El cual recientemente paso de putativo a ser el mínimo global para 13 partículas para el potencial de LJ, Barrón, 2022a. Los núcleos N20BaIP (N20 Balón Pentagonal) y 32EstP (N32 Estrella Pentagonal) no son estables en las envolturas elegidas. Los resultados muestran novedosas formas geométricas que se obtienen entre distintas capas de envolturas y distintos tipos de núcleo que abren un abanico de posibilidades para el diseño experimental de nano estructuras estables.

La investigación futura incluirá potenciales más diversos tanto de LJ, como de Morse porque amplían las geometrías de las configuraciones de clústeres y brindan un nuevo camino para su creación experimental. Es de interés práctico y teórico el conocer los posibles clústeres globales para entender los resultados, obstáculos y limitaciones experimentales. Por ejemplo, las condiciones de optimalidad de primero y segundo orden clásicas muestran que los clústeres de 2, 3 y 4 partículas son únicos independientemente del tipo de potencial. El potencial MR solo tiene un clúster de núcleo N6OC (ver tabla 1) y su gráfica de potencial solo es ligeramente diferente de la del potencial LJ como se muestra en las figuras 1 y 2. En este trabajo la lista de núcleos de los posibles clústeres de mínimo potencial global aumento con el núcleo N13CP, por lo que es válido investigar otros potenciales para ampliar el entendimiento de las nano estructuras.

Tabla 2. Envoltura redondeada de latice IC de 614 partículas, capas 5 y 6. Sin espacio interior para núcleos grandes o mantener la estructura de algunos núcleos pequeños.

Núcleo	LJ	MO	MR
	LJ→MO LJ→MR	MO→LJ MO→MR	MR→LJ MR→MO
Estabilidad			
oLJ4	-3464.5573	-3161.5262	-3026.9701
	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
Estable			
N8CB	X	-3170.4340	-3035.1504
		X	X
		X	X
Inestable			
oLJ13	-3505.5432	-3198.8640	-3063.4143
	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
Estable			
N13IR	X	-3195.8978	-3060.3357
		X	X
		X	X
Inestable			
N20BaIP	X	X	X
Inestable			
N32EstP	X	X	X
Inestable			
oLJ38	-3647.0086	-3319.5074	-3178.5605
	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
Estable			
oLJ39	X	X	X
	Inestable		

Tabla 3. Envoltura de latice IC de 2654 partículas, capas 11 y 12. Algunos núcleos no se mantienen.

Núcleo	LJ	MO	MR
	LJ→MO LJ→MR	MO→LJ MO→MR	MR→LJ MR→MO
Estabilidad bajo variación del potencial			
oLJ4	-14897.4997	-13621.0961	-13073.2003
	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
Estable			

N8CB	-14906.8185	-13629.9967	-13081.3791
	X	X	X
	X	X	✓
Inestable			
oLJ13	-14935.9207	-13658.4138	-13109.6402
	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
Estable			
N13IR	-14933.1494	-13655.4457	-13106.5610
	X oLJ13	X oLJ13	X oLJ13
	X oLJ13	X oLJ13	X oLJ13
	Inestable		
N20BaIP	-23906.0392	-21424.2778	-20383.1031
	X		X
	X	X	X
Inestable			
N32EstP	X	X	X
	X	X	X
	Inestable		
oLJ38	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
	Estable		
oLJ39	✓	✓	✓
	X	X	X
	Inestable		

Tabla 4. Envoltura de latice IC de 3656 partículas, capas 10, 11 y 12. Estabilidad por minimización y variación de potencial en casi todos los núcleos propuestos.

Núcleo	LJ	MO	MR
	LJ→MO	MO→LJ	MR→LJ
	LJ→MR	MO→MR	MR→MO
Estabilidad bajo variación del potencial			
oLJ4	-23873.6788	-21395.3864	-20355.9404
	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
Estable			

	-23883.0357	-21404.2870	-20364.1192
N8CB	X	✓	X
	X	✓	✓
	Inestable		
	-23912.1856	-21432.7041	-20392.3802
oLJ13	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
	Estable		
	-23909.4148	-21429.7360	-20389.3011
N13IR	X oLJ13	X oLJ13	X oLJ13
	X oLJ13	X oLJ13	X oLJ13
	Inestable		
	-23906.0392	-21424.2778	-20383.1031
N20BalP	X	X	X
	X	X	X
	Inestable		
	-23971.9812	-21486.4488	-20444.3553
N32EstP	X	X	X
	X	X	X
	Inestable		
	-24042.3418	-21552.7954	-20507.3473
oLJ38	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
	Estable		
	-24048.4744	-21559.1035	-20513.4224
oLJ39	✓	✓	✓
	✓	✓	✓
	Estable		

## 5. AGRADECIMIENTOS

Agradecimiento a los organizadores del XIV CIDIQ 2023 y al área de Álgebra, Geometría y Computación Científica. Este trabajo corresponde con el proyecto de Investigación del Área: Métodos Matemáticos y Computacionales para la Optimización de Cúmulos de Partículas bajo un pozo de potencial y Sistemas de Control sobre la Ecuación Semilineal Cúbica de Onda de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería de la UAM, unidad Azcapotzalco (Clave: CBO06-22, Acuerdo: 671.4.3.2.4).

## REFERENCIAS

- Barrón-Romero, C. (2023). Estimadores de Frontera para los supuestos clústeres consecutivos de óptimo potencial global. *Avances en Ciencias e Ingeniería*, Vol. 14(2).
- Barrón-Romero, C. (2022a). The oLJ13\_N13IC cluster is the global minimum cluster of Lennard Jones potential for 13 particles, 2022 IEEE 3rd International Conference on Electronics, Control, Optimization and Computer Science (ICECOCS), Fez, Morocco, 2022, pp. 1-6.
- Barrón-Romero, C. (2022b). Estudio de sensibilidad y crecimiento de Nanoestructuras bajo los potenciales de Morse y Lennard Jones, *Revista Tendencias en Docencia e Investigación Química 2022*, 508-515.
- Barrón-Romero, C. (2005). Minimum search space and efficient methods for structural cluster optimization. arXiv, <http://arxiv.org/abs/math-ph/0504030>. *To honor the CIMAT's XXV Anniversary*.
- Barrón-Romero, C., Gómez, S., y Romero, D. (1997). Lower Energy Icosahedral Atomic Cluster with Incomplete Core. *Applied Mathematics Letters*, 10(5):25-28.
- Barrón-Romero, C., Gómez, S., Romero, D., y Saavedra, A. (1999). A Genetic Algorithm for Lennard-Jones Atomic clusters. *Applied Mathematics Letters*, 12:85-90.
- Beale, E. M. L. (1972). A derivation of conjugate-gradients. In Lootsma, F., editor, *Numerical methods for nonlinear optimization*. Academic Press.
- Byrd, R. H., Lu, P., Nocedal, J., y Zhu, C. (1995). A limited memory algorithm for bound constrained optimization. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 16(5):1190-1208.
- Cai, W., Feng, Y., Shao, X., y Pan, Z. (2002a). Optimization of Lennard-Jones atomic clusters. *THEOCHEM*, 579:229-34.
- Cai, W., Jiang, H., y Shao, X. (2002b). Global optimization of Lennard-Jones clusters by a parallel fast annealing evolutionary algorithm. *Journal of Chemical Information and Computer Sciences*, 42(5):1099-1103.
- Deaven, D. M. y Ho, K. M. (1995). Molecular Geometry Optimization with a Genetic Algorithm. *Physical Review Letters*, 75(2):288-291.
- Dittner, M. y Hartke, B. (2016). Conquering the hard cases of Lennard-Jones clusters with simple recipes. *Computational and Theoretical Chemistry*.
- Doye, J. P. K. (1998). Thermodynamics and the global optimization of Lennard-Jones clusters. *Journal of Chemical Physics*, 109(19):8143-8153.
- Doye, J. P. K. (2006). *Physical Perspectives on the Global Optimization of Atomic Clusters*, pages 103-139. Springer US, Boston, MA.
- Doye, J. P. K. y Wales, D. J. (1995). Magic numbers and growth sequences of small face-centered-cubic and decahedral clusters. *Chemical Physics Letters*, 247:339-347.
- Doye, J. P. K., Miller, M.A. y Wales, D. J. (1999). The double-funnel energy landscape of the 38-atom Lennard-Jones cluster. *The Journal of Chemical Physics*, 110(14): 6896--6906.
- Echt, O., Sattler, K. y Recknagel, E. Magic Numbers for Sphere Packings: Experimental Verification in Free Xenon Clusters. *Phys. Rev. Letters*, 47:1121, October 1981.

- Gómez, S. y Barrón-Romero, C. (1991). The Exponential Tunneling Method. Technical Report Research Report 3(1), IIMAS-UNAM.
- Haberland, H., Hippler, T., Donges, J., Kostko, O., Schmidt, M., y Issendorff, B. V. (2005). Melting of Sodium Clusters: Where Do the Magic Numbers Come from? *Physical Review Letters*, 94:035701-4.
- Hartke, B. (1999). Global Cluster geometry Optimization by a Phenotype Algorithm with Niches: Location of Elusive Minima, and Low-Order Scaling with Cluster Size. *Journal of Computational Chemistry*, 20(16):1752-1759.
- Hartke, B. (2002). Structural transitions in clusters. *Angewandte Chemie International Edition*, 41(9):1468-1487.
- Hoare, M. R. y McInnes, J. A. (1983). Morphology and statistical statics of simple microclusters. *Advances in Physics*, 32(5):791-821.
- Huang, H. X., Pardalos, P. M., y Shen, Z. J. (2002). Equivalent formulations and necessary optimality conditions for the Lennard-Jones problem. *Journal of Global Optimization*, 22(1-4):97-118.
- Jiang, H., Cai, W., y Shao, X. (2003). New lowest energy sequence of marks' decahedral Lennard-Jones clusters containing up to 10,000 atoms. *Journal of Physical Chemistry A*, 107(21):4238-4243.
- Leary, R. H. (1997). Global Optima of Lennard-Jones Clusters. *Journal of Global Optimization*, 11(1):35-53.
- Leary, R. H. (1999). Tetrahedral global minimum for the 98-atom Lennard-Jones cluster. *Physical Review E*, 60(6):6320-6322.
- Maier, R., Rosen, J., y Xue, G. (1992). A discrete-continuous algorithm for molecular energy minimization. In *Proceedings. Supercomputing '92. (Cat. No.92CH3216-9)*, 16-20 Nov. 1992, Proceedings. Supercomputing '92. (Cat. No.92CH3216-9), 778-786.
- Maranas, C. D. y Floudas, C. A. (1994). Global minimum Potential Energy Conformations of Small Molecules. *Journal of Global Optimization*, 4(2):135-170.
- Morales, J. L. y Nocedal, J. (2011). Remark on "algorithm 778: L-BFGS-B: Fortran subroutines for large-scale bound constrained optimization". *ACM Transactions on Mathematical Software*, (7).
- Morse, P. M. (1929). Diatomic Molecules According to the Wave Mechanics. II. Vibrational Levels. *Phys. Rev.*, 34:57-64.
- Northby, J. A. (1987). Structure and binding of Lennard-Jones clusters:  $13 \leq n \leq 147$ . *Journal of Chemical Physics*, 87(10):6166-6177.
- Noya, E. G., Wong, Ch. K., Llombart, P y Doye, J. P. K. How to design an icosahedral quasicrystal through directional bonding, *Nature*, 596, August, 2021.
- Pardalos, P. M., Shalloway, D., y Xue, G. L. (1994). Optimization methods for computing global minima of nonconvex potential-energy functions. *Journal of Global Optimization*, 4(2):117-133.
- Shao, X., Jiang, H., y Cai, W. (2004a). Parallel random tunneling algorithm for structural optimization of Lennard-Jones clusters up to  $n = 330$ . *Journal of Chemical Information and Computer Sciences*, 44(1):193-199.

- Shao, X., Xiang, Y., y Cai, W. (2004b). Formation of the central vacancy in icosahedral Lennard-Jones clusters. *Chemical Physics*, 305(1-3):69-75.
- Shao, X., Xiang, Y., y Cai, W. (2005). Structural Transition from Icosahedra to Decahedra of Large Lennard-Jones Clusters. Personal Communication.
- Solov'yov, I. A., Solov'yov, A. V., y Greiner, W. (2003). Fusion process of Lennard-Jones clusters: global minima and magic numbers formation. *ArXiv Physics e-prints*, pages 1-47.
- Wales, D. J. y Doye, J. P. K. (1997). Global Optimization by Basin-Hopping and the Lowest Energy Structures of Lennard-Jones Clusters Containing up to 110 Atoms. *J. Phys. Chem. A.*, 101(28):5111-5116.
- Wales, D. J., Doye, J. P. K., Dullweber, A., Hodges, M. P., Naumkin, F. Y., Calvo, F., Hernández-Rojas, J., y Middleton, T. F (2026). The Cambridge Cluster Database, Lennard-Jones clusters, <https://www-wales.ch.cam.ac.uk/CCD.html>.
- Wille, L. T. (1999). Lennard-Jones Clusters and the Multiple-Minima Problem. *Annual Reviews of Computational Physics*, VII:25-60.
- Wolf, M. y Landman, U. (1998). Genetic Algorithms for Structural Cluster Optimization. *Journal of Physical Chemistry A*, 102(30):6129-6137.
- Xiang, Y., Cheng, L., Cai, W., y Shao, X. (2004a). Structural distribution of Lennard-Jones clusters containing 562 to 1000 atoms. *Journal of Physical Chemistry A*, 108(44):9516-9520.
- Xiang, Y., Jiang, H., Cai, W., y Shao, X. (2004b). An Efficient Method Based on Lattice Construction and the Genetic Algorithm for Optimization of Large Lennard-Jones Clusters. *Journal of Physical Chemistry A*, 108(16):3586-92.

# CAPÍTULO 5

## DISEÑO Y GENERACIÓN DE UN ELECTROESTIMULADOR TENS CON DIFERENTES TIPOS DE PULSOS

*Data de submissão: 13/05/2026*

*Data de aceite: 28/05/2026*

### **Eduardo García Sánchez**

Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Maestría en Ingeniería y Tecnología Aplicada  
Zacatecas, México

<http://orcid.org/0000-0002-5219-4623>

### **Luis Eduardo Bañuelos García**

Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Maestría en Ingeniería y Tecnología Aplicada  
Zacatecas, México

<http://orcid.org/0000-0002-6304-5383>

### **Mario Molina Almaraz**

Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Maestría en Ingeniería y Tecnología Aplicada  
Zacatecas, México

<http://orcid.org/0000-0002-4779-6312>

### **Osbaldo Vite Chávez**

Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Ingeniería en Electrónica Industrial  
Zacatecas, México

<https://orcid.org/0000-0003-0438-8105>

### **José Manuel Cervantes Viramontes**

Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Ingeniería en Electrónica Industrial  
Zacatecas, México

<https://orcid.org/0009-0009-8379-6713>

### **María del Rosario Martínez Blanco**

Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Maestría en Ingeniería y Tecnología Aplicada  
Zacatecas, México

<https://orcid.org/0000-0001-9278-2094>

### **Luis Octavio Solís Sánchez**

Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Maestría en Ingeniería y Tecnología Aplicada  
Zacatecas, México

<https://orcid.org/0000-0003-2545-4116>

### **Ileri Aydee Sustaita Torres**

Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Ingeniería en Electrónica Industrial  
Zacatecas, México

<https://orcid.org/0000-0002-6381-6387>

### **Pilar Cecilia Godina González**

Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Ingeniería en Electrónica Industrial  
Zacatecas, México

<https://orcid.org/0000-0001-6310-9693>

**Francisco Javier Martínez Ruíz**  
Universidad Autónoma de Zacatecas  
“Francisco García Salinas”  
Ingeniería en Electrónica Industrial  
Zacatecas, México  
<https://orcid.org/0000-0002-8842-7556>

**Sahara Araceli Pereyra López**  
Universidad Autónoma de Zacatecas  
“Francisco García Salinas”  
Ingeniería en Electrónica Industrial  
Zacatecas, México  
<https://orcid.org/0000-0001-7659-6697>

**Ana Lourdes Aracely Borrego Elías**  
Universidad Autónoma de Zacatecas  
“Francisco García Salinas”  
Ingeniería en Electrónica Industrial  
Zacatecas, México  
<https://orcid.org/0000-0003-3890-5027>

**RESUMEN:** En este trabajo se presenta el diseño, generación, validación y verificación de un prototipo de electroestimulador TENS, el prototipo tiene la característica de poder seleccionar los 5 diferentes tipos de pulsos que son: Pulsos aislados positivos, Pulsos aislados negativos, Pulsos monofásicos positivos, Tren de pulsos y Pulsos bifásicos, manteniendo fijo el tiempo con pulsos y el tiempo sin pulsos que se requiere para llevar a cabo una determinada terapia. Además, el prototipo permite visualizar cada configuración o selección del tipo de pulsos por medio de una pantalla led.

**PALABRAS CLAVE:** electro-estimulador; TENS; electroterapia.

## DESIGN AND GENERATION OF A TENS ELECTROSTIMULATOR WITH DIFFERENT TYPES OF PULSES

**ABSTRACT:** This paper presents the design, generation, validation, and verification of a prototype TENS electrostimulator. The prototype allows the selection of five different pulse types: isolated positive pulses, isolated negative pulses, monophasic positive pulses, pulse train, and biphasic pulses, while maintaining a fixed pulse duration and pulse-free interval required for a given therapy. Furthermore, the prototype displays each pulse type configuration or selection on an LED screen.

**KEYWORDS:** electrostimulator; TENS; electrotherapy.

### 1. INTRODUCCION

La sensación de dolor (componente sensorial), se puede definir, por un lado, como una experiencia definida por la sensación provocada (percepción de un estímulo

potencialmente lesivo) por el daño tisular (real o potencial), pero, por otro lado, por experiencias afectivas no placenteras (percepciones sensoriales, emocionales y cognitivas) que transforman el mensaje de dolor, en una sensación de sufrimiento, que es lo que le confiere el carácter de alarma.

Para entender lo anterior, es importante comentar que el término Tisular, se refiere a un adjetivo que se emplea en el ámbito de la biología para hacer referencia a aquello vinculado a un tejido de un determinado organismo, el cual está constituido por un conjunto de células que actúan de forma coordinada para desarrollar una cierta función. Por tanto, al hablar de daño tisular, se refiere a que determinado tejido sufre un corte, una contusión o una quemadura.

Otra definición que se puede tener, es que el dolor es una señal de alarma que le avisa al organismo sobre la existencia de alguna causa externa que amenaza con la integridad de este, y permite que el organismo active los mecanismos de defensa y protección. Los cuales, son mecanismos neurofisiológicos que permiten la generación, codificación, transmisión y decodificación del estímulo doloroso.

El dolor se puede clasificar de dos maneras, dolor agudo y crónico. La diferencia que existe entre ellos puede definirse erróneamente en función del tiempo de duración del dolor, sin embargo, el factor por el cual se puede diferenciar es a partir de los mecanismos fisiopatológicos que los originan y puede ser clasificado como Dolor agudo, crónico, nociceptivo, somático y visceral (CENETEC, 2020).

En el mundo, entre el 10 y 55 % de los adultos padecen o van a padecer dolor crónico, en México el porcentaje es de 27 %, afirmó Argelia Lara, jefa de la Clínica del Dolor del Instituto Nacional de Ciencias Médicas y Nutrición “Salvador Zubirán” (SEGOB, 2020), al destacar que este tipo de dolor, es un problema de salud pública tan importante, que a partir de la Declaración de Montreal se estableció que es un derecho humano la atención al dolor.

En 2009, se desarrollaron estudios sobre el impacto que puede tener este problema en México, ya que, en este año en particular, México destinaba el 6.6 % de su Producto Interno Bruto (PIB) a la salud (Rozalen, 2020; CSG, 2020), sin embargo, se estima que el costo que se requiere para atender a las personas que presentan dolor corresponde al 3% del PIB (SEGOB, 2020), lo cual, sería mayor que el costo por enfermedades cardiovasculares y cáncer juntas. Por otro lado, los pacientes sufren al ser etiquetados como hipocondríacos, conflictivos o simuladores.

Se ha sugerido que este problema de salud afecta del 25 al 29 % de la población general a nivel Internacional (Diniz, 2020), por lo que, si en el 2009 había 105 millones de habitantes, aproximadamente 28 millones de habitantes padecían este tipo de dolor (González-Muñoz, 2020; Diferentes tipos de electroestimulación, 2020).

El dolor también tiene un componente biopsicosocial que impacta negativamente en varios ámbitos de la vida del paciente tales como: social, familiar y laboral. Para abordar el problema de manera integral, es necesario considerar todos estos aspectos y ofrecer alternativas terapéuticas eficaces a los pacientes.

A pesar de que el dolor crónico afecta a más pacientes que otras enfermedades crónico-degenerativas como la diabetes, y las enfermedades coronarias, millones de pacientes no tienen un acceso eficiente a los medicamentos que ayudan a controlar la enfermedad, ya sea por regulaciones, restricciones o acceso limitado, o por conceptos erróneos relacionados con el uso de analgésicos opioides. Siendo los pacientes, los principales afectados al no tener disponibles los recursos necesarios para el control de su enfermedad.

Entre los factores médicos que afectan el control efectivo del dolor en los pacientes mexicanos, destaca la necesidad de tener programas de educación en el tema de dolor, tanto para los profesionales de la salud, así como también para los pacientes, ya que una mala evaluación del dolor puede tener consecuencias en un enfoque terapéutico erróneo; esto a su vez, propicia la falta de apego al tratamiento por parte del paciente, y constituye un círculo vicioso que facilita que el dolor crónico se agudice (SEGOB, 2020; Diferentes tipos de electroestimulación, 2020).

En este trabajo, nos enfocaremos exclusivamente en los dolores de tipo muscular, esto, basados en el área de interés y de investigación.

La actividad física conlleva a que las personas presenten dolores musculares los cuales, normalmente son tratados con Antinflamatorios, analgésicos, pomadas, masajes, crioterapia, termoterapia y en muy pocos casos con Electroterapia (Bazan, 2014). En este trabajo nos enfocaremos en diseñar y generar un Electro-estimulador TENS, que está orientado a la estimulación eléctrica transcutánea nerviosa analgésica, para tratar dolores musculares generados por hacer ejercicio o esfuerzo físico, que es un dispositivo utilizado en la electroterapia. El Electro-estimulador es un dispositivo electrónico que permite efectuar tratamientos utilizando electricidad, a través de la aplicación de energía electromagnética al organismo, con el fin de producir sobre él reacciones biológicas y fisiológicas, que permitan mejorar el organismo de diferentes patologías (Alfaro et. Al. 2019).

El electroestimulador TENS requiere en muchos casos bajas frecuencias (0-1000Hz) para el tratamiento del dolor muscular, esto requiere que los rangos en los cuales se desea que trabaje el electro-estimulador y el efecto deseado (Analgésico) están descritos en la Tabla 1 (Marco-Francisco, 2019).

## 2. METODOLOGIA

La metodología para el diseño y generación del prototipo de un electroestimulador consta de las etapas que se describen a continuación.

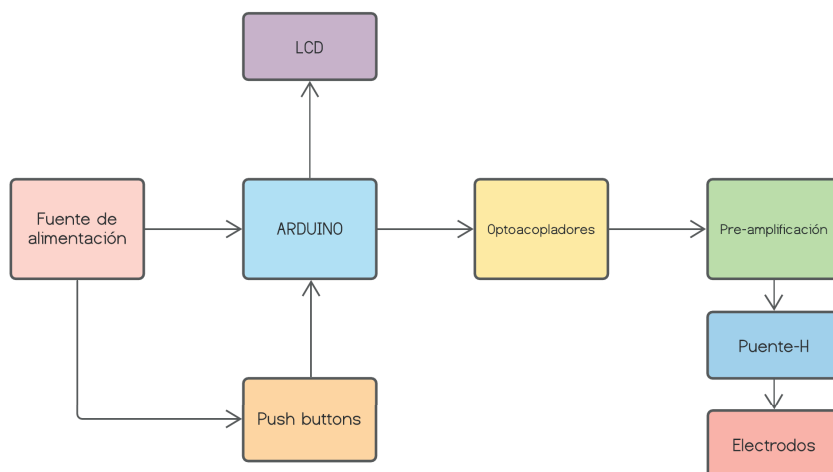
- En la primera etapa, se genera el código de programación, el cual llevará a cabo el funcionamiento digital y analógico del electro-estimulador.
- En la segunda etapa, se genera la simulación digital del circuito del electro-estimulador, la cual valida el funcionamiento correcto del circuito del electroestimulador y su código de programación.
- Por último, se realiza el armado del circuito electrónico del electroestimulador.

En este trabajo, se realizó un electro-estimulador de acuerdo al diagrama de bloques de la figura 1.

Tabla 1. Rango de bajas frecuencias de un electro-estimulador y el efecto que produce.

Rango de Frecuencia	Efecto
1-10 Hz cada 15 s	Actúa sobre atrofia por inmovilización, o por degeneración parcial del sistema neuromuscular.
10 – 25 Hz cada 15 s	Estimulación del sistema venoso periférico. Actúa sobre el edema. Actúa en la reeducación en caso de atrofia por inmovilización
25 – 50 Hz cada 15 s	Estimula la actividad músculo esquelética activando la contracción muscular (tetania).
50 – 100 Hz cada 15 s	Analgesia con largo tiempo de duración.
80 – 100 Hz cada 15 s	Analgesia corto tiempo de duración
1 – 100 Hz cada 15 s	Produce un paso rítmico de frecuencia tonificante, hipotonía y excitación - sedación, eritema activo superficial y profundo, estimula circulación linfática, activa el metabolismo, actúa sobre el edema y hematomas

Figura 1. Diagrama de bloques del electroestimulador.



Las etapas para la generación del prototipo fueron las siguientes:

- **Fuente de alimentación**

Para poder tener un funcionamiento del prototipo, se debe de tener una entrada de energía, que en este caso necesita alimentar al circuito electrónico del prototipo con 5V.

- **Arduino**

Arduino es el circuito integrado que contiene el software de control de todo el sistema, es el que leerá los push buttons y enviará la información a la LCD como a los optoacopladores para activar el sistema.

- **LCD**

El Display (pantalla) permite al usuario visualizar el tipo de pulso, el tiempo con pulsos y sin pulsos seleccionado, y controlar las características del electro-estimulador.

- **Push Buttons**

Los pulsadores (push buttons) al ser presionados, enviarán la información al circuito lógico (Arduino) para así proceder a la selección de la configuración. Esta etapa consta de los respectivos pulsadores y resistencias en su configuración.

- **Optoacopladores**

Los optoacopladores son los encargados de aislar el sistema del Arduino con el circuito de potencia. Esta etapa consta de optoacopladores MOC 3021, los cuales, están constituidos de un diodo, que al ser encendido por la señal del Arduino excita un Foto TRIAC, que es capaz de conducir corrientes de alta tensión por sus terminales sin interferir en la etapa de control.

- **Pre-Amplificación**

En esta etapa, se utiliza un montaje de transistores bipolares tipo N (2N2222) con configuración Darlington (en serie), lo cual permite que el sistema pueda obtener una ganancia de corriente, que permite activar la etapa de potencia puente –H. Esta etapa está alimentada con 12V.

- **Puente-H**

La etapa de potencia requiere un Puente-H. En esta etapa se utilizan MOSFET IRF510 y es necesaria para que la salida del sistema sea con alta potencia y que solo sea en un solo sentido. Los puentes-H son muy utilizados para obtener un control en el sistema de acuerdo al flujo de la corriente. En caso de los prototipos, los puentes están configurados para que mientras una etapa o salida está en alto, el otro lado esté en modo apagado.

- **Electrodos**

Por último, en esta etapa se encuentran las salidas del circuito para poder así colocar los electrodos en la zona anatómica requerida para así aplicar la electroterapia.

El código que se generó fue con lenguaje de programación C++ con el microcontrolador de Arduino y su software. Para su realización se consideraron las variables, las entradas y salidas de la información que se emitirá y se mostrará por medio de la visualización de una LCD para su mejor manipulación. Se utilizaron diferentes comandos de programación para así llegar a su objetivo de funcionamiento. El diagrama del circuito propuesto se puede apreciar en la figura 2.

Una vez diseñado y compilado el código o algoritmo que requiere la tarjeta Arduino Uno para su buen funcionamiento, este, se incorpora en la ventana del software PROTEUS, específicamente, en donde se agregó el componente Arduino UNO, esto, colocando la ubicación del archivo con el código fuente, después, se procede a colocar todos los componentes electrónicos que conforman cada prototipo del electro-estimulador.

### 3. RESULTADOS

El prototipo del electro-estimulador se presenta en la figura 3, para así proceder a la verificación en el software Proteus (figura 4), con el diseño del circuito y la lógica de programación, todo de acuerdo a su funcionamiento expuesto en el Diagrama de bloques de la figura 2.

Con base al circuito propuesto (figura 3) se elaboró el prototipo con base a las etapas de la figura 2. Del Diagrama de bloques, las cuales se describen más adelante.

Figura 2. Diagrama del electroestimulador.

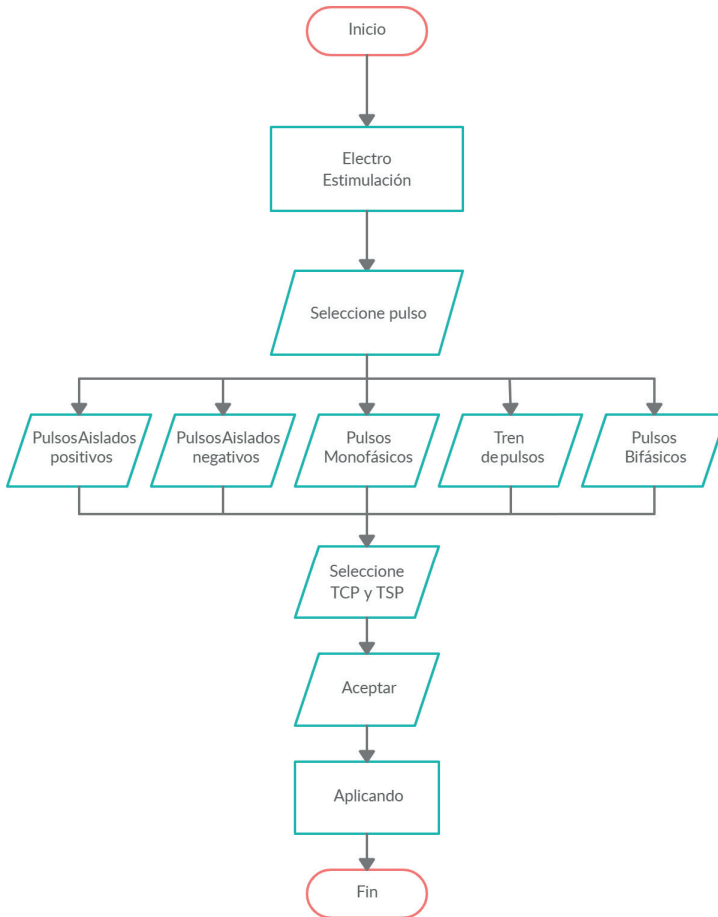


Figura 3. Salida del sistema para electrodos.

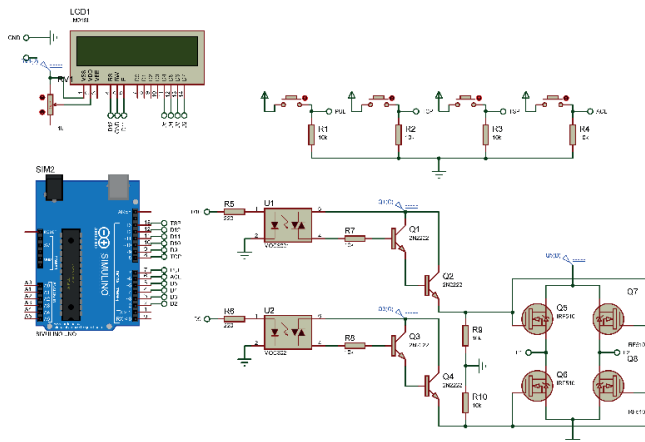
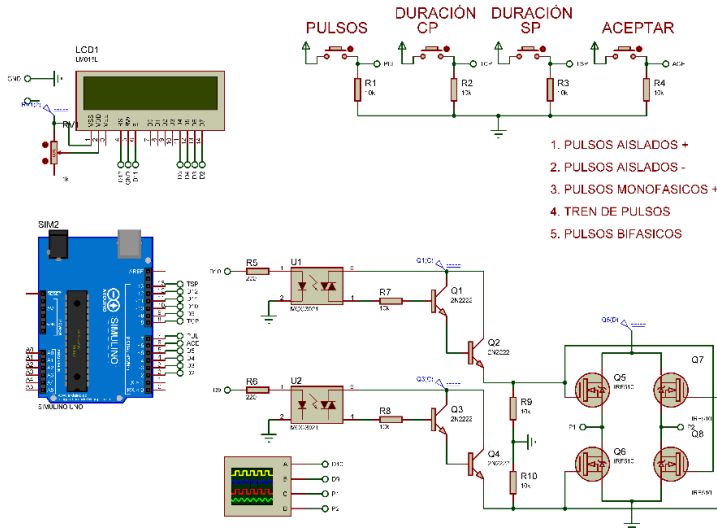


Figura 4. Simulación Electro-estimulador.



El prototipo consta de 4 grupos de componentes importantes, los cuales se describen a continuación.

a) Pulsadores de selección.

Con el pulsador de “Pulsos” se puede seleccionar el tipo de pulso que se desea aplicar, en cada presionado se cambia la selección del pulso. Con los pulsadores CP y SP se configura el tiempo con pulsos y sin pulsos necesarios para obtener la frecuencia deseada de acuerdo a las fórmulas matemáticas, las cuales, el especialista tendrá que diseñar, en este prototipo, solo se puede incrementar el tiempo en la selección y no disminuir la selección, en caso de necesitar un tiempo bajo, se necesita reiniciar el electro-estimulador. Por último, con el pulsador aceptar se confirma las selecciones deseadas (figura 5).

b) LCD.

Para una mejor interacción del usuario con el electroestimulador se utiliza una pantalla LCD para poder visualizar los pulsos y tiempos seleccionados (figura 6).

c) Arduino

La placa Arduino con la utilización del circuito integrado (microcontrolador), es la que contiene el software de control de todo el sistema, el encargado del funcionamiento de la programación del electroestimulador que enviará y recibirá la información a la LCD, así como a los pulsadores y los optoacopladores para la activación del sistema (figura 7).

Figura 5. Pulsadores de selección.

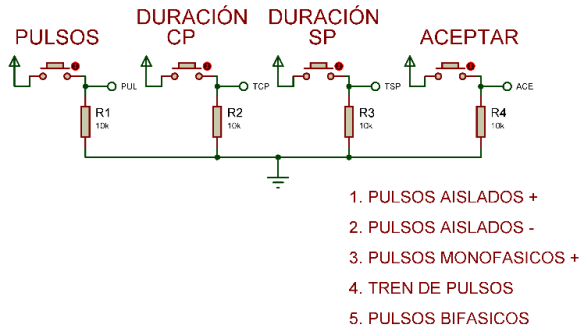


Figura 6. LCD.

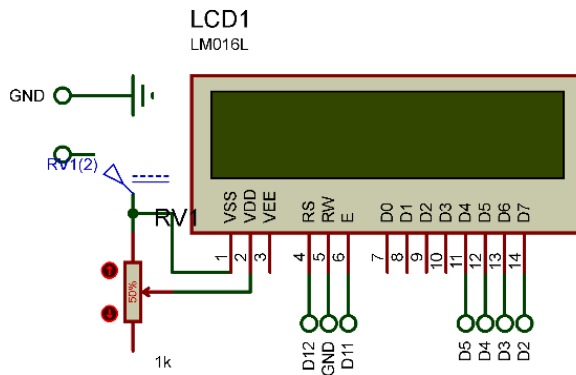
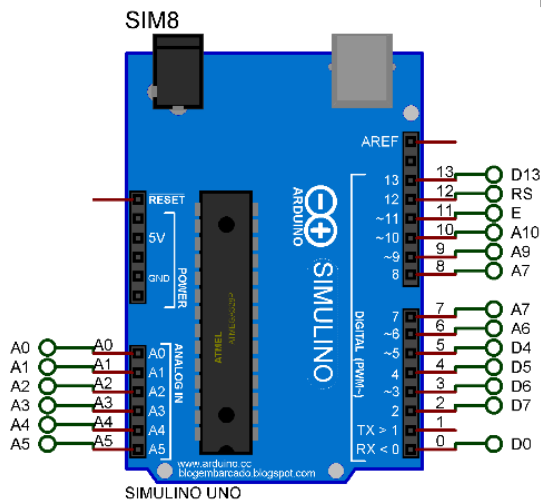


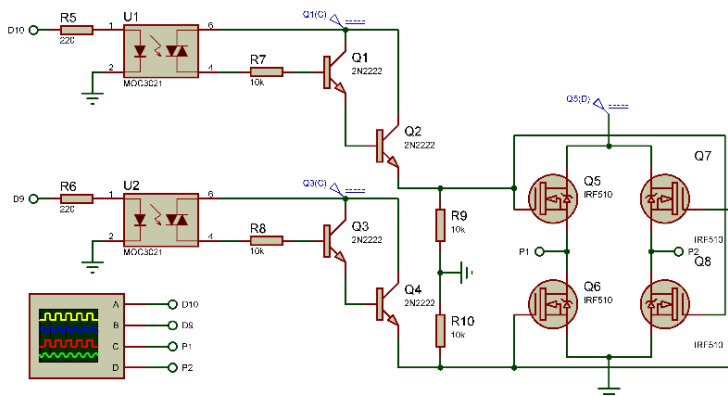
Figura 7. Arduino.



#### d) Componentes electrónicos

En esta etapa se encuentran los optoacopladores, los cuales aíslan la parte de control con la etapa de potencia y así, tener la seguridad en el electroestimulador y el usuario. También se encuentra la etapa de pre amplificación y puente H (figura 8).

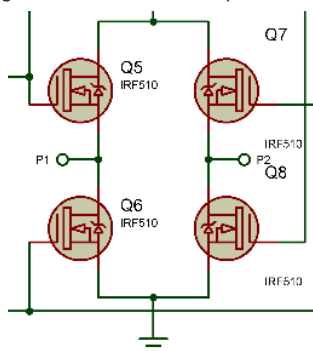
Figura 8. Componentes electrónicos.



#### e) Electrodo

Dentro de la etapa del puente H se encuentra las salidas del sistema, en las cuales se hacen la conexión a los electrodos que son colocados en la parte anatómica que se desea aplicar la electroterapia (figura 9).

Figura 9. Salida del sistema para electrodos.

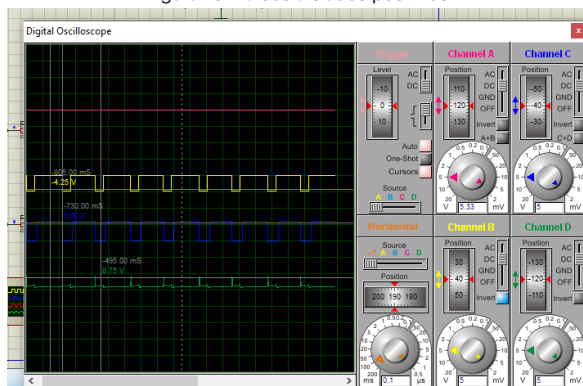


A continuación, se procedió a verificar cada uno de los pulsos generados del electro-estimulador.

#### Pulsos aislados positivos

Después de haber realizado la configuración de la electroterapia con un tiempo con pulsos de 50 ms y tiempo sin pulsos de 150 ms, los resultados de la simulación por medio del osciloscopio se muestran en la figura 10.

Figura 10. Pulsos aislados positivos.

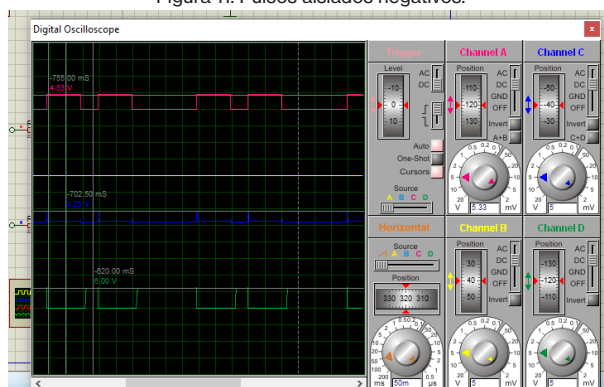


Para este tipo de configuración de pulsos, el circuito lógico genera una señal con 5 voltios, los cuales se pueden observar por medio del osciloscopio en la figura 10. Los pulsos de polaridad positiva son aislados, por lo tanto, son eliminados y solo muestran los pulsos negativos, como se muestra en el canal B. En el canal C y D que se visualiza en el osciloscopio de la figura 10, representan las señales de salida del sistema de electroestimulación de la etapa de puente H para direccionar la señal a un solo sentido.

### Pulsos aislados negativos

Después de haber realizado la configuración de la electroterapia, con un tiempo con pulsos de 50 ms y tiempo sin pulsos de 150 ms, los resultados obtenidos por medio del osciloscopio se muestran en la figura siguiente.

Figura 11. Pulsos aislados negativos.



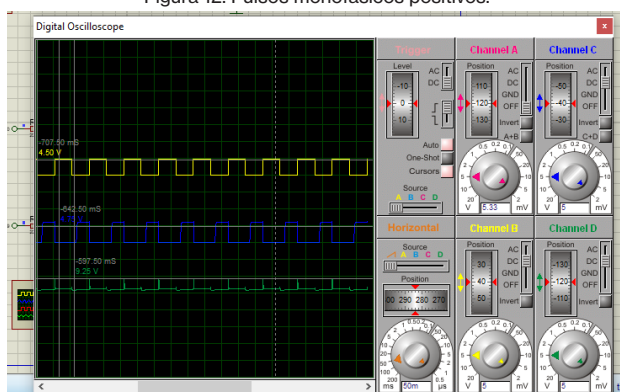
Esta configuración de pulsos, es el caso contrario a la de pulsos aislados positivos, ya que, por medio de esta, los pulsos ubicados en la polaridad negativa son aislados, por lo tanto, solo se muestran los positivos como se observan en el canal A del osciloscopio

de la figura 11. Las señales de salida del sistema de electroestimulación se muestran a través de los canales C y D, las señales ya han sido previamente amplificadas y pasaron la etapa de potencia y puente H, para que sean ambas señales direccionadas en un solo sentido. Por medio de los cursores se mide el voltaje correcto de 12 voltios con respecto a la alimentación del sistema de potencia.

### Pulsos monofásicos positivos

Después de haber realizado la configuración de la electroterapia con un tiempo con pulsos de 50 ms y tiempo sin pulsos de 50 ms, los resultados obtenidos por medio del osciloscopio se muestran en la siguiente figura.

Figura 12. Pulsos monofásicos positivos.

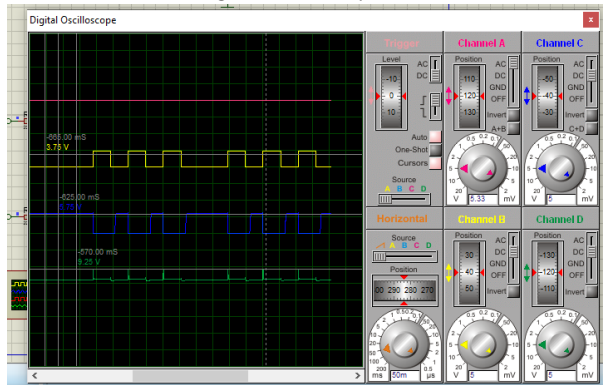


En esta configuración, se observa en el canal A la salida de la señal monofásica en un solo sentido y con polaridad positiva, la cual, es emitida por el circuito lógico. El canal B es inhabilitado debido a que es monofásico positivo. La salida 1 del puente-H está en alto, por lo que podemos observar en el osciloscopio la señal de salida, con el respectivo cursor, el voltaje de 12 voltios que alimenta al sistema. Como se esperaba, el objetivo de la configuración del puente-H es que la salida del sistema sea de alta potencia y en un solo sentido, así como, que una etapa este encendida mientras la otra este apagada.

### Tren de pulsos

Después de haber realizado la configuración de la electroterapia con un tiempo con pulsos de 50 ms y tiempo sin pulsos de 500 ms, los resultados obtenidos por medio del osciloscopio se muestran en la Figura 13.

Figura 13. Tren de pulsos.



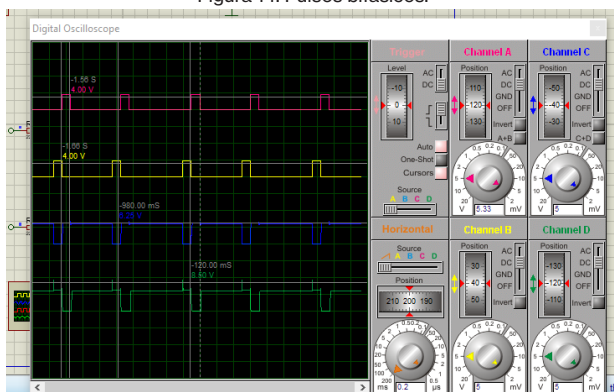
En la configuración de tren de pulsos, se genera una señal con una sola polaridad y con un tiempo determinado de pulsos y un tiempo de descanso. En la Figura 13 se puede mostrar el osciloscopio y sus canales que representan las salidas de las señales, el canal B representa el tren de pulsos generado por el circuito lógico con el correcto voltaje de 5 voltios que es emitido por el Arduino. El canal C y D son las salidas de la etapa de potencia, en el cual, por medio del cursor se puede comprobar que el voltaje de salida es de 12 voltios.

### Pulsos bifásicos

Después de haber realizado la configuración de la electroterapia con un tiempo con pulsos de 50 ms y tiempo sin pulsos de 500 ms, los resultados obtenidos por medio del osciloscopio se muestran en la siguiente figura.

Finalmente, en la última configuración de pulsos bifásicos, en la cual, ambas polaridades de encuentran en la señal cuadrada. En el Canal A se muestra la polaridad positiva de la señal, y en el canal B se muestra la polaridad negativa de la señal cuadrada, las cuales, son generadas por el microcontrolador integrado de Arduino. Ambas señales muestran con el cursor el voltaje de 5 voltios del circuito lógico. Debido a que esta configuración tiene la presencia de ambas polaridades en el puente-H, sus salidas tienen ambas señales en alto, por lo que, en el canal C Y D del osciloscopio se pueden observar. Como se esperaba, el objetivo de la configuración del puente-H es que la salida del sistema sea de alta potencia y en un solo sentido, así como, que una etapa este encendida, mientras otra este apagada.

Figura 14. Pulsos bifásicos.

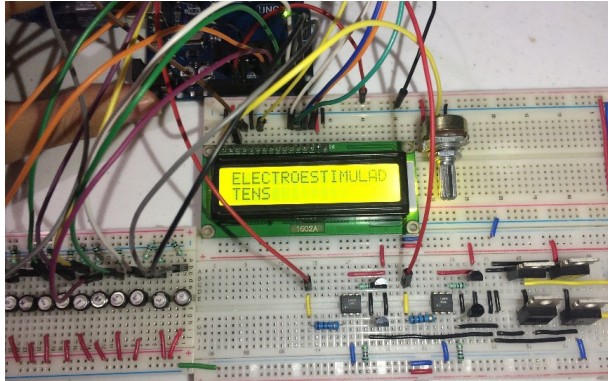


El prototipo del electro-estimulador se propone que esté constituido de los siguientes componentes:

- Placa Arduino Uno
- Display LCD 16x2
- PC
- Placa protoboard
- Software Arduino 1.8
- Optoacopladores MOC 3021
- Resistencias de 200  $\Omega$
- Resistencias de 100  $\Omega$
- Cable de conexión
- MOSFET TRP7N20
- Transistor 2n2222
- Pulsadores 2 terminales
- Resistencia variable de 1k $\Omega$
- Fuente de alimentación de 12 V

El diagrama del circuito del electroestimulador que se propuso en este trabajo, se puede apreciar en la figura 2, así como en la figura 3, y en base a él diagrama propuesto, se muestra físicamente, el prototipo de electroestimulador en la figura 15.

Figura 15. Electroestimulador.



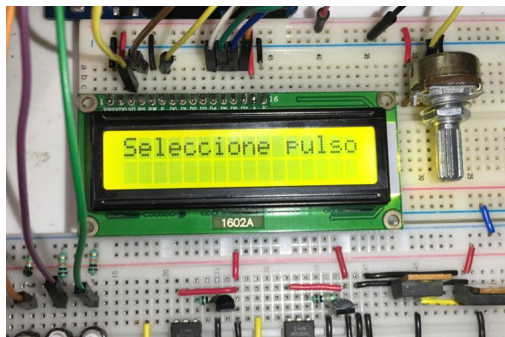
Para validar el funcionamiento del electroestimulador, inicialmente se procede a encenderlo, como se puede observar en la figura 16, en la pantalla LCD se puede leer el mensaje de “Electro Estimacion”.

Figura 16. Mensaje de inicio del prototipo.



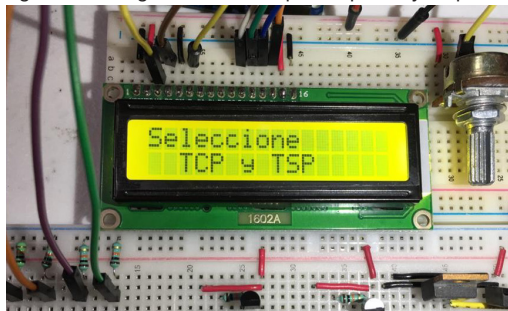
A continuación, en el electroestimulador se puede seleccionar el tipo de pulso que se desea aplicar, esto se muestra en la pantalla LCD de la figura 17. Por medio de los 5 pulsadores con los que cuenta el prototipo, se puede seleccionar el tipo de pulso con el que se desea trabajar.

Figura 17. Selección del tipo de pulso.



A continuación, se muestra el mensaje de selección de un Tiempo Con Pulsos (TCP) y un Tiempo Sin Pulsos (TSP) que se pueden apreciar en la figura 18 por medio de los botones CP y SP. En el prototipo se puede aumentar el tiempo CP y SP necesario. En seguida se pulsa el botón aceptar para confirmar la configuración.

Figura 18. Configuración del tiempo con pulsos y sin pulsos.



Finalmente, después de aceptar la configuración se visualiza en la pantalla LCD un mensaje, en el cual, se muestra que la electroterapia se está aplicando (figura 19). En la figura 20 se puede ver la medición realizada por medio de un multímetro digital, el cual muestra el voltaje de los dos sistemas, el cual fue de 5 V.

Figura 19. Aplicando la electroterapia.



Figura 20. Aplicando la electroterapia.



## 4. CONCLUSIONES

En trabajo se diseñó y genero el electroestimulador TENS, que permite generar los siguientes tipos de pulso: Pulsos aislados positivos, Pulsos aislados negativos, Pulsos monofásicos positivos, Tren de pulsos y Pulsos Bifásicos, con una frecuencia de entre 1Hz a 200Hz, esto, acorde a la terapia que se requiera, de acuerdo a el tiempo SP (sin pulsos) y CP (con pulsos) que se necesite aplicar. Además, este dispositivo cuenta con un voltaje generado de salida de entre 9-12V, de acuerdo a la alimentación del sistema. Dichos parámetros son utilizados en el tratamiento de electroterapia para tratar dolores musculares a nivel nervio-analgésia. Este prototipo cumple con una configuración de elección de pulsos y la visualización por medio de una pantalla LCD. Sin embargo, este prototipo puede ser mejorado al considerar la posibilidad de aumentar o disminuir los TCP (tiempo con pulsos) y TSP (tiempo sin pulsos), con sus propios botones, para poder configurar mejor los tiempos para una adecuada frecuencia.

## REFERENCIAS

Alfaro, P.L., Balan, A., Matú. N.G., Hernández, A. "Manual de fisioterapia clínica instrumental", *Universidad Autónoma de Campeche, Facultad de enfermería*, [consultado en 2019].

Bazan, N. E. Bases Fisiológicas del Ejercicio, Editorial Paidotribo, Barcelona, España, 2014.

CENETEC, Guías Tecnológicas, [Disponible en: <http://www.cenetec.salud.gob.mx/contenidos/biomedica/gtecnologias.html>]. Fecha de consulta: 11 de septiembre del 2020.

CSG, CONSEJO DE SALUBRIDAD, [Disponible en: [http://www.csg.salud.gob.mx/descargas/pdfs/cuadro\\_basico/instrumental/EDICION\\_2011\\_TOMO\\_II\\_EQUIPO\\_MEDICO\\_-\\_link.pdf](http://www.csg.salud.gob.mx/descargas/pdfs/cuadro_basico/instrumental/EDICION_2011_TOMO_II_EQUIPO_MEDICO_-_link.pdf)] Fecha de consulta: septiembre de 2020.

Diferentes tipos de electroestimulación, [Disponible en: <https://www.trainfes.com/tipos-de-electroestimulacion/>]. Fecha de consulta: 10 de septiembre del 2020.

Diniz, Gabriela Placoná. "Sistema muscular." (2003), [Disponible en: [http://www.sabinamora.es/files/Teora\\_2\\_evaluacin\\_4\\_ESO.pdf](http://www.sabinamora.es/files/Teora_2_evaluacin_4_ESO.pdf)] Fecha de consulta: septiembre de 2020.

González-Muñoz, J. En torno a la Salud. TENS en Manejo del Dolor, [Disponible en: [https://www.academia.edu/8607716/TENS\\_en\\_manejo\\_del\\_Dolor](https://www.academia.edu/8607716/TENS_en_manejo_del_Dolor)]. Fecha de consulta: 08 de octubre de 2020.

Marco-Francisco, F.B. "Electroestimulación muscular. Tipos de frecuencia y efectos", Medical Division, Disponible en [http://www.itechmedicaldivision.com/es/electroestimulacion\\_muscular\\_tipos\\_de\\_frecuencia\\_y\\_efectos-t-7.html](http://www.itechmedicaldivision.com/es/electroestimulacion_muscular_tipos_de_frecuencia_y_efectos-t-7.html) [consultado en Julio 2019].

Rozalén, CENTRO MEDICO Y DE REHABILITACIÓN, [Disponible en: <https://www.clinicarozalen.com/como-usar-el-tens-en-casa/>] Fecha de consulta: septiembre de 2020

SEGOB; DIARIO OFICIAL DE LA FEDERACIÓN, [Disponible en: <http://dof.gob.mx/>]. Fecha de consulta: septiembre del 2020.

# CAPÍTULO 6

## GRÁFICOS VECTORIALES SVG GENERADOS A PARTIR DE INSTRUCCIONES POR VOZ MEDIANTE LA LIBRERÍA *SPEECH RECOGNITION*

Data de submissão: 13/04/2026

Data de aceite: 29/04/2026

### Moisés García Villanueva

Facultad de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Michoacana de  
San Nicolas de Hidalgo  
Morelia, Michoacán, México

<https://orcid.org/0000-0002-8567-309X>

### Salvador Ramírez Zavala

Facultad de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Michoacana de  
San Nicolas de Hidalgo  
Morelia, Michoacán, México

<https://orcid.org/0000-0001-5480-6593>

**RESUMEN:** Los sistemas actuales con reconocimiento de comandos de voz (RCV) abren nuevas posibilidades y son ampliamente utilizados por usuarios muy diversos. En el ámbito del diseño gráfico o de dibujo técnico, se tiene la necesidad de interfaces cada vez más naturales para interactuar con los sistemas de cómputo, es decir, ser más eficientes al realizar el trazo de primitivas en los diseños que se requieren implementar o desarrollar. Este trabajo presenta el desarrollo de una aplicación escrita en Python para el dibujo de formas geométricas básicas a través de comandos de

voz. Se presenta el diseño e implementación de un sistema innovador de reconocimiento de voz que interpreta comandos en lenguaje natural para la generación automática de gráficos vectoriales en formato SVG. La aplicación combina técnicas avanzadas de procesamiento de lenguaje natural (PLN) con instrucciones del lenguaje gráfico, permitiendo a los usuarios crear formas geométricas mediante instrucciones vocales en español. El desarrollo de estas herramientas permite la creación de aplicaciones con gran accesibilidad para usuarios con movilidad reducida, interfaces a manos libres para diseño gráfico y soporte para personas con discapacidades motoras. Se concluye que la combinación de reconocimiento de voz robusto con un motor semántico especializado permite flujos de trabajo intuitivos que reducen significativamente la curva de aprendizaje para usuarios no técnicos.

**PALABRAS CLAVE:** reconocimiento de voz; Procesamiento de Lenguaje Natural; Gráficos Vectoriales; Python; Interacción Humano Máquina.

### GENERATION OF SVG VECTOR GRAPHICS FROM VOICE INSTRUCTIONS USING THE *SPEECH RECOGNITION* LIBRARY

**ABSTRACT:** Current systems with voice command recognition (VCR) open up new possibilities and are widely used by highly diverse users. In the field of graphic design

or technical drawing, there is a need for increasingly natural interfaces to interact with computer systems, that is, to become more efficient when drawing primitives in the designs that need to be implemented or developed. This work presents the development of an application written in Python for drawing basic geometric shapes through voice commands. It presents the design and implementation of an innovative voice recognition system that interprets natural language commands for the automatic generation of vector graphics in SVG format. The application combines advanced natural language processing (NLP) techniques with graphic language instructions, allowing users to create geometric shapes through voice instructions in Spanish. The development of these tools enables the creation of highly accessible applications for users with reduced mobility, hands-free interfaces for graphic design, and support for people with motor disabilities. It is concluded that the combination of robust voice recognition with a specialized semantic engine enables intuitive workflows that significantly reduce the learning curve for non-technical users.

**KEYWORDS:** Voice recognition; Natural Language Processing; Vector Graphics; Python; Human-Machine Interaction Introduction.

## 1. INTRODUCCIÓN

El habla es el modo de comunicación más natural, eficiente y preferido entre los seres humanos. Por lo tanto, se puede suponer que las personas se sienten más cómodas utilizando el habla como método de entrada de información para diversas máquinas o dispositivos que otros modos de comunicación más primitivos como los botones y teclados alfanuméricos. Los sistemas de reconocimiento automático de voz (por sus siglas en Inglés de Automatic Speech Recognition, ASR) nos ayudan a lograr este objetivo. Dichos sistemas permiten que una computadora tome un archivo de audio o la voz directamente del micrófono como entrada y la convierte en texto, preferiblemente en la escritura del idioma hablado. Un ASR ideal debería ser capaz de percibir la entrada, reconocer las palabras habladas y, posteriormente, utilizar las palabras reconocidas como entrada para otra aplicación o dispositivo, de modo que se pueda realizar alguna acción (Gaikwad, et. al., 2010; Radha y Vimala, 2012; Vadwala, et. al., 2017). En retrospectiva, consideramos que los sistemas ASR son el medio futuro de comunicación entre humanos y máquinas (Malik, et. al., 2021).

El reconocimiento de voz, revoluciona la forma en que los usuarios interactúan con los sistemas modernos mediante comandos de voz. La tecnología ASR se basa en gran medida en algoritmos complejos y métodos de aprendizaje automático (ML, Machine Learning por sus siglas en Inglés) para descifrar con precisión las palabras habladas e interpretar su significado. Gracias a su capacidad para comprender y responder al habla humana, el reconocimiento de voz abre un mundo de posibilidades para la comunicación

a manos libres en diversas industrias (Deng y Li, 2013; Gonge, et. al., 2023; Sen, et. al., 2023; Sharma, et. al., 2013).

Además, el reconocimiento automático de voz ya se ha integrado en aplicaciones por los desarrolladores de tecnología de asistencia y muchas otras áreas, lo que ha permitido a las personas controlar sillas de ruedas o acceder a equipos de cómputo utilizando únicamente comunicación aumentativa y alternativa (Bouafif y Ellouze, 2020; Jaradat, et. al., 2022). Este avance mejora la accesibilidad y empodera a las personas de cualquier lengua que se incluye en los sistemas de reconocimiento de voz, especialmente a aquellas con discapacidad, para realizar tareas cotidianas de forma independiente. A pesar de las variaciones lingüísticas y los numerosos dialectos existentes, los investigadores perfeccionan continuamente los algoritmos de reconocimiento de voz y los conjuntos de datos para desarrollar un ASR preciso y eficiente (Nasr, et. al., 2023;).

## 1.1. JUSTIFICACIÓN

La implementación de un sistema de reconocimiento de voz para la generación de gráficos vectoriales representa una convergencia innovadora entre interfaces naturales de usuario y tecnologías de diseño asistido, abordando necesidades críticas en accesibilidad, eficiencia y evolución de paradigmas de interacción humano-computadora. Tres dimensiones se pueden señalar para justificar la implementación de un sistema de ASR en el dibujo asistido por computadora que utiliza el formato estandarizado de imágenes vectoriales SVG (por sus siglas en Inglés de Scalable Vectors Graphics):

1. Brecha en Interfaces de Diseño Actuales. Los sistemas CAD y de diseño vectorial tradicionales presentan barreras significativas: Curva de aprendizaje pronunciada para usuarios no técnicos; Interfaces complejas con cientos de herramientas y menús; Dependencia exclusiva de interacción manual (mouse/tableta); y limitaciones de accesibilidad para usuarios con discapacidades motoras. El reconocimiento de voz moderno ha eliminado varias de estas barreras:

- **Usuarios con discapacidades motoras:** Pueden generar dibujos complejos mediante comandos de voz, sin necesidad de precisión en el movimiento del ratón.
- **Profesionales en entornos estériles:** Cirujanos que diseñan implantes, ingenieros en salas limpias o técnicos en espacios confinados pueden operar CAD sin contacto físico.
- **Diseñadores multidisciplinarios:** La curva de aprendizaje se reduce significativamente al permitir comandos en lenguaje natural.

Nuestro sistema propone un paradigma alternativo mediante comandos naturales en español, reduciendo la complejidad cognitiva y física requerida.

Evolución de las Tecnologías de Voz. El reconocimiento de voz ha alcanzado niveles de madurez óptimos: Precisión superiores al 95% en español con modelos modernos; Procesamiento en tiempo real con latencias o tiempo de respuesta inferior a 200 ms; Disponibilidad de bibliotecas de código abierto robustas; Integración multiplataforma sin dependencias de hardware especializadas.

El ecosistema de librerías para reconocimiento de voz en Python ha experimentado una transformación radical en los últimos años, evolucionando desde simples wrappers de APIs externas hacia frameworks completos que integran modelos de última generación capaces de operar offline, en tiempo real y en dispositivos de borde. Esta evolución responde a tres demandas fundamentales: privacidad (procesamiento local sin envío de datos a la nube), latencia (respuestas en tiempo real) y personalización (adaptación a dominios específicos).

3. Estandarización y Portabilidad SVG. El formato SVG es abierto y estandarizado desarrollado y mantenido por el World Wide Web Consortium (W3C), el organismo internacional que crea estándares para la web. El proceso de estandarización implica que cualquier persona u organización puede descargar, leer e implementar la especificación completa sin pagar licencias ni regalías. Esta apertura es fundamental para su adopción masiva. El formato SVG constituye un estándar abierto ideal: Soporte nativo en navegadores y software de diseño; Escalabilidad infinita sin pérdida de calidad; Estructura en el lenguaje de etiquetas XML legible y procesable; Ecosistema de herramientas maduro para manipulación. La estandarización y portabilidad son las columnas vertebrales que han permitido a SVG convertirse en el formato universal de gráficos vectoriales en la web y más allá. La estandarización por el W3C garantiza que exista una especificación única, pública y mantenida profesionalmente, mientras que la portabilidad asegura que los archivos creados según esa especificación funcionen consistentemente en cualquier entorno conforme.

Esta combinación ha creado un ecosistema donde:

- **Desarrolladores** pueden generar SVG programáticamente con confianza.
- **Diseñadores** pueden intercambiar archivos sin preocuparse por compatibilidad.
- **Usuarios finales** ven el mismo resultado independientemente de su dispositivo o navegador.
- **Organizaciones** pueden invertir en activos SVG a largo plazo sin riesgo de bsolescencia.

La estandarización no es un fin en sí mismo, sino el mecanismo que hace posible la portabilidad, y la portabilidad es el valor que justifica la estandarización. Juntas, estas cualidades explican por qué SVG, a más de dos décadas de su creación, sigue siendo el formato de referencia para gráficos vectoriales en aplicaciones técnicas, científicas, educativas y de diseño.

La pregunta de investigación que se plantea es: ¿Cómo puede un sistema de reconocimiento de voz en español, basado en expresiones regulares y procesamiento de lenguaje natural, generar representaciones SVG precisas de formas geométricas básicas a través de comandos naturales?

## 2. MATERIALES Y MÉTODO

### 2.1. BIBLIOTECAS DE PYTHON PARA EL RECONOCIMIENTO DE VOZ

Para el reconocimiento de voz en español con Python, Speech Recognition es la biblioteca principal, ya que actúa como una interfaz para múltiples motores (Google, Sphinx, Vosk, Whisper) y permite especificar el idioma ('es' o 'es-ES' para el caso del idioma español), siendo ideal para grabar audio del micrófono o leer de archivos .wav, .flac, etcétera.

La librería Speech Recognition es una librería que se utiliza para realizar reconocimiento de voz en tiempo real o en archivos de audio pregrabados. Ésta tiene soporte de varias APIs (Buse y Weimer, 2012), en línea y fuera de línea. Dentro de éstas se encuentran: Google Speech Recognition, Wit.ai, Microsoft Azure Speech, Microsoft Bing Voice Recognition, IBM Speech to Text, Tensorflow, OpenAI whisper, Whisper API, entre otras. Esta librería está programada en el lenguaje Python y admite varios formatos de archivo de audio, como WAV, AIFF, y FLAC. Otras características útiles de la librería Speech Recognition en Python son, el reconocimiento de palabras clave, el reconocimiento de múltiples idiomas y la integración con servicios de transcripción en línea. Esta librería es muy útil para aquellos que desean agregar capacidades de reconocimiento de voz en sus proyectos en Python. Así como también para aquellos que trabajan con datos de voz y necesitan transcribirlos a texto para su análisis. Actualmente, esta librería es utilizada por una amplia gama de personas, desde desarrolladores y científicos de datos, hasta investigadores, y entusiastas de la tecnología. Además, esta librería es especialmente popular por su facilidad de uso y la gran cantidad de documentación y ejemplos disponibles en línea. Además, muchas empresas y organizaciones también utilizan la librería Speech Recognition en sus productos y servicios, especialmente en el campo de la tecnología de la voz y el habla.

Dentro de sus ventajas se encuentra su facilidad de uso, el gran soporte que tiene y su documentación, así como la gran cantidad de ejemplos que existen en línea. Parte de esta librería se puede utilizar sin tener conexión a internet (Soldara, et. al., 2024).

## 2.2. EXPRESIONES REGULARES EN EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN PYTHON

La integración de expresiones regulares con sistemas de reconocimiento de voz para la generación de gráficos vectoriales SVG representa una aproximación pragmática y eficiente para la interpretación de comandos de dibujo en lenguaje natural. Este enfoque combina la potencia de las bibliotecas de reconocimiento de voz en Python con la precisión de concordancia de patrones para extraer información estructurada de enunciados controlados.

Las expresiones regulares en Python son una secuencia de caracteres que definen un patrón para buscar y manipular texto. Se utilizan con el módulo `re` de Python para realizar tareas como la coincidencia de patrones, la búsqueda de subcadenas, la validación de formatos (como el de correo electrónico) y la sustitución de texto. Las expresiones regulares son un lenguaje embebido que permite establecer reglas complejas para encontrar y extraer información de cadenas de texto de forma eficiente. Para los comandos que nos permitan identificar las formas geométricas primitivas de los gráficos vectoriales SVG, para el presente trabajo se establecieron las expresiones regulares que se muestran en la Tabla 1. El caso del círculo está expresión regular permite extraer los parámetros o atributos: a) coordenada del centro del círculo (`P<x>` y `P<y>`); y el valor del radio (`P<radio>`)

Tabla 1.- Definición de las expresiones regulares que identifican las primitivas a dibujar en la aplicación de comandos por voz.

Primitiva	Expresión regular
círculo	<code>r""c[ii]rculo\s+(?P&lt;x&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s*[, \. \s]\s*(?P&lt;y&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s+(?radio\s+)?(?P&lt;radio&gt;\d+(?!\. \d+)?)"""</code>
línea	<code>r""l[ii]nea\s+(?P&lt;x1&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s*[, \. \s]\s*(?P&lt;y1&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s+(?hasta a\s+)?(?P&lt;x2&gt;\d+(?!\. \d+)?) \s*[, \. \s]\s*(?P&lt;y2&gt;\d+(?!\. \d+)?) """</code>
rectángulo	<code>r""rect[áa]ngulo\s+(?P&lt;x&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s*[, \s]\s*(?P&lt;y&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s+ancho\s+(?P&lt;w&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s+alto\s+(?P&lt;h&gt;\d+(?!\. \d+)?)"""</code>
polígono	<code>r"" polígono\s+de\s+radio\s+(?P&lt;radio&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s+lados\s+ (?P&lt;n&gt;\d+)\s*(?en\s+)(?P&lt;x&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s*[, \. \s]\s*(?P&lt;y&gt;\d+(?!\. \d+)?) """</code>
estrella	<code>r"" estrella\s+de\s+radio\s+(?P&lt;radio&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s+picos\s+ (?P&lt;n&gt;\d+)\s*(?en\s+)(?P&lt;x&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s*[, \. \s]\s*(?P&lt;y&gt;\d+(?!\. \d+)?)"""</code>
elipse	<code>r"" elipse\s+de\s+radios\s+(?P&lt;radioMe&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s*[, \. \s]\s*(?P&lt;radioMa&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s*(?en\s+)(?P&lt;cx&gt;\d+(?!\. \d+)?)\s*[, \. \s]\s*(?P&lt;cy&gt;\d+(?!\. \d+)?) """</code>

En una expresión regular podemos encontrar: patrones comunes, cuantificadores, clases y grupos de caracteres. La Tabla 2 nos muestra estos elementos y su significado en las expresiones regulares.

Tabla 2. Elementos que es posible encontrar en una expresión regular.

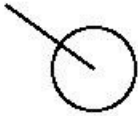
Patrones comunes		Cuantificadores		Clases y grupos	
.	Cualquier carácter (excepto nueva línea)	*	0 o más veces	[abc]	Cualquier letra a, b o c
\d	Dígitos (0-9)	+	una o más veces	[a-z]	Rango de minúsculas
\D	No dígitos	?	cero o una vez	[A-Z]	Rango de mayúsculas
\w	Letras, números, guión bajo (a-z, A-Z, 0-9, _)	{n}	Exactamente n veces	[0-9]	Rango de números
\W	No palabras	{n,}	n o más veces	[^abc]	Negación: cualquier carácter excepto a,b,c
\s	Espacios, tabs, saltos de línea	{n,m}	Entre n y m veces		OR lógico
\S	No espacios			( )	Grupo de captura
^	Inicio de cadena			(?:)	Grupo no capturador
\$	Fin de cadena				
\n	Nueva línea				
\t	Tabulador				

### 2.3. GRÁFICOS VECTORIALES ESCALABLES

Gráficos Vectoriales Escalables es un estándar en el entorno web para definir gráficos basados en vectores, los cuales se pueden incrustar en páginas Web de la misma forma que se inserta una imagen de mapa de bits. A diferencia de los archivos raster basados en píxeles, como los JPEG, los archivos vectoriales almacenan imágenes mediante fórmulas matemáticas basadas en puntos y líneas en una cuadrícula. El formato de estas imágenes se basa en XML, el estándar SVG proporciona marcado por etiquetas para describir rutas, formas y texto dentro de una ventana gráfica. Las etiquetas se pueden incrustar directamente en HTML para mostrar el gráfico o puede ser guardado en un archivo .svg e insertarlo como cualquier otra imagen en el lenguaje HTML.

Puede escribir SVG a mano, pero se pueden diseñar gráficos más complicados en editores de gráficos vectoriales, la Tabla 1 muestra el ejemplo de las etiquetas que permiten crear un gráfico vectorial escalable o archivo SVG que dibuja un círculo y una línea, elementos que se ilustran en la parte derecha de la Tabla 3.

Tabla 3.- Ejemplo de las etiquetas que conforman un gráfico vectorial SVG (izquierda), las etiquetas representan formas (un círculo y una línea) que se grafican en el espacio gráfico definido (derecha).

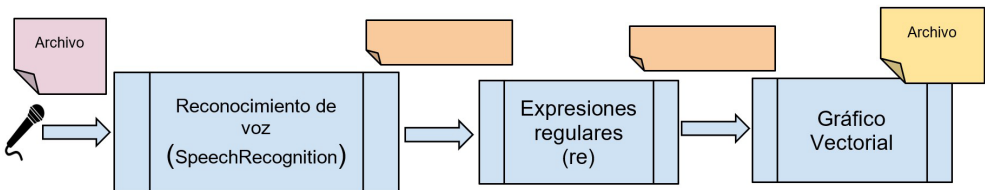
Etiquetas SVG para crear la imagen vectorial	Imagen Resultante
<pre>&lt;svg width='100' height='80' xmlns='http://www.w3.org/2000/svg'&gt; &lt;line x1='10.0' y1='10.0' x2='65.0' y2='50.0' stroke='black' &gt;&lt;/line&gt; &lt;circle cx='65.0' cy='50.0' r='26.0' stroke='black' fill='none'&gt;&lt;/circle&gt; &lt;/svg&gt;</pre>	

Las principales ventajas de las imágenes vectoriales son su escalabilidad infinita, lo que significa que se pueden aumentar o disminuir sin perder calidad, y el tamaño de archivo reducido, ya que se basan en fórmulas matemáticas en lugar de píxeles. También son fáciles de editar y, a menudo, se utilizan para diseño gráfico, logotipos, tipografía y otras aplicaciones donde la flexibilidad y la alta resolución son cruciales.

## 2.4. IMPLEMENTACIÓN

La aplicación implementada para obtener el gráfico vectorial, sigue el proceso descrito por el diagrama de bloques que se presenta en la Figura 1. El primer paso es obtener la voz por el medio más común en la computadora (un micrófono); la segunda etapa consiste en hacer el reconocimiento automático de la voz y convertirlo a texto, la biblioteca de funciones en python que se encargan de esta tarea es Speech Recognition; entonces, se utilizan las expresiones regulares sobre el texto reconocido como tercer paso, identificando los comandos de las formas primitivas y sus parámetros; finalmente se generan las instrucciones (etiquetas) de los elementos que conformarán el gráfico vectorial en el formato SVG.

Figura 1.- Diagrama de bloques involucrados en el proceso de la aplicación que reconoce los comandos de las primitivas que generan el gráfico vectorial.

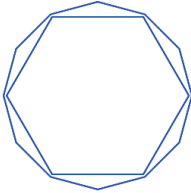


## 2.5. POLÍGONOS REGULARES

Un polígono regular es una figura geométrica plana con todos sus lados y ángulos interiores iguales, lo que significa que son equiláteros y equiangulares. En el formato de imágenes vectoriales SVG, existe la etiqueta <polygon> para dibujar cualquier tipo

de polígono. Se requiere realizar el cálculo de las coordenadas que corresponden a los vértices del polígono. Para el presente trabajo se utilizó la rutina que se muestra en la Tabla 4, en la que se determinan los puntos que permiten dibujar el polígono regular a partir de proporcionar la cantidad de lados y el radio del círculo en el que quedará circunscrito el polígono.

Tabla 4.- Ejemplo de la etiqueta <polygon> que permite dibujar un polígono en el formato gráfico vectorial SVG (izquierda). En el lado derecho de la tabla se ilustra la imagen resultante.

Etiquetas SVG para crear la imagen vectorial	Imagen Resultante
<pre>&lt;svg width='1000' height='1000' xmlns='http://www.w3.org/2000/svg'&gt; &lt;polygon points='127.0,72.0 118.69,103.0 96.0,125.69 65.0,134.0 34.0,125.69 11.30,103.0 3.0,72.0 11.30,41.0 33.99,18.30 64.99,10.0 96.0,18.30 118.69,40.99 ' stroke='blue' fill='none'&gt;&lt;/polygon&gt; &lt;polygon points='125.0,72.0 95.0,123.96 35.0,123.96 5.0,72.0 34.99,20.03 95.0,20.03 ' stroke='blue' fill='none'&gt;&lt;/polygon&gt; &lt;/svg&gt;</pre>	

Para generar las coordenadas de los vértices de un polígono regular se utilizan las ecuaciones paramétricas E1 y E2.

$$x_i = X_c + r \cos\left(\frac{2 * \pi * i}{n}\right) \quad (E1)$$

$$y_i = Y_c + r \sin\left(\frac{2 * \pi * i}{n}\right) \quad (E2)$$

En donde  $x_i, y_i$  corresponden a la coordenada del vértice  $i$ -ésimo del polígono;  $X_c$  y  $Y_c$  son los valores de la coordenada del centro del polígono;  $r$  es el valor del radio en el que estará inscrito el polígono;  $n$  es la cantidad de lados que tendrá el polígono; El intervalo de valores que toma la variable  $i$  es de  $0$  a  $n-1$ .

## 2.6. DIBUJAR UNA ESTRELLA

Para dibujar una estrella, se considera obtener los vértices de dos polígonos regulares de la misma cantidad de lados pero de radios diferentes. Las puntas o picos de la estrella corresponden a los vértices del polígono cuyo radio es mayor (vértices externos); mientras que los vértices del polígono interno o de radio menor son los puntos que corresponden a los ángulos interiores (vértices internos), aquellos puntos más cercanos al centro de la estrella y que forman los valles de la estrella, estos permiten dibujar las líneas que van de los vértices internos a los externos. Las ecuaciones E3 y E4,

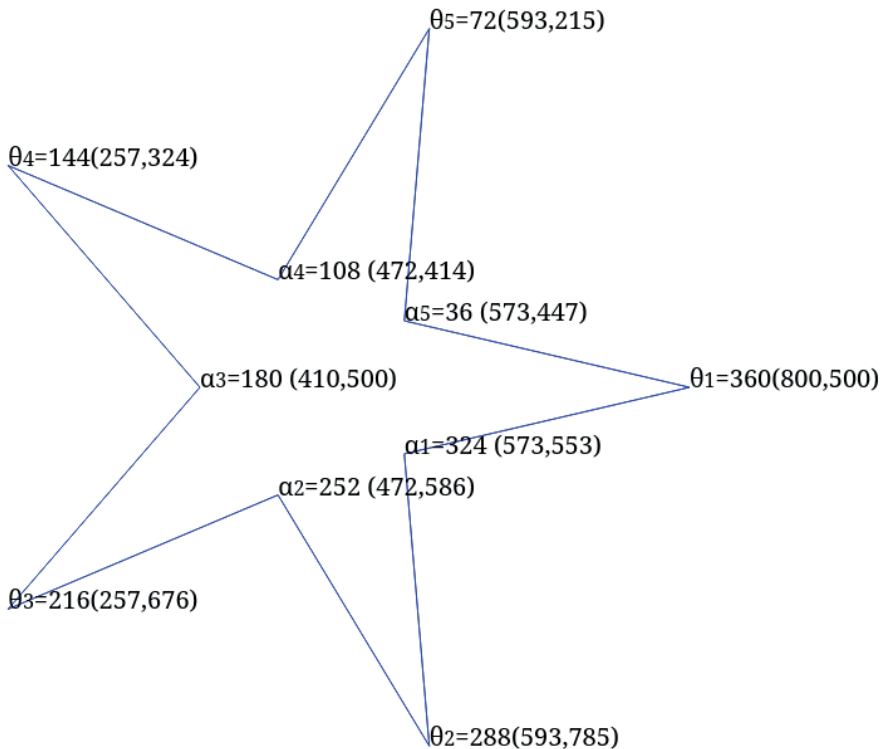
definen la forma en que se obtienen los valores para los vértices exteriores e interiores de una estrella de  $n$  picos.

$$x_{ext-i} = X_c + r_{ext} \cos(\theta_i), y_{ext-i} = Y_c + r_{ext} \sin(\theta_i) \quad (E3)$$

$$x_{int-i} = X_c + r_{int} \cos(\alpha_i), y_{int-i} = Y_c + r_{int} \sin(\alpha_i) \quad (E4)$$

El radio interior se puede obtener a partir del exterior, para el ejemplo que se muestra en la Figura 2, el radio interior es el 30% del radio exterior. El rango de valores del ángulo  $\theta$  van de 360 a 0, el incremento se obtiene de la ecuación:  $\theta = \frac{360}{n}$ , en donde  $n$  corresponde a la cantidad de picos que contiene la estrella. El valor inicial de  $\alpha$  se obtiene de la ecuación:  $\alpha_1 = 360 - \frac{360}{2n}$  y el incremento para los siguientes valores de  $\alpha$  es el mismo que para el ángulo  $\theta$ .

Figura 2. Estrella dibujada a partir de obtener los vértices de los polígonos exterior e interior que permiten dibujar la estrella. Se muestra una estrella de 5 picos y los valores de los ángulos para obtener los valores de los vértices exteriores e interiores de la estrella.



## 2.7. ETIQUETA PARA DIBUJAR UNA ELIPSE

Una elipse es una figura más general que un círculo. En el contexto de la creación de un elemento `<ellipse>` en el formato de gráficos vectoriales SVG, los valores de un semieje mayor  $rx$ , un semieje menor  $ry$  y las coordenadas de su punto de intersección ( $cx$ ,  $cy$ ) deben ser indicados como atributos de la etiqueta. Estas características o atributos indican lo siguiente:

$rx$ ,  $ry$  – corresponde al radio respecto al eje coordenado de las  $x$  en el plano cartesiano ( $rx$ ), mientras que  $ry$  representa el radio para el eje  $y$  de la elipse (se les denomina semieje mayor y semieje menor). Cuando el valor de  $rx$  y  $ry$  son iguales, se obtiene una circunferencia, ver la imagen en la Tabla 5.

$cx$ ,  $cy$  – corresponden a las coordenadas  $x$  e  $y$  del centro de la elipse.

Tabla 5.- Ejemplos de la etiqueta `<ellipse>` para dibujar las diferentes formas elípticas en un gráfico vectorial SVG (izquierda). La imagen de elipses para diferentes valores de los radios mayores y menores y cuando son iguales se ilustran en la parte derecha de la tabla.

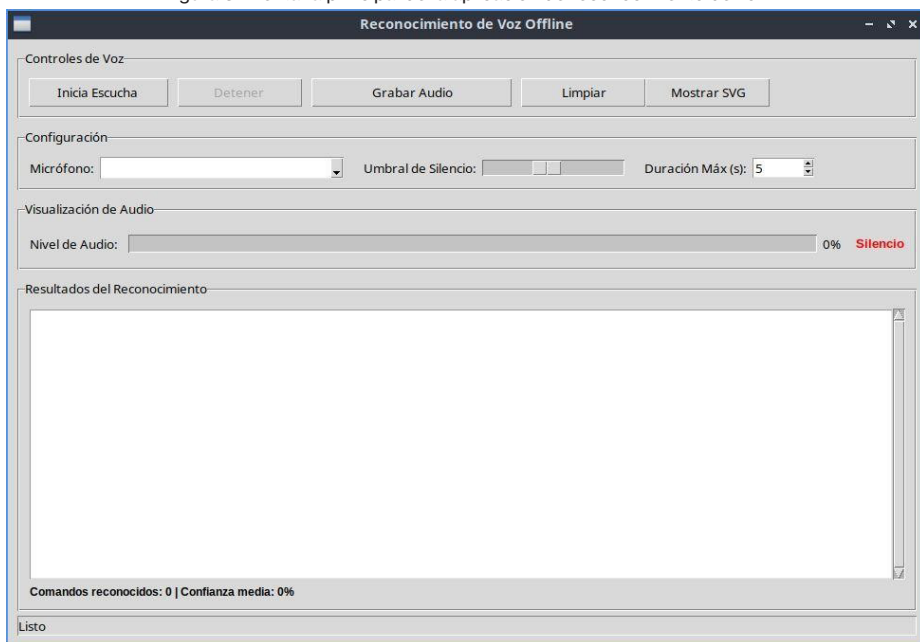
Etiquetas SVG para crear las diferentes formas elípticas	Imagen Resultante
<pre>&lt;svg width='200' height='280' xmlns='http://www.w3.org/2000/svg'&gt; &lt;ellipse cx='69.0' cy='50.0' rx='65.0' ry='45.0' stroke='black' fill='orange' &gt; &lt;/ellipse&gt; &lt;ellipse cx='165.0' cy='100.0' rx='30.0' ry='60.0' stroke='blue' fill='red' &gt; &lt;/ellipse&gt; &lt;ellipse cx='50.0' cy='140.0' rx='30.0' ry='30.0' stroke='grey' fill='lime' &gt; &lt;/ellipse&gt;  &lt;text x='69' y='50' text-anchor='middle'&gt;rx &gt; ry&lt;/text&gt; &lt;text x='165' y='100' text-anchor='middle'&gt;rx &amp;lt; ry&lt;/text&gt; &lt;text x='50' y='140' text-anchor='middle'&gt;rx &amp;#61; ry&lt;/text&gt; &lt;/svg&gt;</pre>	

## 3. DESCRIPCIÓN DE LA APLICACIÓN

La interfaz de usuario que se implementó, tiene como objetivo permitir al usuario introducir comandos de voz para dibujar las formas primitivas (círculo, línea, rectángulo y polígono) en la primera versión de la aplicación y poder visualizar la imagen resultante. La aplicación cuenta con un conjunto de botones en la parte superior, véase la Figura 3, esta sección de la aplicación se denomina *Controles de Voz*. El botón *Grabar Audio* hace el proceso de activar el micrófono y almacenar en un archivo de audio (formato wav) la información del usuario, aparece la etiqueta en el mismo botón de *Detener Grabación*, que al terminar de hablar el usuario se debe presionar y la aplicación procede al reconocimiento de voz y generación de texto; entonces se procede a extraer mediante las expresiones regulares definidas alguno de los patrones que definen las primitivas de dibujo a partir

del texto reconocido; finalmente si existe un patrón identificado y se logran extraer los parámetros correctamente, el sistema traduce esa información a su etiqueta equivalente de los gráficos vectoriales SVG. Los resultados del texto reconocido se muestran en el área *Resultados del Reconocimiento*, se indica además la cantidad de patrones que se extrajeron con las expresiones regulares, señalando dicha información como *Comandos Reconocidos*. El botón *Limpiar*, nos permite eliminar de la aplicación los resultados del reconocimiento e iniciar nuevamente el proceso de dibujado. Finalmente el botón de *Mostrar SVG* hace visible la imagen que se produce por las etiquetas que representan las primitivas identificadas. La aplicación cuenta además con una sección de configuración, para el caso de contar con múltiples micrófonos, es posible seleccionar aquel con las mejores características de obtención de audio. La sección de *Visualización de Audio*, le proporciona al usuario un mecanismo visual que indica la captura del audio a través del dispositivo seleccionado, es decir, con este elemento visual se determina el correcto funcionamiento del primer paso en la aplicación: capturar los datos de entrada (voz del usuario).

Figura 3.- Ventana principal de la aplicación de reconocimiento de voz.



De las pruebas obtenidas se observaron las siguientes deficiencias de la aplicación.

1. Dificultad del sistema de reconocimiento para identificar el caracter coma (,). En múltiples ocasiones lo traduce al texto “koma” o como el caracter punto (.). Este problema se afrontó con el mecanismo de buscar y reemplazar.

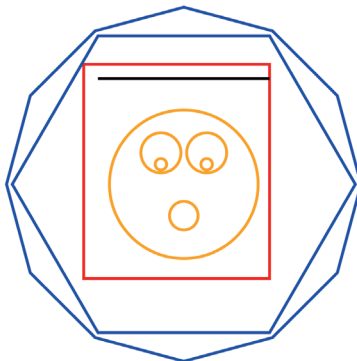
2. Separación entre cantidades numéricas. El sistema de reconocimiento de voz no logra identificar que el usuario está indicando dos valores numéricos, a menos que introduzca un símbolo de separación o permanezca por un periodo de tiempo considerable en silencio, en nuestro caso la separación de los valores de una coordenada es la coma (x,y), sin embargo, en voz también es muy natural que se desee omitir indicar la coma y solo indicar los valores numéricos. Este problema persiste en la aplicación, se plantea como un trabajo futuro abordar una solución de esta deficiencia.
3. Las expresiones regulares no logran extraer patrones que se encuentran en frases de texto que no tienen el patrón de los siguientes ejemplos de frases válidas: “Por favor dibuja un círculo 100,150 radio 50”, “círculo 200.0,300.0 radio 45.0”, “Necesito un círculo de radio 80 en 400,500”, “Crear un círculo 300,400 radio 60”, “Agregar un círculo 500,434 radio 66.7”.

En general las pruebas realizadas nos indican que la eficiencia de la aplicación se encuentra establecida principalmente por el reconocimiento de voz al traducirlo al texto, de ello depende en gran medida que las expresiones regulares planteadas logren extraer los patrones definidos.

Para ejemplificar el uso de la aplicación, a continuación se indican el tipo de frases que se dictaron para la fase de pruebas a las que se sometió el sistema, mostrando en la Figura 4 el gráfico vectorial resultante.

Figura 4.- Gráfico vectorial resultante al dictarle a la aplicación los comandos de voz, se identificaron e interpretaron las primitivas de dibujo en el formato SVG.

*Dibujar círculo 65,72 radio 26  
 otro círculo 65,83 radio 5 círculo 73,61 radio 7 círculo 57,61 radio 7  
 Dibuja círculo 73,65 radio 2 círculo 57,65 radio 2  
 línea 35,35 a 95,35  
 Crear rectángulo 30,30 ancho 65 alto 75  
 polígono de radio 60 lados 6 en 65,72  
 polígono de radio 62 lados 12 en 65,72*



## 4. CONCLUSIONES

La implementación de un sistema de reconocimiento por voz en Python no solo es técnicamente viable sino estratégicamente óptimo, combinando la expresividad del español con la eficiencia de desarrollo que ofrece Python. El proyecto aborda necesidades reales de mercado mientras contribuye al avance académico en interfaces humano-computadora naturales, posicionándose como un puente entre la tecnología actual y los paradigmas de interacción del futuro.

La evolución de las tecnologías de reconocimiento de voz, desde los rudimentarios sistemas de dígitos aislados hasta las sofisticadas arquitecturas basadas en transformadores y atención, ha transformado fundamentalmente la manera en que interactuamos con las herramientas de diseño asistido por computadora.

Esta evolución no ha sido solamente técnica; ha representado un cambio filosófico en la concepción de las interfaces humano-computadora. La capacidad de expresar intenciones de diseño mediante lenguaje natural, complementada por reconocimiento de voz robusto y contextual, ha democratizado el acceso al diseño técnico, reduciendo barreras para personas con discapacidades, expandiendo las posibilidades de trabajo en entornos restrictivos y acelerando la curva de aprendizaje para nuevos diseñadores.

La integración específica con formatos vectoriales como SVG, combinada con las capacidades semánticas de los sistemas modernos de reconocimiento de voz, abre posibilidades fascinantes para la creación de herramientas CAD que responden no solo a comandos explícitos sino a intenciones implícitas, adaptándose al estilo de trabajo y preferencias de cada usuario.

La pregunta de investigación formulada proporciona un marco riguroso para evaluar tanto la efectividad técnica como el impacto práctico del sistema, asegurando contribuciones significativas tanto al campo de la ingeniería de software como al de la accesibilidad computacional.

Trabajos futuros. Se plantea como trabajo futuro incluir dentro de las primitivas formas más complejas, por ejemplo: una estrella con centro en la coordenadas  $(x,y)$  de  $K$  cantidad de picos y radio  $R$  con un ángulo de rotación o dibujar múltiples estrellas escaladas que permitan construir objetos 3D a partir de sistemas de corte láser. Además con este sistema base se puede abordar la creación de animaciones con movimientos geométricos básicos de las primitivas en el formato SVG, indicando por voz la forma en que se desea generar el movimiento, por ejemplo circular, lineal, senoidal, etcétera.

## REFERENCIAS

Gaikwad, S. K., Gawali, B. W., & Yannawar, P. (2010). A review on speech recognition technique. *International Journal of Computer Applications*, 10(3), 16-24.

Radha, V., & Vimala, C. (2012). A review on speech recognition challenges and approaches. *doaj.org*, 2(1), 1-7.

Vadwala, A. Y., Suthar, K. A., Karmakar, Y. A., Pandya, N., & Patel, B. (2017). Survey paper on different speech recognition algorithm: challenges and techniques. *Int J Comput Appl*, 175(1), 31-36.

Malik, M., Malik, M. K., Mehmood, K., & Makhdoom, I. (2021). Automatic speech recognition: a survey. *Multimedia Tools and Applications*, 80(6), 9411-9457.

Deng, L., & Li, X. (2013). Machine learning paradigms for speech recognition: An overview. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 21(5), 1060-1089.

Gonge, S., Jain, A., Joshi, R., Vora, D., & Kotecha, K. (2023). Voice recognition system for desktop assistant. In *Computational Vision and Bio-Inspired Computing: Proceedings of ICCVBIC 2022* (pp. 675-690). Singapore: Springer Nature Singapore.

Sen, M., Jana, S., Bhattacharya, S., & Maity, G. (2023). AI-based DBMS controlled speech recognition model for some common computing commands. In *Novel Research and Development Approaches in Heterogeneous Systems and Algorithms* (pp. 143-154). IGI Global.

Sharma, K., Suryakanthi, T., & Prasad, T. V. (2013). Exploration of speech enabled system for English. *arXiv preprint arXiv:1304.8013*.

Bouafif, L., & Ellouze, N. (2020). Implementation of a biometric interface in voice controlled wheelchairs. *Article. Sound and Vibration*, 54(1), 1-15.

Jaradat, G. A., Alzubaidi, M. A., & Ootom, M. (2022). A novel human-vehicle interaction assistive device for Arab drivers using speech recognition. *IEEE Access*, 10, 127514-127529.

Nasr, S., Duwairi, R., & Quwaider, M. (2023). End-to-end speech recognition for arabic dialects. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 48(8), 10617-10633.

Buse, R. P., & Weimer, W. (2012, June). Synthesizing API usage examples. In *2012 34th International Conference on Software Engineering (ICSE)* (pp. 782-792). IEEE.

Soldara, S. M. M., Camacho, D. E. C., Guzman, C. A. M., Ramirez, J. L. T., & Chavez, J. L. H. (2023). Análisis De Características En Herramientas Inteligentes Para Reconocimiento De Voz (Selection Of A Speech Recognition Tool By Analyzing Its Features). *Pistas Educativas*, 45(146).

# CAPÍTULO 7

## DE LAS REDES NEURONALES RECURRENTE A LOS TRANSFORMADORES: EVOLUCIÓN Y ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS PARADIGMAS FUNDAMENTALES DEL APRENDIZAJE PROFUNDO

Data de submissão: 06/06/2026

Data de aceite: 19/06/2026

### **Adolfo Melendez Ramirez**

Tecnológico Nacional de México  
Tecnológico de Estudios  
Superiores de Ecatepec  
Ecatepec de Morelos, Méx., México  
<https://orcid.org/0000-0002-4751-0089>

### **Francisco Jacob Avila Camacho**

Tecnológico Nacional de México  
Tecnológico de Estudios  
Superiores de Ecatepec  
Ecatepec de Morelos, Méx., México  
<https://orcid.org/0000-0002-0086-5827>

### **Juan Manuel Stein Carrillo**

Tecnológico Nacional de México  
Tecnológico de Estudios  
Superiores de Ecatepec  
Ecatepec de Morelos, Méx., México  
<https://orcid.org/0000-0003-3594-504X>

### **Leonardo Miguel Moreno Villalba**

Tecnológico Nacional de México  
Tecnológico de Estudios  
Superiores de Ecatepec  
Ecatepec de Morelos, Méx., México  
<https://orcid.org/0000-0003-0937-3586>

**RESUMEN:** El aprendizaje profundo (Deep Learning) ha experimentado una evolución significativa durante las últimas décadas, convirtiéndose en uno de los pilares fundamentales de la Inteligencia Artificial moderna. Desde la introducción de las Redes Neuronales Recurrentes (RNN), diseñadas para el procesamiento de secuencias temporales, hasta el desarrollo de las Redes Neuronales Convolucionales (CNN), que revolucionaron la visión por computadora, y la aparición de los Transformadores, que transformaron el procesamiento del lenguaje natural y dieron origen a los actuales modelos fundacionales, cada paradigma ha contribuido de manera decisiva al avance de los sistemas inteligentes (Hochreiter & Schmidhuber, 1997; LeCun et al., 1998; Vaswani et al., 2017). Este capítulo presenta una revisión analítica y crítica de estas tres arquitecturas fundamentales, examinando sus principios de funcionamiento, capacidades computacionales, aplicaciones predominantes y limitaciones inherentes. Se analizan aspectos relacionados con la representación del conocimiento, la capacidad para modelar dependencias complejas, la eficiencia computacional, la escalabilidad y la adaptabilidad a diferentes dominios de aplicación, incluyendo el procesamiento del lenguaje natural, la visión artificial, la robótica y los sistemas inteligentes basados en datos. Asimismo, se discute el impacto que los Transformadores han tenido en el surgimiento de los Foundation Models y la Inteligencia

Artificial Generativa, destacando su papel en el desarrollo de sistemas multimodales capaces de integrar texto, imágenes, audio y video dentro de una misma arquitectura (Devlin et al., 2019; Brown et al., 2020; Bommasani et al., 2021). A partir de este análisis, se identifican desafíos abiertos relacionados con la interpretabilidad, el consumo energético, la dependencia de grandes volúmenes de datos y las limitaciones en el razonamiento causal. Finalmente, se argumenta que la evolución del aprendizaje profundo no debe interpretarse como una sustitución lineal de paradigmas, sino como un proceso de complementariedad tecnológica en el que RNN, CNN y Transformadores continúan coexistiendo y aportando soluciones especializadas a problemas específicos. El capítulo concluye identificando las principales tendencias emergentes que probablemente orientarán el desarrollo de la Inteligencia Artificial durante la próxima década, incluyendo arquitecturas híbridas, modelos multimodales, IA Generativa, IA Agéntica y enfoques orientados a la sostenibilidad computacional.

**PALABRAS CLAVE:** aprendizaje profundo; Redes Neuronales Recurrentes; Redes Neuronales Convolucionales; Transformadores; Foundation Models; Inteligencia Artificial Generativa; Modelos Multimodales; Análisis Comparativo.

## FROM RECURRENT NEURAL NETWORKS TO TRANSFORMERS: EVOLUTION AND CRITICAL ANALYSIS OF THE FUNDAMENTAL PARADIGMS OF DEEP LEARNING

**ABSTRACT:** Deep Learning has undergone significant evolution over the last decades, becoming one of the fundamental pillars of modern Artificial Intelligence. From the introduction of Recurrent Neural Networks (RNNs), designed for processing temporal sequences, to the development of Convolutional Neural Networks (CNNs), which revolutionized computer vision, and the emergence of Transformers, which transformed natural language processing and gave rise to current foundation models, each paradigm has contributed decisively to the advancement of intelligent systems (Hochreiter & Schmidhuber, 1997; LeCun et al., 1998; Vaswani et al., 2017). This chapter presents an analytical and critical review of these three fundamental architectures, examining their operating principles, computational capabilities, predominant applications, and inherent limitations. It analyzes aspects related to knowledge representation, the ability to model complex dependencies, computational efficiency, scalability, and adaptability to different domains of application, including natural language processing, artificial vision, robotics, and data-driven intelligent systems. Likewise, the chapter discusses the impact that Transformers have had on the emergence of Foundation Models and Generative Artificial Intelligence, highlighting their role in the development of multimodal systems capable of integrating text, images, audio, and video within a single architecture (Devlin et al., 2019; Brown et al., 2020; Bommasani et al., 2021). Based on this analysis, open challenges are identified, including interpretability, energy consumption, dependence on large volumes of data, and limitations in causal reasoning. Finally, it is argued that the evolution of deep learning should not be understood as a linear replacement of paradigms, but rather as a process of technological complementarity in which RNNs, CNNs, and Transformers continue to coexist and provide specialized solutions to specific problems. The chapter concludes by identifying the main emerging trends that will likely guide the development of Artificial Intelligence over the next decade, including

hybrid architectures, multimodal models, Generative AI, Agentic AI, and approaches oriented toward computational sustainability.

**KEYWORDS:** Deep Learning; Recurrent Neural Networks; Convolutional Neural Networks; Transformers; Foundation Models; Generative Artificial Intelligence; Multimodal Models; Comparative Analysis.

## 1. INTRODUCCIÓN

La Inteligencia Artificial (IA) se ha consolidado como una de las tecnologías más influyentes del siglo XXI, impactando sectores tan diversos como la salud, la educación, la manufactura, las telecomunicaciones y la investigación científica. Dentro de este contexto, el aprendizaje profundo (Deep Learning) ha desempeñado un papel central al permitir que los sistemas computacionales aprendan representaciones complejas directamente a partir de grandes volúmenes de datos, superando muchas de las limitaciones asociadas con los enfoques tradicionales de aprendizaje automático (Goodfellow et al., 2016).

La evolución de las arquitecturas neuronales ha seguido una trayectoria caracterizada por la búsqueda de modelos capaces de representar relaciones cada vez más complejas entre los datos y el conocimiento. Las Redes Neuronales Recurrentes (RNN) constituyeron uno de los primeros avances significativos en el procesamiento de secuencias, permitiendo modelar dependencias temporales en tareas relacionadas con lenguaje natural, reconocimiento de voz y análisis de series temporales (Hochreiter & Schmidhuber, 1997). Posteriormente, las Redes Neuronales Convolucionales (CNN) revolucionaron la visión por computadora al demostrar una capacidad sobresaliente para extraer características jerárquicas de imágenes y video (LeCun et al., 1998; Krizhevsky et al., 2012).

Un cambio de paradigma ocurrió con la introducción de los Transformadores, cuya arquitectura basada en mecanismos de atención eliminó la dependencia de estructuras recurrentes y permitió entrenar modelos de gran escala con niveles de desempeño sin precedentes (Vaswani et al., 2017). Esta innovación dio origen a los denominados Foundation Models, incluyendo arquitecturas como BERT, GPT, Gemini, Claude y Llama, que actualmente constituyen la base tecnológica de gran parte de los sistemas de IA generativa contemporáneos (Devlin et al., 2019; Brown et al., 2020; Touvron et al., 2023).

Sin embargo, el éxito de los modelos fundacionales ha puesto de manifiesto nuevas limitaciones relacionadas con la interpretabilidad, el razonamiento causal, la

dependencia de grandes cantidades de datos, el elevado consumo energético y la dificultad para incorporar mecanismos robustos de aprendizaje continuo (Schwartz et al., 2020; Bommasani et al., 2021). Estas restricciones han impulsado el surgimiento de nuevas líneas de investigación centradas en la integración de capacidades cognitivas avanzadas, incluyendo memoria persistente, razonamiento simbólico, planificación autónoma y adaptación dinámica al contexto.

En este escenario emergen la IA Agéntica, los sistemas neuro-simbólicos y las propuestas de arquitecturas cognitivas adaptativas como posibles candidatos para la próxima generación de sistemas inteligentes (Bengio, 2024). Entre estas propuestas destaca el concepto de Arquitecturas Neuronales Adaptativas (ANA), entendido como un marco conceptual orientado a la convergencia de múltiples paradigmas de aprendizaje, razonamiento y autonomía dentro de una infraestructura flexible y escalable.

Por ello, el objetivo de este capítulo es analizar críticamente la evolución de las principales arquitecturas del aprendizaje profundo, desde las RNN hasta los modelos fundacionales contemporáneos, identificando sus fortalezas, limitaciones y tendencias futuras.

**Contexto histórico:** La evolución de la inteligencia artificial (IA) y el aprendizaje automático (ML) ha estado marcada por hitos significativos, donde cada época ha impulsado nuevos modelos y arquitecturas que transformaron el campo. En sus inicios, las redes neuronales artificiales (ANN) sentaron las bases de las técnicas modernas de aprendizaje profundo. Sin embargo, la introducción de las Redes Neuronales Recurrentes (RNN) en la década de 1980 por Rumelhart et al. (1986) representó un punto de inflexión, al permitir el procesamiento de datos secuenciales y tareas dependientes del tiempo. Las RNN abrieron la puerta a aplicaciones como el reconocimiento de voz y el modelado del lenguaje, donde el orden de las entradas es crítico.

Con la creciente demanda de reconocimiento de patrones más sofisticados, surgieron las Redes Neuronales Convolucionales (CNN) en los años 90, destacándose el trabajo de LeCun et al. (1998). Las CNN revolucionaron el procesamiento de imágenes gracias a capas convolucionales que extraían características de forma automática y jerárquica. Este avance mejoró drásticamente la precisión en tareas como clasificación de imágenes y detección de objetos, consolidando a las CNN como un pilar en la visión por computadora.

El cambio de paradigma más reciente llegó con la arquitectura Transformer de Vaswani et al. (2017). A diferencia de las RNN, los Transformers emplearon un mecanismo de autoatención, procesando secuencias completas de datos en paralelo y superando

las limitaciones de las RNN en dependencias de largo alcance. Desde entonces, los Transformers se han erigido como la base de modelos de vanguardia en procesamiento del lenguaje natural (NLP), como BERT (Devlin et al., 2018) y GPT (Brown et al., 2020), extendiéndose incluso a dominios como visión artificial y tareas multimodales.

**Objetivo del capítulo:** El objetivo de este capítulo es examinar críticamente la evolución de las arquitecturas neuronales que han marcado el desarrollo del aprendizaje profundo, identificando los cambios paradigmáticos que condujeron desde los modelos recurrentes y convolucionales hasta los actuales modelos fundacionales basados en atención.

## 2. FUNDAMENTO TEORICO

### 2.1. REDES NEURONALES RECURRENTE (RNN)

**Funcionamiento básico de las RNN:** Las Redes Neuronales Recurrentes (RNN) son una clase de redes neuronales que destacan en el procesamiento de datos secuenciales al mantener un estado oculto que captura información de pasos de tiempo anteriores. Esta conexión recurrente permite que la red propague información de un paso al siguiente, lo que le facilita modelar dependencias temporales.

La arquitectura de las RNN puede describirse formalmente de la siguiente manera: dada una secuencia de entrada  $x = (x_1, x_2, \dots, x_T)$ , el estado oculto  $h_t$  en el paso de tiempo  $t$  se calcula como:

$$h_t = \sigma(W_{hh} h_{t-1} + W_{xh} x_t)$$

Donde  $W_{hh}$  y  $W_{xh}$  son matrices de pesos, y  $\sigma$  es una función de activación (Elman, 1990).

**Aplicaciones clave:** Las RNN se han aplicado ampliamente en diversas tareas secuenciales, particularmente en Procesamiento del Lenguaje Natural (NLP) y predicción de series de tiempo. Han demostrado eficacia en tareas como modelado de lenguaje (Mikolov et al., 2010), reconocimiento de voz (Graves et al., 2013) y traducción automática (Sutskever et al., 2014). En el modelado de lenguaje, las RNN predicen la siguiente palabra en una secuencia basándose en el contexto proporcionado por las palabras anteriores, aprovechando su capacidad para mantener información a lo largo de los pasos de tiempo.

**Limitaciones:** A pesar de sus fortalezas, las RNN enfrentan desafíos significativos, particularmente el problema del gradiente que se desvanece, que obstaculiza su capacidad para aprender dependencias a largo plazo (Bengio et al., 1994). A medida que los gradientes se retropropagan a través del tiempo, pueden

disminuir exponencialmente, dificultando que la red aprenda de información pasada distante. Esta limitación ha llevado al desarrollo de arquitecturas más avanzadas, como las Redes de Memoria a Largo Corto Plazo (LSTM) (Hochreiter & Schmidhuber, 1997) y las Unidades Recurrentes con Puertas (GRU) (Cho et al., 2014), las cuales mitigan este problema al incorporar mecanismos para gestionar mejor el flujo de información a lo largo de los pasos de tiempo.

## 2.2. REDES NEURONALES CONVOLUCIONALES (CNN)

**Estructura y funcionamiento de las CNN:** Las Redes Neuronales Convolucionales (CNN) están diseñadas para procesar datos estructurados en forma de cuadrícula, como imágenes, aplicando filtros convolucionales que extraen características jerárquicas. Una CNN típicamente consta de capas convolucionales, capas de pooling y capas totalmente conectadas. La capa convolucional aplica un conjunto de filtros entrenables que se deslizan sobre la imagen de entrada, generando mapas de características que capturan jerarquías espaciales en los datos.

Este proceso puede expresarse matemáticamente como:

$$F_{ij}^k = (W^k * X)_{ij} + b^k,$$

Donde  $F_{ij}^k$  es el mapa de características en la posición  $(i,j)$  para el filtro  $k$ -ésimo,  $W^k$  es el peso del filtro y  $b^k$  es el término de sesgo (LeCun et al., 1998).

**Aplicaciones clave:** Las CNN se han convertido en el estándar de facto para tareas de visión por computadora gracias a su capacidad para capturar características espaciales con alta precisión. Se han aplicado exitosamente en clasificación de imágenes (Krizhevsky et al., 2012), detección de objetos (Girshick et al., 2014) y segmentación de imágenes (Long et al., 2015). Por ejemplo, en tareas de clasificación de imágenes, las CNN aprenden automáticamente a detectar bordes, texturas y patrones complejos, que luego se utilizan para clasificar imágenes en categorías.

**Limitaciones:** Aunque las CNN son potentes, presentan desventajas, como su dependencia de grandes conjuntos de datos etiquetados para entrenamiento y su alto costo computacional. Entrenar CNN profundas suele requerir recursos computacionales significativos (como GPU) y grandes volúmenes de datos etiquetados para evitar el sobreajuste (Goodfellow et al., 2016). Además, las CNN no están diseñadas para capturar dependencias temporales, lo que limita su aplicabilidad en tareas que requieren procesamiento de datos secuenciales, como el análisis de video.

## 2.3. TRANSFORMERS

Arquitectura y mecanismo de atención: Los Transformers, introducidos por Vaswani et al. (2017), representan un cambio de paradigma en el diseño de redes neuronales, especialmente para tareas de secuencia a secuencia. A diferencia de las RNN, que procesan datos secuencialmente, los Transformers utilizan un mecanismo de autoatención que les permite procesar secuencias completas de manera simultánea. Este mecanismo calcula una suma ponderada de la secuencia de entrada, donde los pesos se determinan por la relevancia de cada parte de la secuencia respecto a un token específico.

Esto se expresa matemáticamente como:

$$\text{Attention}(Q, K, V) = \text{softmax}\left(\frac{QK^T}{\sqrt{d_k}}\right)V,$$

donde  $Q$ ,  $K$  y  $V$  son las matrices de consulta, clave y valor, y  $d_k$  es la dimensión de los vectores clave (Vaswani et al., 2017).

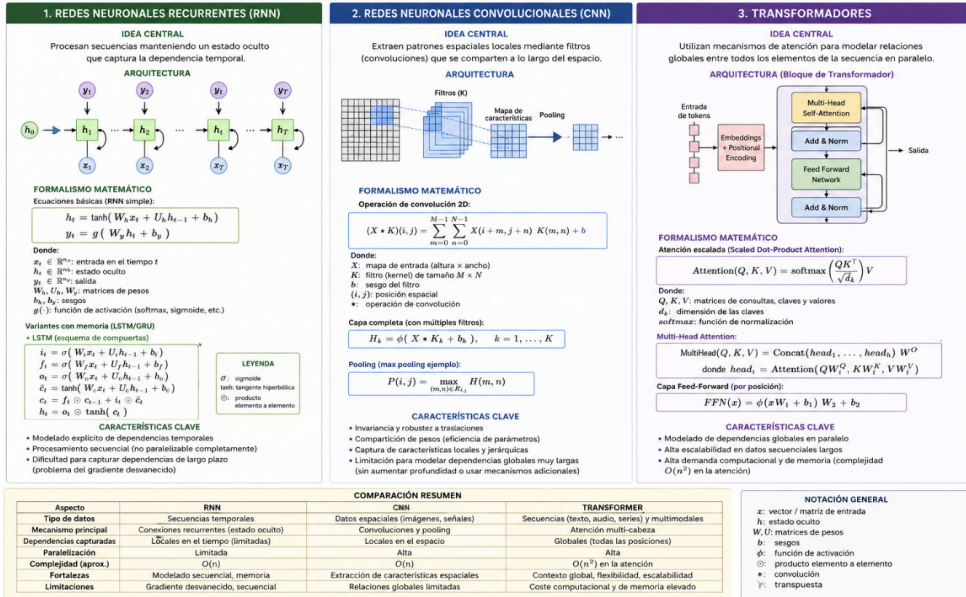
**Aplicaciones clave:** Los Transformers se han convertido en la base de modelos de vanguardia en NLP, como BERT (Devlin et al., 2018), GPT (Brown et al., 2020) y T5 (Raffel et al., 2020). Estos modelos han logrado rendimientos sin precedentes en tareas como traducción de lenguaje, resumen de texto y respuesta a preguntas. La capacidad de los Transformers para capturar dependencias de largo alcance y procesar datos en paralelo también ha impulsado su aplicación en áreas más allá del NLP, como visión por computadora (Dosovitskiy et al., 2021) y predicción de estructuras de proteínas (Jumper et al., 2021).

**Impacto y eficiencia:** La eficiencia y escalabilidad de los Transformers los han posicionado como la opción preferida para aplicaciones a gran escala. A diferencia de las RNN, los Transformers pueden entrenarse de manera más eficiente gracias a la paralelización, lo que reduce significativamente el tiempo de entrenamiento (Vaswani et al., 2017). Además, su modularidad permite adaptarlos y ajustarlos fácilmente para diferentes tareas y dominios, haciéndolos altamente versátiles en el campo del aprendizaje automático.

En la figura 1. Presentamos un resumen grafico del formalismo de cada paradigma, ANN, CNN y trasformadores.

## FORMALISMO DE LOS PARADIGMAS FUNDAMENTALES DEL APRENDIZAJE PROFUNDO

Resumen matemático, arquitectónico y funcional de RNN, CNN y Transformadores



## 3. ANALISIS COMPARATIVO

### 3.1. RENDIMIENTO

El rendimiento de las Redes Neuronales Recurrentes (RNN), las Redes Neuronales Convolucionales (CNN) y los Transformers varía significativamente según la tarea específica, reflejando sus arquitecturas y filosofías de diseño subyacentes.

**Rendimiento de las RNN:** Las RNN son especialmente efectivas en tareas que involucran datos secuenciales, como pronósticos de series de tiempo, modelado de lenguaje y traducción automática. Su capacidad para mantener un estado oculto que captura información de entradas previas las hace ideales para tareas donde el contexto temporal es crucial (Elman, 1990). Sin embargo, las RNN estándar tienen dificultades con dependencias de largo alcance debido al problema del gradiente que se desvanece, lo que limita su rendimiento en tareas que requieren retener información en secuencias extensas (Bengio et al., 1994). La introducción de las redes de Memoria a Largo Corto Plazo (LSTM) (Hochreiter & Schmidhuber, 1997) y las Unidades Recurrentes con Puertas (GRU) (Cho et al., 2014) mitigó estos problemas, mejorando su capacidad para manejar secuencias largas.

**Rendimiento de las CNN:** Las CNN se han convertido en el referente estándar para tareas relacionadas con imágenes, gracias a su capacidad de extraer características jerárquicas. En clasificación de imágenes, por ejemplo, han demostrado un rendimiento de vanguardia, logrando alta precisión al aprender automáticamente bordes, texturas y patrones complejos (Krizhevsky et al., 2012). También han mostrado resultados sobresalientes en detección de objetos y segmentación (Girshick et al., 2014; Long et al., 2015). No obstante, las CNN son menos efectivas para procesar secuencias temporales, lo que restringe su uso en dominios como análisis de video o procesamiento de lenguaje natural.

**Rendimiento de los Transformers:** Los Transformers han superado a las RNN y CNN en muchas tareas de secuencia a secuencia, especialmente en procesamiento del lenguaje natural (NLP). El mecanismo de autoatención de los Transformers les permite analizar secuencias completas de una vez, capturando dependencias de largo alcance mejor que las RNN (Vaswani et al., 2017). Esto ha impulsado avances en traducción automática, resumen de texto y respuesta a preguntas, con modelos como BERT (Devlin et al., 2018) y GPT (Brown et al., 2020) estableciendo nuevos récords en NLP. Además, se han adaptado a visión artificial, donde modelos como Vision Transformers (ViT) igualan el rendimiento de las CNN en clasificación de imágenes (Dosovitskiy et al., 2021).

### 3.2. ESCALABILIDAD Y EFICIENCIA COMPUTACIONAL

La escalabilidad y la eficiencia computacional son factores críticos al comparar RNN, CNN y Transformers, especialmente en modelos de gran escala aplicados a conjuntos de datos complejos.

**Escalabilidad y eficiencia de las RNN:** Las RNN son menos escalables que las CNN y los Transformers debido a su naturaleza secuencial. La necesidad de procesar entradas de manera dependiente del tiempo limita la paralelización durante el entrenamiento, lo que genera tiempos de entrenamiento más largos y costos computacionales elevados, especialmente para secuencias largas (Pascanu et al., 2013). Arquitecturas como LSTM y GRU, aunque más eficientes que las RNN estándar, siguen enfrentando desafíos de escalabilidad por su diseño inherente.

**Escalabilidad y eficiencia de las CNN:** Las CNN, aunque demandan muchos recursos debido a las operaciones de convolución, se benefician de un alto grado de paralelismo. El uso de GPUs ha mejorado significativamente su eficiencia, permitiéndoles manejar grandes conjuntos de datos de imágenes (Krizhevsky et al., 2012). Sin embargo, la profundidad de las CNN puede aumentar los costos computacionales,

especialmente en redes muy profundas como ResNet (He et al., 2016), que requieren más recursos para entrenamiento e inferencia.

**Escalabilidad y eficiencia de los Transformers:** Los Transformers son altamente escalables y eficientes, especialmente en procesamiento paralelo. El mecanismo de autoatención les permite procesar secuencias en paralelo, reduciendo drásticamente los tiempos de entrenamiento frente a las RNN (Vaswani et al., 2017). No obstante, la complejidad cuadrática de la autoatención (respecto a la longitud de la secuencia) plantea desafíos para secuencias muy largas, lo que ha impulsado investigaciones para optimizar su eficiencia, como mecanismos de atención dispersa (Child et al., 2019) y otras modificaciones para reducir costos computacionales (Katharopoulos et al., 2020).

**Transformers Scalability and Efficiency:** Transformers are highly scalable and efficient, especially in parallel processing. The self-attention mechanism allows Transformers to process sequences in parallel, significantly reducing training times compared to RNNs (Vaswani et al., 2017). However, the quadratic time complexity of self-attention with respect to sequence length presents challenges for very long sequences, leading to ongoing research in optimizing Transformers for efficiency, such as through sparse attention mechanisms (Child et al., 2019) and other modifications to reduce computational costs (Katharopoulos et al., 2020).

### 3.3. FLEXIBILIDAD Y APLICACIONES

La flexibilidad de estos modelos es clave al elegir la arquitectura adecuada para una aplicación específica.

**Flexibilidad y aplicaciones de las RNN:** Las RNN son altamente flexibles en aplicaciones con secuencias temporales, como reconocimiento de voz, modelado de lenguaje y traducción automática (Graves et al., 2013; Sutskever et al., 2014). Aunque su capacidad para modelar secuencias las hace adaptables, sus limitaciones con dependencias de largo alcance han llevado al desarrollo de arquitecturas especializadas como LSTM y GRU para manejar secuencias más largas.

**Flexibilidad y aplicaciones de las CNN:** Las CNN se usan principalmente en visión por computadora, pero también se han adaptado a análisis de video y, con modificaciones, a clasificación de texto (Kim, 2014). Su arquitectura, enfocada en jerarquías espaciales, las hace menos flexibles en tareas no visuales, a menos que se combinen con otras arquitecturas (ej: híbridos CNN-LSTM) para datos temporales.

**Flexibilidad y aplicaciones de los Transformers:** Los Transformers son altamente versátiles y se han aplicado en NLP, visión artificial (Dosovitskiy et al., 2021),

aplicaciones multimodales (Lu et al., 2019) e incluso aprendizaje por refuerzo (Chen et al., 2021). Su capacidad para procesar datos secuenciales y no secuenciales, junto con su escalabilidad, los convierte en la arquitectura más flexible de las tres, adaptándose a un amplio espectro de tareas.

Cada arquitectura de redes neuronales – RNN, CNN y Transformers – tiene sus propios desafíos y limitaciones, que influyen en su efectividad según la tarea.

En la siguiente tabla no. 1 mostramos un resumen cualitativo de sus principales características:

Tabla 1. La tabla muestra una comparación de las principales características de cada uno de los paradigmas analizados.

<b>Métrica</b>	<b>RNN</b>	<b>CNN</b>	<b>Transformadores</b>
<b>Tipo de datos predominante</b>	Secuencias temporales	Datos espaciales e imágenes	Secuencias y datos multimodales
<b>Mecanismo principal</b>	Reurrencia y estado oculto	Convoluciones y pooling	Autoatención (Self-Attention)
<b>Capacidad para dependencias de largo alcance</b>	Baja a media (LSTM/GRU mejoran el desempeño)	Limitada	Muy alta
<b>Extracción de características locales</b>	Limitada	Excelente	Buena
<b>Procesamiento paralelo</b>	Bajo	Alto	Muy alto
<b>Escalabilidad</b>	Baja	Alta	Muy alta
<b>Costo computacional de entrenamiento</b>	Medio	Alto	Muy alto
<b>Consumo de memoria</b>	Moderado	Moderado	Elevado
<b>Dependencia de grandes volúmenes de datos</b>	Media	Alta	Muy alta
<b>Capacidad de generalización</b>	Buena en tareas secuenciales	Muy buena en visión artificial	Excelente en dominios diversos
<b>Interpretabilidad</b>	Baja	Media	Media
<b>Robustez frente a secuencias largas</b>	Limitada	No aplicable	Excelente
<b>Flexibilidad de aplicación</b>	Media	Media-Alta	Muy alta
<b>Madurez tecnológica</b>	Alta	Muy alta	Muy alta
<b>Aplicaciones representativas</b>	Series de tiempo, NLP clásico, voz	Clasificación de imágenes, detección de objetos, segmentación	NLP, IA generativa, multimodalidad, visión artificial
<b>Principal limitación</b>	Gradiente desvanecido y falta de paralelización	Dependencia de datos etiquetados y relaciones globales limitadas	Alto costo computacional y energético

## 4. RESULTADOS DEL ANALISIS CRITICO

### RNN: Desafíos y Limitaciones

- **Gradientes que se desvanecen o explotan:** Las RNN son especialmente susceptibles a este problema durante la retropropagación a través del tiempo (BPTT). Esto ocurre porque los gradientes pueden reducirse o crecer exponencialmente al propagarse en el tiempo, dificultando el aprendizaje de dependencias a largo plazo. Por ello, las RNN suelen tener problemas en tareas que requieren retener información en secuencias largas (Bengio, Simard y Frasconi, 1994). Aunque arquitecturas como LSTM y GRU abordaron este problema, el desafío persiste en redes muy profundas o secuencias extensas (Hochreiter y Schmidhuber, 1997).
- **Limitación del procesamiento secuencial:** Las RNN procesan datos de forma secuencial (una entrada a la vez), lo que limita su eficiencia durante el entrenamiento al no aprovechar el procesamiento en paralelo. Esto genera tiempos de entrenamiento más prolongados y menor escalabilidad frente a arquitecturas como CNN y Transformers (Pascanu, Mikolov y Bengio, 2013).

### CNN: Desafíos y Limitaciones

- **Dependencias de datos:** Las CNN requieren grandes volúmenes de datos etiquetados para alcanzar alto rendimiento, especialmente en clasificación de imágenes o detección de objetos. Esto dificulta su aplicación en dominios con datos escasos o costosos de etiquetar (Krizhevsky, Sutskever y Hinton, 2012). Además, pueden sufrir sobreajuste si no se regularizan adecuadamente, sobre todo con datos limitados o poco diversos.
- **Manejo limitado de secuencias:** Aunque las CNN capturan jerarquías espaciales, no están diseñadas para procesar datos secuenciales. Esto las hace menos aptas para tareas temporales (ej: modelado de lenguaje o reconocimiento de voz) sin modificaciones significativas o modelos híbridos (como CNN-LSTM) (Gehring et al., 2017).

### Transformers: Desafíos y Limitaciones

- **Complejidad computacional:** Los Transformers, aunque potentes, implican costos computacionales elevados, especialmente con secuencias largas. El mecanismo de autoatención (central en su arquitectura) escala cuadráticamente con la longitud de la secuencia, lo que lo hace

computacionalmente costoso para secuencias muy extensas (Vaswani et al., 2017). Esto ha impulsado el desarrollo de variantes más eficientes, como Reformer y Longformer, que buscan reducir la carga computacional de la atención (Kitaev, Kaiser y Levskaya, 2020; Beltagy, Peters y Cohan, 2020).

- **Dependencia de grandes volúmenes de datos:** Al igual que las CNN, los Transformers requieren datos masivos para desempeñarse bien, especialmente en modelado de lenguaje. Su fase de preentrenamiento (ej: BERT y GPT) implica entrenar con corpus enormes, consumiendo recursos y tiempo (Devlin et al., 2018; Brown et al., 2020). Además, el ajuste fino para tareas específicas también demanda recursos considerables.

En la tabla no. 2 se realiza un concentrado de los resultados obtenidos del análisis comparativo.

Tabla 2. Resultados destacables de RNN, CNN y Transformadores.

Arquitectura	Modelo representativo	Año	Tarea	Resultado destacado
RNN	LSTM	1997	Modelado de secuencias	Reducción significativa del problema del gradiente desvanecido
RNN	GRU	2014	Traducción automática	Desempeño comparable a LSTM con menor complejidad computacional
CNN	LeNet-5	1998	Reconocimiento de dígitos	Error <1% en MNIST
CNN	AlexNet	2012	ImageNet	Error Top-5 de 15.3%, reduciendo significativamente el estado del arte
CNN	ResNet-152	2015	ImageNet	Error Top-5 cercano al 3.6%
Transformer	Transformer Base	2017	Traducción EN-DE	Mejora BLEU frente a arquitecturas recurrentes
Transformer	BERT	2019	NLP	Estado del arte en múltiples benchmarks GLUE
Transformer	GPT-3	2020	Generación de lenguaje	175 mil millones de parámetros
Transformer	Vision Transformer (ViT)	2021	Clasificación de imágenes	Rendimiento comparable o superior a CNN profundas
Transformer	GPT-4	2023	Multimodal	Desempeño competitivo en múltiples exámenes profesionales y académicos

## 5. TRABAJOS FUTUROS

La evolución de RNN, CNN y Transformers continúa, con investigaciones centradas en superar sus limitaciones y ampliar su aplicabilidad.

### **RNN: Direcciones futuras**

- **Mejorar el aprendizaje de dependencias a largo plazo:** Futuras investigaciones podrían enfocarse en arquitecturas o técnicas de entrenamiento que mitiguen el problema del gradiente evanescente mejor que las soluciones actuales (Bengio et al., 1994). Enfoques como las redes neuronales aumentadas con memoria (MANN) y las máquinas de Turing neuronales son prometedores, permitiendo almacenar y recuperar información en horizontes temporales más largos (Graves et al., 2014).
- **Incorporar mecanismos de atención:** Integrar atención en RNN (como en los Transformers) podría ayudarles a enfocarse en partes relevantes de la secuencia, mejorando su capacidad para manejar secuencias largas y dependencias complejas (Bahdanau, Cho y Bengio, 2015). Este enfoque híbrido podría combinar las fortalezas de RNN y arquitecturas basadas en atención.

### **CNN: Direcciones futuras**

- **Ampliación más allá de la visión:** Aunque las CNN se usan principalmente en visión por computadora, existe un interés creciente en adaptarlas a otros dominios, como el procesamiento de lenguaje natural y la genómica. Los avances en convoluciones unidimensionales y la combinación de CNN con RNN o Transformers podrían mejorar su aplicabilidad a datos secuenciales (Bai, Kolter y Koltun, 2018). Explorar estas aplicaciones cruzadas podría descubrir nuevas capacidades y ampliar los casos de uso de las CNN.
- **Reducción de requisitos de datos:** Abordar la dependencia de datos es un área crítica para futuras investigaciones en CNN. Técnicas como el aprendizaje por transferencia, el aprendizaje semi-supervisado y el aumento de datos se están explorando para reducir la cantidad de datos etiquetados necesarios para entrenar CNN sin comprometer su rendimiento (Zoph et al., 2020). Además, el desarrollo de métodos de aprendizaje con pocos ejemplos (few-shot learning) podría permitir que las CNN generalicen mejor con muestras limitadas, haciéndolas más prácticas en entornos con escasez de datos.

### **Transformers: Direcciones futuras**

- **Modelos Transformer eficientes:** Dados los desafíos computacionales de los Transformers, futuras investigaciones se enfocarán en variantes más eficientes que manejen secuencias largas con menor costo computacional. Modelos como el Reformer (Kitaev et al., 2020) y el Longformer (Beltagy et al., 2020)

representan esfuerzos iniciales en esta dirección, pero se necesitan más innovaciones para hacerlos más escalables y accesibles para diversas tareas.

- **Ampliación de capacidades multimodales:** Los Transformers han mostrado potencial en tareas multimodales que integran datos de fuentes como texto, imágenes y audio (Lu et al., 2019). Futuros estudios podrían explorar modelos más sofisticados que procesen múltiples modalidades de manera fluida, creando sistemas de IA más robustos capaces de entender y generar contenido multimodal complejo. Además, el desarrollo de modelos unificados que realicen diversas tareas en distintas modalidades con mínimo ajuste fino es un área prometedora.

## 6. CONCLUSIONES

En el campo en constante evolución del aprendizaje automático, las Redes Neuronales Recurrentes (RNN), las Redes Neuronales Convolucionales (CNN) y los Transformers aportan fortalezas y limitaciones únicas a diversas aplicaciones. Tras revisar su desarrollo y rendimiento, destacan las siguientes conclusiones:

1. **Fortalezas específicas para tareas distintas:** Cada arquitectura está especializada en tipos de tareas particulares. Las RNN sobresalen en tareas que involucran datos secuenciales, como análisis de series de tiempo y modelado de lenguaje, gracias a su capacidad para mantener un estado oculto que captura dependencias temporales. Por otro lado, las CNN son altamente efectivas en tareas relacionadas con datos espaciales, como clasificación de imágenes y detección de objetos, debido a su capacidad de extracción jerárquica de características. Los Transformers han demostrado un rendimiento superior en el manejo de dependencias de largo alcance y secuencias complejas, especialmente en tareas de procesamiento del lenguaje natural. Su versatilidad también ha permitido adaptaciones para aplicaciones en visión y multimodalidad.
2. **Desafíos que afectan el rendimiento:** A pesar de sus fortalezas, cada arquitectura enfrenta desafíos significativos. Las RNN tienen dificultades con dependencias a largo plazo debido a los gradientes que se desvanecen o explotan, y su naturaleza de procesamiento secuencial limita su escalabilidad y eficiencia en el entrenamiento. Las CNN requieren grandes cantidades de datos etiquetados y son menos adecuadas para datos secuenciales a menos que se combinen con otras arquitecturas. Los Transformers,

aunque potentes, enfrentan altos costos computacionales y demandas de datos, especialmente al manejar secuencias largas. Estos desafíos resaltan la necesidad de investigación continua para mejorar el rendimiento y aplicabilidad de cada arquitectura.

- 3. Direcciones futuras e innovaciones:** El futuro de estas arquitecturas radica en abordar sus limitaciones y expandir sus capacidades. Para las RNN, investigaciones sobre la mejora del aprendizaje de dependencias a largo plazo y la integración de mecanismos de atención son prometedoras. Las CNN podrían beneficiarse de innovaciones que reduzcan los requisitos de datos y amplíen su uso más allá de tareas relacionadas con imágenes. Es probable que los Transformers vean avances continuos en eficiencia, con nuevas variantes diseñadas para manejar secuencias largas y datos multimodales de manera más efectiva. El desarrollo de modelos híbridos y arquitecturas novedosas desempeñará un papel crucial para superar las limitaciones actuales y desbloquear nuevas aplicaciones.
- 4. Impacto global en el aprendizaje automático:** Los avances en RNN, CNN y Transformers han tenido un impacto profundo en el campo del aprendizaje automático, impulsando el progreso en aplicaciones como visión por computadora, procesamiento del lenguaje natural y aprendizaje multimodal. Comprender las fortalezas y limitaciones de estas arquitecturas permite a los profesionales elegir el modelo más adecuado para sus necesidades específicas y ampliar los límites de lo posible con las tecnologías de aprendizaje automático.

## BIBLIOGRAFIA

1. Bengio, Y., Simard, P., & Frasconi, P. (1994). Learning long-term dependencies with gradient descent is difficult. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 5(2), 157-166.
2. Brown, T., Mann, B., Ryder, N., Subbiah, M., Kaplan, J., Dhariwal, P., ... & Amodei, D. (2020). Language models are few-shot learners. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 33, 1877-1901.
3. Chen, M., Tworek, J., Jun, H., Yuan, Q., de Oliveira Pinto, H. P., Kaplan, J., ... & Zaremba, W. (2021). Decision transformer: Reinforcement learning via sequence modeling. *arXiv preprint arXiv:2106.01345*.
4. Child, R., Gray, S., Radford, A., & Sutskever, I. (2019). Generating long sequences with sparse transformers. *arXiv preprint arXiv:1904.10509*.
5. Cho, K., Van Merriënboer, B., Gulcehre, C., Bahdanau, D., Bougares, F., Schwenk, H., & Bengio, Y. (2014). Learning phrase representations using RNN encoder-decoder for statistical machine translation. *arXiv preprint arXiv:1406.1078*.

6. Devlin, J., Chang, M. W., Lee, K., & Toutanova, K. (2018). BERT: Pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding. *arXiv preprint arXiv:1810.04805*.
7. Dosovitskiy, A., Beyer, L., Kolesnikov, A., Weissenborn, D., Zhai, X., Unterthiner, T., ... & Houlsby, N. (2021). An image is worth 16x16 words: Transformers for image recognition at scale. *arXiv preprint arXiv:2010.11929*.
8. Elman, J. L. (1990). Finding structure in time. *Cognitive Science*, 14(2), 179-211.
9. Girshick, R., Donahue, J., Darrell, T., & Malik, J. (2014). Rich feature hierarchies for accurate object detection and semantic segmentation. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 580-587.
10. Graves, A., Mohamed, A. R., & Hinton, G. (2013). Speech recognition with deep recurrent neural networks. *2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 6645-6649.
11. He, K., Zhang, X., Ren, S., & Sun, J. (2016). Deep residual learning for image recognition. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 770-778.
12. Hochreiter, S., & Schmidhuber, J. (1997). Long short-term memory. *Neural Computation*, 9(8), 1735-1780.
13. Katharopoulos, A., Vyas, A., Pappas, N., & Fleuret, F. (2020). Transformers are RNNs: Fast autoregressive transformers with linear attention. *Proceedings of the 37th International Conference on Machine Learning*, 119, 5156-5165.
14. Kim, Y. (2014). Convolutional neural networks for sentence classification. *arXiv preprint arXiv:1408.5882*.
15. Krizhevsky, A., Sutskever, I., & Hinton, G. E. (2012). Imagenet classification with deep convolutional neural networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 25, 1097-1105.
16. Lu, J., Batra, D., Parikh, D., & Lee, S. (2019). Vilbert: Pretraining task-agnostic visiolinguistic representations for vision-and-language tasks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 32, 13-23.
17. Pascanu, R., Mikolov, T., & Bengio, Y. (2013). On the difficulty of training recurrent neural networks. *International Conference on Machine Learning*, 1310-1318.
18. Sutskever, I., Vinyals, O., & Le, Q. V. (2014). Sequence to sequence learning with neural networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 27, 3104-3112.
19. Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gómez, A. N., ... & Polosukhin, I. (2017). Attention is all you need. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 30, 5998-6008.

## CAPÍTULO 8

### DISRUPCIÓN ALGORÍTMICA Y CONFIGURACIÓN DEL SABER INVESTIGATIVO: LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL COMO DISPOSITIVO EPISTEMOLÓGICO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS DE ICA, PERÚ

Data de submissão: 13/04/2026

Data de aceite: 28/04/2026

**Dr. José Ángel Meneses Jiménez**

Universidad Cesar Vallejo, Perú  
<https://orcid.org/0000-0002-0973-6837>

**Dr. Pedro Julián Ormeño Carmona**

Universidad Nacional de Ucayali, Perú  
<https://orcid.org/0000-0003-2111-590X>

**Dr. Manuel Rocha Gonzales**

Universidad Nacional de Ucayali, Perú  
<https://orcid.org/0000-0002-8667-1600>

**Dr. Beny Pasquel Flores**

Universidad Nacional de la Amazonía Peruana, Perú  
<https://orcid.org/0000-0003-0144-6605>

**Dr. Jorge Luis Arrué Flores**

Universidad Nacional de la Amazonía Peruana, Perú  
<https://orcid.org/0000-0002-6914-9415>

**RESUMEN:** El presente estudio examina la configuración de las habilidades investigativas

en el contexto de la irrupción de la inteligencia artificial (IA) en la educación superior peruana. Desde un enfoque cuantitativo, con diseño no experimental transaccional correlacional, se analizó la relación entre el uso de las herramientas de IA y el desarrollo de capacidades investigativas en una muestra de 372 estudiantes universitarios de la región Ica. Los datos procesados mediante estadísticas no paramétricas (coeficiente de correlación de Spearman), evidencian una correlación positiva y significativa ( $\rho = 0.746$ ;  $*p < 0.01$ ) entre ambas variables. Se identificaron correlaciones diferenciadas por dimensiones: baja pero significativa en capacidades cognitivas ( $\rho = 0.375$ ), moderada en capacidad procedimental ( $\rho = 0.417$ ) y moderada-alta en comunicación y difusión de resultados ( $\rho = 0.540$ ). Se concluye que la IA funciona como mediación tecnológica que potencia, aunque no determina, el desarrollo de competencias investigativas, configurando un nuevo escenario epistemológico donde el saber estudiantil se rearticula entre la automatización algorítmica y la reflexión crítica. Los hallazgos sugieren la necesidad de políticas institucionales que regulen el uso ético de estas tecnologías, evitando la desvinculación entre el proceso investigativo y el juicio crítico humano.

**PALABRAS CLAVES:** inteligencia artificial; habilidades investigativas; competencias digitales; educación superior; correlación estadística; región Ica.

## ALGORITHMIC DISRUPTION AND THE CONFIGURATION OF RESEARCH KNOWLEDGE: ARTIFICIAL INTELLIGENCE AS AN EPISTEMOLOGICAL DEVICE AMONG UNIVERSITY STUDENTS IN ICA, PERU

**ABSTRACT:** This study examines the configuration of research skills in the context of the emergence of artificial intelligence (AI) in Peruvian higher education. Using a quantitative approach with a non-experimental, cross-sectional correlational design, the relationship between the use of AI tools and the development of research capacities was analyzed in a sample of 372 university students from the Ica region. The data, processed using non-parametric statistics (Spearman's correlation coefficient), show a positive and significant correlation ( $\rho = 0.746$ ;  $*p < 0.01$ ) between the two variables. Differentiated correlations were identified by dimension: low but significant in cognitive capacities ( $\rho = 0.375$ ), moderate in procedural capacity ( $\rho = 0.417$ ), and moderate-high in communication and dissemination of results ( $\rho = 0.540$ ). It is concluded that AI functions as a technological mediation that enhances, although does not determine, the development of research competencies, shaping a new epistemological scenario in which student knowledge is rearticulated between algorithmic automation and critical reflection. The findings suggest the need for institutional policies that regulate the ethical use of these technologies, preventing a disconnect between the research process and human critical judgment. **KEYWORDS:** artificial intelligence; research skills; digital competencies; higher education; statistical correlation; Ica region.

### 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un tema pendiente, asociado al desarrollo profesional y formativo de los estudiantes universitarios, aún en el contexto de la Ley N° 31814 (2023) y la Estrategia Nacional de Inteligencia Artificial (ENIA), es incorporar una visión pedagógica y epistemológica para la integración de las nuevas tecnologías algorítmicas a la práctica investigativa cotidiana; este planteamiento es complejo dado que aborda consideraciones de carácter estructural, organizativo, de acceso tecnológico a las universidades, pedagógico y curricular, en un contexto donde la UNESCO (2019) ha señalado que estas tecnologías revolucionan la educación superior mediante la optimización de procesos cognitivos y administrativos.

Esta complejidad la explica Adell (1997) desde los retos conceptuales y procedimentales que tienen los docentes y estudiantes al interactuar con el cúmulo de información y los procesos cognitivos en los que la práctica investigativa debe incidir: es habitual la confusión entre información (datos procesados algorítmicamente) y conocimiento (información interiorizada y adecuadamente integrada en las estructuras cognitivas de un sujeto). Es necesario considerar que la complejidad del proceso enseñanza- aprendizaje- investigación se centra en la capacidad del estudiante para transponer epistémicamente el conocimiento, ofrecer experiencias en consideración de

las estructuras cognitivas en cuestión, no solo en el contexto del diseño instruccional, sino de las características histórico -contextuales que les otorgue significatividad; un aspecto que no puede escapar a cuestiones formativas en el desarrollo de competencias investigativas.

El contexto en donde se manifiestan estos fenómenos responde a condiciones hipermodernas (Bauman, 2003; Lipovetsky, 2006); dado que el mito de la institución escolar como proveedora exclusiva de conocimiento compite con medios más eficientes, accesibles, atractivos y ubicuos mediados por algoritmos de aprendizaje automático. En otras palabras, lo educativo se difumina en múltiples escenarios educativos, al considerar la mediación de elementos tecnológicos en la difusión de la cultura y los valores dominantes de una sociedad evidentemente líquida; el aula como unidad de acción espacio-temporal, al ser ajena a la línea canónica de esta modernidad, es descrita por sus críticos como la crónica de una muerte anunciada; Dado que pese a las reformas no puede entender que el aprendizaje no es una actividad confinada a paredes, la escuela ya no tiene el monopolio del aprendizaje y es evidente que poco a poco las universidades vivirán un proceso de desinstitucionalización (Bosco, 1995) y la creación de nuevos entornos de aprendizaje ubicuos mediados por inteligencias artificiales generativas.

Desde una postura muy reservada, la virtualidad algorítmica no puede sustituir en su totalidad el espacio y proceso de aprendizaje investigativo, la interacción humana, la mirada cara a cara entre docente y dicente son aspectos del desarrollo psicogénico que ni la inteligencia artificial podrá sustituir en los próximos años, sin embargo, aún queda pendiente el tema de la oferta del espacio académico, por lo que el estudiante requiere de desarrollar una caja de herramientas investigativas que permita enriquecer su experiencia formativa, centrándose en atender las estructuras del pensamiento superior como la metacognición, el pensamiento crítico, creativo y divergente con el apoyo de tecnología para constituir un nuevo espacio escolar.

En consideración a este panorama socio educativo es necesario indagar y documentar los procesos de construcción, desarrollo y significación de los saberes investigativos del estudiante en el contexto de implementación de un recurso educativo que lo invita a colaborar codiseñando un currículo que se niega a entender (interacción con programas sintéticos y analíticos). Esta apuesta implica reinventar creativamente una serie de metodologías y contenidos centrados en las necesidades y condiciones del estudiante, fomentando la autonomía, imaginación, y la capacidad crítica; herramientas ciudadanas para recuperar el sentido activo y el compromiso con su entorno. En el contexto de este planteamiento se define la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo

se configura la relación entre el uso de la inteligencia artificial y el desarrollo de las habilidades investigativas desde la experiencia cuantitativa de los estudiantes en la región Ica? Esta pregunta central permite establecer los siguientes propósitos de investigación:

- Identificar los componentes sociales, cognitivos y conceptuales que configuran lo que se identifican como habilidades investigativas en el contexto de la mediación algorítmica.
- Documentar la correlación estadística entre el uso de herramientas de inteligencia artificial y las dimensiones específicas de las competencias investigativas (cognitiva, procedimentales y de comunicación).
- Identificar en los datos cuantitativos los procesos de constructivos de la práctica investigativa, cómo en el sentido de la ambigüedad y contradicción desde la vivencia de los componentes curriculares mediados por tecnologías emergentes.

## 2. MARCO TEÓRICO

El saber investigativo del estudiante universitario no puede reducirse a la suma de competencias técnicas ni a la mera operacionalización de protocolos metodológicos; constituye, siguiendo a Tardif (2014), “realidad social materializada a través de formación, programas, prácticas colectivas, disciplinas escolares, pedagogía institucionalizada, etc., y son también, al mismo tiempo, los saberes de él” (p.14). En ese sentido, el estudiante investigación emerge con un dispositivo discursivo que produce un conjunto de representaciones desde donde interpreta, comprende y orienta su práctica; con el potencial de pensar la articulación entre lo que sabe cómo actor y su saber individual. No obstante, cuándo la inteligencia artificial (IA) se interpone como mediación técnica entre el sujeto y su objeto de estudio, dicha articulación se reconfigura: el saber ya no se construye exclusivamente desde la experiencia vivencial y la reflexión sobre la práctica, sino que se híbrida con la lógica algorítmica de procesamiento de datos, generando lo que Foucault (1982) denominaría una nueva configuración de la episteme, donde el dispositivo tecnológico no es neutral sino que ejerce una microfísica del poder sobre los cuerpos y los saberes, estableciendo que puede decirse, cómo puede decirse y quién tiene la autoridad para producir conocimiento válido en el campo académico.

Desde esta postura, la IA se constituye como objeto técnico que trasciende su función instrumental como convertirse en *dispositivo* (Foucault, 1982; Agamben, 2009): una red de elementos heterogéneos (discursos, instituciones, arquitecturas técnicas, decisiones administrativas, saberes científicos) que capturan, orientan, determinan,

interceptan, modelan y controlan los comportamientos, gestos y discurso de los sujetos. En el contexto de la formación investigativa, la IA opera como dispositivo de *transducción* (Simondon, 1960; citado en Ceccarelli, 2015), dónde la información no fluye transparente entre el estudiante y el conocimiento, sino que se transforma, se modula, se pre-procesa por las estructuras algorítmicas que, bajo la apariencia de neutralidad, incorporan sesgos epistemológicos, culturales y comerciales. El estudiante, lejos de ser un sujeto autónomo que “construye” su conocimiento, se convierte en operador de un sistema de producción simbólica donde la “automatización del juicio” (Adell, 1997) riesgo la substituir el pensamiento crítico por la operación técnica eficiente. Esta condición plantea una tensión fundamental: mientras que el saber investigativo, desde la teoría constructivista (Piaget, 1966; Vygotsky, 1978), supone un proceso activo de asimilación y acomodación de esquemas cognitivos mediante la interacción con el medio, la mediación algorítmica de la IA puede generar una “ilusión de conocimiento” (Bosch, 2009), donde el acceso inmediato a la información se confunde con la comprensión profunda, y donde la experiencia laboral de investigación se reduce a la habilidad para formular *prompts* efectivos más que a la capacidad de problematización epistemológica.

La experiencia de investigación, entendida desde Larrosa (2009) y Skliar (2009), se configura como acontecimiento contextual que se encuentra fuera de la voluntad del sujeto: “eso que me pasa”, no “eso qué pasa”. La experiencia radica en dos categorías básicas: el “eso”, principio de alteridad o exterioridad, y el “me pasa”, principio de subjetividad o reflexividad. Cuando el estudiante universitario utiliza herramientas de IA para procesar información, analizar datos o redactar textos académicos, la experiencia se desdobra: por un lado, la alteridad tecnológica (el algoritmo como “eso” exterior, irreductible a la subjetividad del estudiante) interpela su saber previo, generando un encuentro que puede ser transformador; por otro lado, el riesgo de que dicha alteridad se convierta en mero aparato de confirmación de prejuicios, impidiendo el movimiento de ida y vuelta al encuentro con el acontecimiento que caracteriza la experiencia significativa. En este sentido, la IA puede convertirse en impedimento para la “hiporeflexión” Larrosa, (2009), ese espacio de cuestionamiento de lo que no se sabe, de reconocimiento de la finitud del propio saber, si el estudiante delega en el algoritmo no solo la búsqueda de información sino la propia construcción del problema de investigación.

El contexto en donde se manifiestan estos fenómenos responde a condiciones hipermodernas (Bauman, 2003; Lipovetsky, 2006), caracterizadas por la velocidad, la instantaneidad y la obsolescencia programada del conocimiento. En la “modernidad líquida”, el saber deja de ser un acumulado estable para convertirse en flujo continuo de

información descontextualizada; la escuela y la Universidad ya no tienen el monopolio de la legitimación del saber, compitiendo con motores de búsquedas inteligentes y plataformas generativas que ofrecen respuestas inmediatas. Esta desinstitucionalización (Bosco, 1995) del saber investigativo genera una paradoja: mientras la IA democratiza el acceso a la información científica, simultáneamente deslegitima el esfuerzo metodológico riguroso, promoviendo una cultura del “copiar y pegar” que Cárdenas et al. (2012) identifican como desvinculación entre la formación y las condiciones reales de producción de conocimiento. La brecha digital, lejos de ser solo un problema de acceso a dispositivos, se convierte en brecha epistemológica: aquellos estudiantes que dominan el uso crítico de la IA pueden potenciar sus capacidades investigativas (correlación positiva), mientras que quienes la utilizan como mera sustitución del pensamiento quedan atrapados en una “pobreza de experiencia” (Larrosa, 2009), donde el saber se reduce a información consumida sin asimilación constructiva.

Desde la teoría de la información y la computabilidad (Turing, 1950; Shannon, 1948), la IA se fundamenta en modelos matemáticos que reducen el conocimiento a datos procesables, estableciendo una ontología donde lo real es aquello que puede computarse, almacenarse y transmitirse eficientemente. Esta reducción epistemológica choca con el saber investigativo como práctica social compleja, que implica intuición, creatividad, error y reconstrucción. Según Hervás- Gómez (2024), la IA tiene la capacidad de evaluar datos utilizando criterios preestablecidos, lo que puede resultar en decisiones imparciales o discriminatorias si no se cuestionan los sesgos algorítmicos. Por ello, el estudiante investigador debe desarrollar una “alfabetización algorítmica” (Flores & García-Peñalvo, 2023) que le permita distinguir entre la información procesada mecánicamente y el conocimiento construido dialécticamente. La correlación estadística entre el uso de la IA y las habilidades investigativas, por tanto, no debe interpretarse como causalidad mecánica, sino como indicador de una mediación tecnológica que, cuando se acompaña de pedagogía reflexiva, potencia el desarrollo de competencias; pero que, en ausencia de dicha mediación pedagógica, genera una “simulación de competencia” (Baudrillard, 1981), donde los estudiantes reproducen formas externas de investigación sin comprender los fundamentos epistemológicos que la sustentan.

Finalmente, el saber investigativo en la era de la IA se configura como capital simbólico (Bourdieu, 1986; citado en Tardif, 2014) que se construye desde la experiencia del estudiante, pero dicha experiencia está mediada por interfaces que ocultan sus propias lógicas de funcionamiento. La “caja de herramientas” investigativas que el estudiante debe desarrollar (adaptando la metáfora de Culebro Tello, 2026) ya no contiene

solo métodos cualitativos y cuantitativos tradicionales, sino también la capacidad de deconstruir los algoritmos, cuestionar los sesgos de los grandes modelos de lenguaje (LLM) y mantener el "principio de alteridad" frente a la respuesta automática. Solo si la IA dejará de ser un mero aparato de transmisión de información para convertirse en un verdadero dispositivo de mediación que potencie, y no reemplace la autonomía intelectual del estudiante universitario.

### 3. METODOLOGÍA

La perspectiva metodológica se fundamenta en el paradigma cuantitativo positivista, aunque no desde un positivismo ingenuo, sino como dispositivo para comprender la configuración estructural de las relaciones entre variables en un momento específico histórico. Stake (1999) define el estudio de casos instrumentales como aquellos que buscan comprender "otra cosa", en este sentido, el diseño correlacional transeccional se constituye como instrumento para comprender las estructuras de poder y saber que se materializan en el uso de tecnologías algorítmicas en la formación universitaria.

La ruta metodológica propuesta para esta investigación se resume con los siguientes pasos: 1) Contextualización del escenario de la región Ica; 2) Definición de las dimensiones para constituir el caso (variables latentes de habilidades investigativas); 3) Definición del caso como unidad de análisis; 4) Caracterización, muestreo probabilístico y aplicación de los instrumentos; 5) Contraste entre el dato obtenido y el caso teórico; 6) Reporte de hallazgos. El caso se integra con los siguientes elementos:

**Contextualización del escenario de interacción.** – La investigación se desarrolló en universidades públicas y privadas de la región Ica, Perú, durante el año 2025, en el ámbito del codiseño establecido por la Ley N° 31814 y la Estrategia Nacional de Inteligencia Artificial (ENIA). El contexto se caracteriza por la heterogeneidad en la infraestructura tecnológica, la brecha digital documentada por la INEI (2024) y la reciente implementación de programas de IA en los currículos universitarios.

Los sujetos y sus interacciones. Estudiantes universitarios en proceso de consolidar un estilo de investigación formativa, entre los 18 y 25 años de edad, de Educación pública y privada, foráneo y local, cumpliendo funciones de investigación formativa en sus respectivas carreras. La población estuvo constituida por 13, 030 estudiantes universitarios de la región. Se aplicó un muestreo probabilístico aleatorio simple mediante la ecuación de población finita, dado que cada unidad de análisis debía tener la misma probabilidad de ser elegida (Carrasco, 2017), obteniendo una muestra representativa de  $n=372$  estudiantes, calculada con un error del 5% y confianza del 95%.

**La manifestación del saber investigativo.** - Cuestionarios validados, análisis de matrices de correlación, la herida epistemológica de la medición y su desconstrucción. La técnica consistió en la recuperación de datos cuantitativos de los estudiantes como evidencia de un ejercicio de problematización sobre la implementación de la IA en los procesos investigativos. Los datos fueron procesados en cuatro pasos, empleando matrices de análisis para la construcción de categorías sociales, intermedias y de investigación; tomando como fundamento metodológico la propuesta de Bertely (2000) para el procesamiento de datos cuantitativos en contextos educativos; los datos permitieron elaborar micro análisis estadístico que constituyeron los hallazgos de la investigación.

**Instrumentos y procedimiento.** - Se utilizaron dos cuestionarios validados mediante juicio de expertos y análisis de confiabilidad (Alfa de Cronbach = 0.806 a 0.938): uno para medir el uso de IA (20 ítems, escala Likert 5 puntos) y otro para evaluar habilidades investigativas, dimensiones en: (a) capacidades cognitivas y de análisis, (b) capacidad procedimental, y (c) capacidad de comunicación y difusión de resultados. Se obtuvo el consentimiento informado de los participantes. Para el procesamiento de los datos se utilizó el programa Excel 2017, y el software SPSS V.25 para el procesamiento estadístico. Se aplicó la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov para definir el estadístico de la prueba de hipótesis, considerando si es paramétrico o no paramétrico; dado que la distribución no fue normal, se empleó el coeficiente de correlación de Spearman (Rho) con una significancia del 95% y un error de 5%.

#### 4. RESULTADOS

Con la finalidad de presentar una lógica de construcción de los hallazgos y conclusiones de forma deductiva, este aparato expone tres momentos: 1) El procesamiento del dato y la verificación de supuestos; 2) Los hallazgos correlacionales; 3) Interpretación de las matrices analíticas.

Los datos se recuperaron en encuestas aplicadas a la muestra. Estos instrumentos se construyeron en tres momentos del semestre académico (inicio, desarrollo y cierre) y se empleó una pauta con temas que se debía considerar por su redacción; en total se recuperaron 372 instrumentos, sometidos a un proceso de selección por conveniencia para verificar que cumplieran con criterios de calidad en su redacción y contenido; al final fueron aptos 372, estos se sometieron a un proceso de selección y subrayado sobre criterios para recuperar discursos cuantitativos, posterior se procedió a la clasificación en una matriz analítica, la construcción de categorías relacionadas con la configuración

del saber investigativo, con estas elaboraron micro ensayos estadísticos y se procedió a identificar hallazgos.

El reporte de los datos analizados en SPSS se muestra en las tablas siguientes.

Muestra de matriz analítica de porciones discursivas cuantitativas:

Tabla 1. Matriz de correlaciones entre Inteligencia Artificial y dimensiones de Habilidades Investigativas.

Variable	Rho de Spearman	Sig. (bilateral)	Interpretación
IA → Habilidades Investigativas (Global)	0.746**	0.000	Correlación fuerte positiva
IA → Capacidades Cognitivas	0.375**	0.000	Correlación baja positiva
IA → Capacidad Procedimental	0.417**	0.000	Correlación moderada positiva
IA → Comunicación y Difusión	0.540**	0.000	Correlación moderada-alta positiva

Nota. \*\* La correlación es estadísticamente significativa al nivel 0.01 (bilateral). Fuente: Elaboración propia, 2025.

El criterio para elaborar las categorías parte de dos consideraciones conceptuales revisadas en Larrosa (2009) y Tardif (2014). El saber profesional se jerarquiza sobre el conflicto cognitivo, las tensiones, dilemas y contradicciones para ubicarlos en diferentes planos en función a la utilidad en la enseñanza; por su parte Larrosa complementa con los aspectos: Finitud, Pasión, Singularidad, Sensibilidad como elemento de la experiencia. En consideración a esta perspectiva se presenta la figura 2. Esquema analítico sobre la configuración del saber investigativo mediado por IA.

#### 4.1. LOS HALLAZGOS

La relación entre la inteligencia artificial y las habilidades investigativas es fuerte, como se indica en la Tabla 1, que muestra una alta correlación de Spearman (Rho (372) = 0.746\*\*) con una significancia  $p = 0.000$ , que es inferior al 1%. Por esta razón, se acepta la hipótesis alternativa (H1) y se rechaza la hipótesis nula (H0).

Este resultado sugiere que el uso de herramientas de IA se configura como un predictor significativo del desarrollo de competencias investigativas en el contexto universitario de Ica, aunque no implica necesariamente una relación causal directa, sino una como variación estructural que responde a la lógica del dispositivo tecnológico.

En relación al primer objetivo específico, se examinó la influencia de la IA en las capacidades cognitivas y de análisis, se halló una correlación baja pero significativa estadísticamente (Rho = 0.375,  $p < 0.05$ ). La Tabla 2 reveló la relación existente, lo cual

mostró que la correlación de Spearman es baja pero significativa, sugiriendo una relación limitada entre la inteligencia artificial y las capacidades cognitivas superiores. Esto indica que, si bien ahí automatiza procesos de búsqueda y a organización de información, su incidencia en el desarrollo del pensamiento crítico, la argumentación teórica y la construcción de Marcos conceptuales propios es limitada, dependiendo más de la mediación pedagógica humana que de la eficiencia algorítmica.

Tabla 2. Correlación con Capacidades Cognitivas.

Dimensión	Coeficiente	Significación	N
Capacidades Cognitivas y Análisis	0.375**	0.000	372

El segundo objetivo específico, qué evalúe la influencia de la IA en la capacidad procedimental, se halló una correlación moderada y significativa ( $Rho = 0.417$ ,  $p < 0.01$ ). Se acepta la hipótesis alterna (H1) y se rechaza la hipótesis nula (H0) en base a lo que señala la Tabla 3, la cual muestra una correlación de Spearman positiva y moderada con una significancia inferior al 1%. Esto indica una relación moderada y significativa entre la inteligencia artificial y la capacidad procedimental, sugiriendo que los estudiantes utilizan estas herramientas como andamiaje técnico para la formulación de problemas, el diseño metodológico y el procesamiento de datos, aunque dicha utilización no garantiza la comprensión epistemológica de los procedimientos técnicos.

Tabla 3. Correlación entre IA y Capacidad Procedimental.

Dimensión	Coeficiente	Significación	N
Capacidad Procedimental	0.417**	0.000	372

En relación al tercer objetivo específico, se halló una correlación de nivel moderada- alta y estadísticamente significativa entre el uso de la IA y la capacidad de comunicación y difusión de resultados ( $Rho = 0.540$ ,  $p < 0.01$ ). Con una significancia de  $p = 0.000$ , que es inferior a 1%, la Tabla 4 muestra una correlación de Spearman positiva y moderada-alta. Esto sugiere que existe una relación considerable entre la inteligencia artificial y la capacidad de comunicación y difusión de los resultados; por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula (H0) y se acepta la hipótesis alterna (H1). Esta dimensión, que incluye la redacción académica, la búsqueda de revistas indexadas y la organización de referencias bibliográficas, es la más favorecida por la automatización algorítmica, lo que plantea interrogantes sobre la auditoría y la originalidad en los procesos de escritura científica.

Tabla 4. Correlación entre IA y Capacidad de Comunicación.

Dimensión	Coefficiente	Significación	N
Comunicación y Difusión	0.540**	0.000	372

## 5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El saber investigativo se configura en la mediación de una red de inercias institucionales; la función del estudiante investigador se disloca, ya no consiste solo en generar conocimiento original, sino en responder a la lógica de los aparatos algorítmicos institucionalizados; Tardif (2014) comenta sobre estas inercias: “En vez de formadores e investigadores, sería mucho más informadores o transmisores de informaciones potencialmente utilizables por los clientes escolares” (p. 37). En ese sentido, la IA potencia la dimensión técnico-procedimental de la investigación, pero no necesariamente la dimensión epistemológica de construcción de conocimiento.

La clave sobre esta condición propone Tardif (2014), radica en cuatro aspectos fundamentales sobre el saber: identificar-ser consciente, dominar, integrar e inmovilizar. La posición del estudiante en esta red es privilegiada, sin embargo, carece de prestigio para liderar este sistema de producción, dando los discursos curriculares técnicos, que objetivan al estudiante como operador de algoritmo más que como constructor de saberes.

El saber del estudiante investigador se configura en el entrecruce de fuerzas, tendencia, dinámicas y dispositivos; sin embargo, el saber es una herida que se sufre (Larrosa 2009), un espacio de hiporeflexión, dado que escapa a condiciones contingentes. La implementación de tecnologías de la información y la didáctica contemporánea enfrentan un desafío significativo: la brecha entre el potencial de la tecnología y su aplicación efectiva en el entorno educativo. Si bien el uso de herramientas digitales y recursos en las aulas tiene el potencial de cambiar la oferta de aprendizaje, también presenta una serie de dificultades que se vinculan con el papel del profesor y las herramientas que usa para diversificar esta oferta.

Los hallazgos apuntan a que los estudiantes y profesores están expuestos a una sobrecarga de información, sobreestimulación sensorial que pueden acompañar al uso de la tecnología, una curva de dominio técnico y práctico que demanda de tiempos y espacios específicos para cubrirla; los resultados se reportan a mediano plazo. Medir de manera precisa y justa el progreso y el conocimiento de los estudiantes en un entorno digital es complicado.

En resumen, si bien la tecnología tiene el potencial de transformar la oferta del espacio escolar, su implementación y su integración efectiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje presentan desafíos importantes; en esta línea se pueden recomendar las siguientes áreas impacto sobre el desempeño tecnológico: 1) El uso de IA no se limita al aprendizaje de tecnologías sino a generar una experiencia de interacción diversa para aprender nuevas cosas; 2) La IA para ser efectiva debe promover que los estudiantes hagan cosas, no limitar la experiencia solo con la interacción de objetos; 3) La IA debe centrarse en la colaboración; 4) Aspirar a naturalizar el uso de tecnologías que acompañen al aprendizaje; 5) Es necesario desarrollar habilidades heurísticas para deseleccionar sentido no solo información.

## REFERENCIAS

Agamben, G. (2009). *¿Qué es un dispositivo?* Ediciones de la Flor.

Amarilla, S. L., y Garay Fernández, D. N. (2024). Estrategias de enseñanza-aprendizaje y su impacto en el desarrollo de habilidades investigativas. *Revista Investigaciones Y Estudios -UNA*, 15(2), 93-104. <https://doi.org/10.57201/ieuna2424107>

Ausubel, D., Novak, J., y Hanesian, H. (1968). *Psicología educativa: una visión cognitiva*. Holt, Rinehart y Winston.

Baudrillard, J. (1981). *Simulacros y simulación*. Ediciones Cátedra.

Bauman, Z. (2003). *Modernidad líquida*. Fondo de Cultura Económica.

Bosch, M. (2009). *La alienación del conocimiento en la era digital*. Gedisa.

Carrasco, S. (2005). *Metodología de la investigación científica: pautas metodológicas para diseñar y elaborar el proyecto de investigación*. Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Ceccarelli, L. (2015). Gilbert Simondon y la filosofía de la técnica. *Revista de Filosofía*, 40(2), 123-145.

Flores-Vivar, J. M., y García-Peñalvo, F. J. (2023). Reflexiones sobre la ética, potencialidades y retos de la Inteligencia Artificial en el marco de la Educación de Calidad (ODS4). *Comunicar*, 31(74), 37-47. <https://doi.org/10.3916/C74-2023-03>

Foucault, M. (1982). *La arqueología del saber*. Siglo XXI.

Hernández-Sampieri, R., y Mendoza, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta* (6ta ed.). McGraw-Hill.

Larrosa, J. (2009). *Experiencia y Alteridad en Educación*. Homo Sapiens Ediciones.

Piaget, J. (1966). *La psicología de la inteligencia*. Routledge.

Russell, S., y Norvig, P. (2016). *Inteligencia artificial: un enfoque moderno*. Pearson.

Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. Bell System Technical Journal, 27(3), 379-423.

Sihuay Fernandez, M. T., et al. (2024). Adquisición de Competencias Investigativas en Estudiantes Universitarios de Pregrado. Revista Tribunal, 4(9), 118-137.

Tardif, M. (2014). Los saberes del docente y su desarrollo profesional. Narcea.

UNESCO. (2019). Artificial Intelligence in education: Challenges and opportunities for sustainable development. <https://en.unesco.org/news/challenges-and-opportunities-artificial-intelligence-education>

Vygotsky, L. S. (1978). La mente en la sociedad: el desarrollo de los procesos psicológicos superiores\*. Harvard University Press.

## INCLUSIÓN Y EQUIDAD EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: PERSPECTIVAS TEÓRICAS Y DEBATES ACTUALES<sup>1</sup>

Data de submissão: 11/05/2026

Data de aceite: 22/05/2026

**Carmen Cecilia Espinoza Melo**

Departamento de Didáctica

Facultad de Educación

Universidad Católica de la

Santísima Concepción, Chile

<https://orcid.org/0000-0002-4734-9563>

**Erich Leighton Vallejos**

Programa de Formación

Pedagógica para Licenciados  
y/o Profesionales en Matemática

Facultad de Educación

Universidad San Sebastián, Chile

<https://orcid.org/0000-0001-7319-9469>

**RESUMEN:** La inclusión y la equidad en la educación matemática se han consolidado como ejes fundamentales en la investigación educativa contemporánea, particularmente en contextos caracterizados por una creciente diversidad social, cultural y lingüística. El presente capítulo tiene como propósito analizar críticamente los principales enfoques teóricos y debates actuales sobre inclusión y equidad

<sup>1</sup> Esta investigación fue posible gracias al financiamiento otorgado por el Proyecto Fondecyt de Iniciación N° 11240378. "Evaluación de una propuesta formativa para promover la Educación Matemática Inclusiva basado en los Enfoques de Itinerario de la Enseñanza de la matemática en la formación del profesorado de matemática".

en educación matemática, problematizando las tensiones existentes entre políticas educativas, prácticas pedagógicas y condiciones estructurales que inciden en el aprendizaje matemático. A partir de una revisión crítica de literatura clásica y reciente, se evidencia que la democratización del acceso al sistema educativo no garantiza, por sí sola, condiciones equitativas de participación y aprendizaje. En este escenario, el fracaso escolar en matemáticas debe comprenderse no como una condición individual, sino como el resultado de prácticas sociales, culturales y políticas que reproducen desigualdades históricas. El análisis desarrollado permite reconocer que la educación matemática inclusiva trasciende la adaptación metodológica y requiere una transformación profunda de las formas de enseñar, evaluar y comprender el conocimiento matemático. Asimismo, se destaca la relevancia de marcos como el Diseño Universal para el Aprendizaje, la Educación Matemática Crítica y los enfoques socioculturales para avanzar hacia prácticas pedagógicas que reconozcan la diversidad como un recurso y no como un déficit. Finalmente, se concluye que promover la equidad en educación matemática implica fortalecer la formación del profesorado, repensar las estructuras curriculares y avanzar hacia propuestas didácticas orientadas a la justicia social y la participación significativa de todo el estudiantado.

**PALABRAS CLAVES:** educación matemática inclusiva; equidad educativa; justicia social; didáctica de la matemática; diversidad; DUA.

## INCLUSION AND EQUITY IN MATHEMATICS EDUCATION: THEORETICAL PERSPECTIVES AND CURRENT DEBATES

**ABSTRACT:** Inclusion and equity in mathematics education have become central issues in contemporary educational research, particularly in contexts marked by increasing social, cultural, and linguistic diversity. This chapter aims to critically analyze the main theoretical approaches and current debates on inclusion and equity in mathematics education, addressing the tensions between educational policies, pedagogical practices, and structural conditions that affect mathematical learning. Based on a critical review of classical and recent literature, the chapter shows that democratizing access to the education system does not, by itself, ensure equitable conditions for participation and learning. In this context, school failure in mathematics should not be understood as an individual condition, but rather as the result of social, cultural, and political practices that reproduce historical inequalities. The analysis shows that inclusive mathematics education goes beyond methodological adaptation and requires a profound transformation in the ways mathematics is taught, assessed, and understood. It also highlights the relevance of frameworks such as Universal Design for Learning, Critical Mathematics Education, and sociocultural approaches in promoting pedagogical practices that recognize diversity as a resource rather than a deficit. Finally, the chapter concludes that promoting equity in mathematics education requires strengthening teacher education, rethinking curricular structures, and developing didactic proposals oriented toward social justice and the meaningful participation of all students.

**KEYWORDS:** inclusive mathematics education; educational equity; social justice; mathematics didactics; diversity; UDL.

### 1. INTRODUCCIÓN

La inclusión y la equidad en educación matemática constituyen actualmente uno de los principales desafíos para los sistemas educativos contemporáneos. En un contexto marcado por profundas transformaciones sociales, culturales y tecnológicas, la diversidad del estudiantado ha dejado de ser considerada una condición excepcional para convertirse en una característica inherente de las aulas. En este escenario, garantizar oportunidades reales de aprendizaje matemático para todos los estudiantes supone cuestionar las prácticas tradicionales de enseñanza y las estructuras que históricamente han generado exclusión educativa.

Durante las últimas décadas, organismos internacionales como la UNESCO (2020) y la OECD (2023) han señalado la necesidad de avanzar hacia sistemas educativos más inclusivos y equitativos. Sin embargo, diversos estudios evidencian que la ampliación del acceso escolar no ha implicado necesariamente mejores condiciones de participación ni aprendizajes significativos para todos los estudiantes. En educación matemática, esta problemática resulta especialmente relevante debido a que las

matemáticas continúan siendo uno de los espacios donde con mayor fuerza se expresan procesos de segregación, exclusión y desigualdad social (Valero, 2017).

Desde una perspectiva crítica, diversos autores han problematizado el carácter aparentemente neutral de la matemática escolar, señalando que las prácticas de enseñanza y evaluación pueden reproducir relaciones de poder y dinámicas de exclusión (Skovsmose, 2018; Gutiérrez, 2018). En este sentido, la inclusión no puede comprenderse únicamente como la presencia física del estudiantado en el aula, sino como la posibilidad efectiva de participar, aprender y construir significado matemático en contextos diversos.

En este marco, la educación matemática inclusiva emerge como un campo que articula dimensiones pedagógicas, sociales, culturales y políticas. Más allá de adaptar recursos o flexibilizar actividades, este enfoque implica transformar las formas en que se concibe el aprendizaje matemático, reconociendo la diversidad como un elemento constitutivo de la enseñanza. Así, la equidad educativa no se reduce a ofrecer las mismas oportunidades para todos, sino a generar condiciones diferenciadas que permitan responder a las distintas trayectorias, necesidades y experiencias del estudiantado (Booth & Ainscow, 2011).

El presente capítulo tiene como objetivo analizar críticamente los principales enfoques teóricos y debates actuales sobre inclusión y equidad en educación matemática, considerando sus implicancias para la didáctica y la formación del profesorado. Para ello, se desarrolla una revisión crítica de literatura especializada que permite problematizar las tensiones existentes entre políticas educativas, prácticas pedagógicas y justicia social en matemática.

## 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

### 2.1. DIVERSIDAD, DESIGUALDAD Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Las investigaciones sobre educación matemática han evidenciado que las desigualdades en el aprendizaje no pueden explicarse únicamente desde las capacidades individuales del estudiantado. Por el contrario, estas responden a procesos históricos, sociales y culturales que condicionan las oportunidades de participación y acceso al conocimiento matemático.

En este sentido, Planas (2003) advierte que la democratización del acceso educativo no ha significado una democratización de los resultados, persistiendo brechas significativas en estudiantes pertenecientes a grupos minoritarios, migrantes o socialmente vulnerables. La autora señala que gran parte de la investigación en educación matemática

se ha centrado en comparar grupos de estudiantes sin profundizar suficientemente en las condiciones estructurales que producen dichas desigualdades.

Desde enfoques socioculturales, el aprendizaje matemático es comprendido como un proceso mediado por la interacción social, el lenguaje y la cultura. Vygotsky (1978) plantea que el conocimiento se construye socialmente y que los procesos de aprendizaje dependen de las interacciones que los sujetos establecen con otros y con su contexto. Esta perspectiva resulta particularmente relevante para la educación matemática inclusiva, ya que permite comprender la diversidad no como una dificultad, sino como una oportunidad para enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Investigaciones recientes han profundizado esta problemática, evidenciando cómo determinadas prácticas de aula pueden reproducir exclusión a través de expectativas diferenciadas, evaluaciones estandarizadas y currículos rígidos que invisibilizan las experiencias culturales del estudiantado (Civil & Hunter, 2015; Hunter et al., 2021). En este escenario, avanzar hacia una educación matemática equitativa implica reconocer que el conocimiento matemático no es neutral, sino que se encuentra atravesado por dimensiones sociales y culturales.

Asimismo, autores como Rochelle Gutiérrez (2018) sostienen que la enseñanza de las matemáticas debe orientarse hacia la rehumanización del aprendizaje, reconociendo las identidades, experiencias y voces del estudiantado. Desde esta perspectiva, aprender matemáticas no implica únicamente desarrollar habilidades procedimentales, sino también construir formas de participación crítica en la sociedad.

## 2.2. LA DIMENSIÓN POLÍTICA DE LA EQUIDAD

La equidad en educación matemática no puede comprenderse exclusivamente desde una dimensión técnica o pedagógica. Diversos estudios sostienen que las desigualdades educativas responden a estructuras políticas y sociales más amplias que condicionan las oportunidades de aprendizaje.

Camelo-Bustos, Mancera-Ortiz y Salazar-Amaya (2017) proponen analizar la equidad desde una dimensión política, cuestionando aquellas políticas educativas centradas únicamente en indicadores de cobertura, acceso y permanencia. Según los autores, estas políticas no han logrado transformar significativamente las prácticas pedagógicas ni las formas de participación matemática en el aula.

En esta misma línea, Valero (2017) sostiene que la educación matemática constituye una práctica política, ya que participa activamente en la construcción de subjetividades, legitimando determinadas formas de conocimiento y excluyendo otras.

Desde esta perspectiva, el fracaso escolar en matemáticas no puede interpretarse como una consecuencia de déficits individuales, sino como el resultado de dinámicas de exclusión históricas y estructurales.

La Educación Matemática Crítica, desarrollada por Skovsmose (2018), aporta elementos fundamentales para comprender estas problemáticas. Este enfoque plantea la necesidad de promover prácticas matemáticas orientadas a la reflexión crítica, la participación democrática y la justicia social. Así, enseñar matemáticas implica también formar ciudadanos capaces de interpretar críticamente la realidad y cuestionar las desigualdades presentes en la sociedad.

Complementariamente, enfoques como la modelización matemática y el aprendizaje colaborativo han sido reconocidos como estrategias relevantes para favorecer la participación de estudiantes diversos, al permitir vincular las matemáticas con problemáticas reales y contextualmente significativas (Lesh & Doerr, 2003).

### 2.3. FRACASO ESCOLAR Y EXCLUSIÓN EN MATEMÁTICAS

El denominado fracaso escolar en matemáticas ha sido ampliamente problematizado en la investigación educativa contemporánea. Tradicionalmente, el bajo rendimiento matemático ha sido asociado a déficits cognitivos o capacidades individuales; sin embargo, investigaciones recientes cuestionan estas interpretaciones al evidenciar el carácter social y político de la exclusión educativa. Valero (2017) sostiene que las prácticas escolares contribuyen a legitimar formas de segregación al construir discursos sobre quiénes son considerados “capaces” o “incapaces” para aprender matemáticas.

En este sentido, las evaluaciones estandarizadas, los currículos rígidos y las metodologías centradas exclusivamente en procedimientos favorecen procesos de exclusión que afectan particularmente a estudiantes provenientes de contextos vulnerables. Jo Boaler (2016) plantea que muchas prácticas tradicionales de enseñanza promueven visiones estáticas de la inteligencia matemática, reforzando la idea de que las habilidades matemáticas son innatas. Frente a ello, propone enfoques pedagógicos centrados en el pensamiento flexible, el trabajo colaborativo y la valoración del error como una oportunidad para aprender.

Asimismo, Niss y Jablonka (2020) señalan que las discusiones sobre justicia social en educación matemática deben considerar cómo las estructuras escolares condicionan las trayectorias educativas del estudiantado. Desde esta perspectiva, avanzar hacia prácticas inclusivas implica transformar las formas de evaluación y diversificar las oportunidades de participación matemática.

## 2.4. INCLUSIÓN, DIDÁCTICA Y PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS

La educación matemática inclusiva requiere transformar profundamente las prácticas pedagógicas y las formas tradicionales de enseñar matemáticas. Esto supone avanzar desde modelos homogéneos de enseñanza hacia propuestas que reconozcan la diversidad del estudiantado y promuevan múltiples formas de participación. En este contexto, el Diseño Universal para el Aprendizaje (CAST, 2018) se ha consolidado como uno de los principales marcos para promover prácticas inclusivas. Este enfoque plantea la necesidad de ofrecer múltiples formas de representación, acción y participación, favoreciendo que todos los estudiantes puedan acceder y construir significado matemático. Investigaciones recientes destacan que el DUA favorece la diversificación de la enseñanza y mejora la participación estudiantil, especialmente en contextos de alta heterogeneidad (Rao et al., 2021; Evmenova, 2022). No obstante, su implementación requiere una transformación profunda de las competencias profesionales docentes y del diseño curricular. Desde la didáctica de la matemática, también resultan relevantes aportes provenientes de la Teoría de Situaciones Didácticas y de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Estos enfoques permiten comprender cómo las interacciones, las tareas matemáticas y las condiciones institucionales influyen en las posibilidades de aprendizaje del estudiantado. En esta línea, la educación matemática inclusiva no debe limitarse a adaptar actividades o flexibilizar evaluaciones, sino que requiere repensar las formas en que se construye y valida el conocimiento matemático en el aula. Esto implica diseñar experiencias de aprendizaje que favorezcan la argumentación, la resolución de problemas, la modelización y el trabajo colaborativo.

## 2.5. FORMACIÓN DEL PROFESORADO Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA INCLUSIVA

La formación del profesorado constituye uno de los principales desafíos para avanzar hacia prácticas inclusivas en educación matemática. Diversos estudios evidencian que muchos docentes se sienten insuficientemente preparados para responder a la diversidad presente en las aulas, especialmente en relación con el diseño de estrategias didácticas inclusivas. Aguirre, Mayfield-Ingram y Martin (2019) sostienen que la formación docente debe incorporar perspectivas de equidad y justicia social, promoviendo prácticas culturalmente relevantes que reconozcan las identidades y experiencias del estudiantado. Del mismo modo, Hunter et al. (2021) destacan la necesidad de desarrollar competencias profesionales orientadas a la reflexión crítica y al diseño de experiencias matemáticas inclusivas. En este contexto, resulta fundamental fortalecer procesos formativos que permitan al profesorado cuestionar

visões deficitárias do aprendizado e avançar para modelos pedagógicos centrados na diversidade. Isto implica compreender a inclusão como um princípio transversal da instrução e não unicamente como uma estratégia destinada a certos grupos de estudantes. Assim, a formação inicial e contínua deve promover o desenvolvimento de conhecimentos didáticos que permitam projetar tarefas matemáticas acessíveis, flexíveis e culturalmente pertinentes. Nesta linha, os enfoques de itinerários de instrução adquirem especial relevância ao propor trajetórias didáticas diversificadas que consideram distintos modos de aprendizado.

### 3. DISCUSSÃO

Os estudos revisados coincidem em sinalizar que a inclusão e a equidade em educação matemática não podem abordarse exclusivamente desde uma perspectiva metodológica ou técnica. Pelo contrário, estas problemáticas se encontram profundamente vinculadas com dinâmicas sociais, culturais e políticas que condicionam as oportunidades de aprendizado do estudiantado. Em particular, a literatura evidencia uma tensão permanente entre políticas orientadas ao acesso e práticas pedagógicas que continuam reproduzindo exclusão. Embora os sistemas educacionais tenham avançado em cobertura e permanência escolar, persistem desigualdades significativas em participação e logro matemático, especialmente em estudantes pertencentes a grupos historicamente marginalizados. Neste cenário, a educação matemática inclusiva emerge como uma proposta que busca transformar as formas tradicionais de instrução, questionando enfoques homogêneos e promovendo práticas pedagógicas diversificadas. Sem embargo, avançar para uma educação matemática verdadeiramente equitativa requer superar visões reducionistas da inclusão centradas unicamente em adaptações curriculares ou apoios individuais.

Assim, a revisão desenvolvida permite reconhecer que as matemáticas constituem um espaço onde historicamente se legitimou discursos meritocráticos e seletivos que contribuem a reproduzir desigualdades sociais. Frente a isto, resulta necessário promover práticas didáticas orientadas à justiça social, reconhecendo o caráter cultural e político do conhecimento matemático. Nesta linha, marcos como o Design Universal para o Aprendizado, a Educação Matemática Crítica e os enfoques socioculturais oferecem ferramentas relevantes para avançar para propostas pedagógicas inclusivas. Não obstante, a implementação de estes enfoques requer fortalecer a formação do professorado e transformar as estruturas institucionais que sustentam práticas excludentes. Finalmente, a educação matemática inclusiva

debe comprenderse como un proyecto ético y político orientado al reconocimiento de la diversidad y a la construcción de condiciones de aprendizaje que permitan la participación significativa de todo el estudiantado.

#### 4. CONCLUSIONES

La revisión realizada permite afirmar que la inclusión y la equidad en educación matemática constituyen desafíos complejos que requieren un abordaje integral, multidimensional y crítico. Los estudios analizados evidencian que la democratización del acceso escolar no garantiza, por sí sola, oportunidades reales de aprendizaje matemático, persistiendo desigualdades vinculadas a factores sociales, culturales y políticos.

Asimismo, la literatura revisada permite comprender que la exclusión en matemáticas no responde únicamente a dificultades individuales, sino que se construye a través de prácticas pedagógicas, currículos y sistemas de evaluación que reproducen lógicas selectivas y homogenizantes. En este sentido, avanzar hacia una educación matemática inclusiva implica cuestionar las estructuras que históricamente han legitimado el fracaso escolar y promover prácticas orientadas a la participación significativa de todo el estudiantado.

Del mismo modo, se reconoce la relevancia de enfoques como el Diseño Universal para el Aprendizaje, la Educación Matemática Crítica y las perspectivas socioculturales para fortalecer propuestas pedagógicas inclusivas. Estos marcos permiten comprender la diversidad como una oportunidad para enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático.

Finalmente, resulta fundamental fortalecer la formación del profesorado desde perspectivas de equidad y justicia social, promoviendo competencias profesionales que permitan diseñar experiencias matemáticas accesibles, flexibles y culturalmente pertinentes. En consecuencia, avanzar hacia una educación matemática inclusiva supone no solo transformar las prácticas didácticas, sino también repensar las políticas educativas y las estructuras institucionales que condicionan las oportunidades de aprendizaje.

#### BIBLIOGRAFÍA

Aguirre, J., Mayfield-Ingram, K., & Martin, D. B. (2019). The impact of identity in K-8 mathematics learning and teaching: Rethinking equity-based practices. National Council of Teachers of Mathematics.

Ainscow, M. (2001). Developing inclusive schools. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203423631>

Boaler, J. (2016). Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching. Jossey-Bass.

- Booth, T., & Ainscow, M. (2011). *Index for inclusion: Developing learning and participation in schools* (3rd ed.). CSIE.
- Camelo-Bustos, F. J., Mancera-Ortiz, G., & Salazar-Amaya, C. (2017). Una mirada a la equidad en nuestras prácticas desde la dimensión política de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(3), 45–68.
- CAST. (2018). *Universal Design for Learning guidelines version 2.2*. <http://udlguidelines.cast.org>
- Civil, M., & Hunter, R. (2015). Participation of non-dominant students in mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 89(1), 1–17. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9595-y>
- Evmenova, A. (2022). Universal Design for Learning and mathematics: Supporting students with disabilities. *Exceptionality*, 30(1), 1–15. <https://doi.org/10.1080/09362835.2021.1938063>
- García-Oliveros, G., & Romero-Rey, J. H. (2018). Matemáticas para todos en tiempos de la inclusión como imperativo. *Revista Colombiana de Educación*, 75, 189–210. <https://doi.org/10.17227/rce.num75-8093>
- Gutiérrez, R. (2018). The need to rehumanize mathematics. *Journal of Urban Mathematics Education*, 11(2), 7–17. <https://doi.org/10.21423/jume-v11i2a366>
- Hunter, R., Civil, M., Planas, N., & Wagner, D. (Eds.). (2021). *Equity in mathematics education: Addressing a changing world*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-59059-3>
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781410607715>
- Niss, M., & Jablonka, E. (2020). *Social justice and mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-47487-9>
- OECD. (2023). *PISA 2022 results (Volume I): The state of learning and equity in education*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Planas, N. (2003). Medidas de apoyo pedagógico, didáctico y organizativo ante el fenómeno del fracaso matemático escolar en alumnos minoritarios. *Revista de Educación*, 330, 287–306.
- Skovsmose, O. (2018). *Critical mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-70789-8>
- UNESCO. (2020). *Global education monitoring report 2020: Inclusion and education: All means all*. UNESCO. <https://doi.org/10.54676/WWUU8391>
- Valero, P. (2017). Mathematics education as a political practice. In T. Dreyfus et al. (Eds.), *Developing research in mathematics education* (pp. 207–220). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315113564>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

# CAPÍTULO 10

## PERCEPCIÓN ESTUDIANTIL SOBRE EL LIDERAZGO Y DESEMPEÑO DOCENTE DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y SU RELACIÓN CON LOS RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Data de submissão: 03/06/2026

Data de aceite: 16/06/2026

**Francisco Javier Saavedra Álvarez**

Universidad del Bio Bio, Chile

<https://orcid.org/0009-0003-1557-1113>

**Raúl Arnaldo Fuentes Fuentes**

Universidad Andrés Bello

Concepción, Chile

<https://orcid.org/0000-0003-4679-489X>

**Paola Ramírez González**

Universidad Católica del Maule, Chile

<https://orcid.org/0000-0003-0112-8375>

**RESUMEN:** Este estudio examina la relación entre el liderazgo pedagógico y el desempeño docente percibido en matemáticas, y su posible asociación con los resultados de aprendizaje en contextos escolares vulnerables de Chile. Su objetivo fue determinar si los estilos de liderazgo docente en el aula se relacionan con el desempeño percibido por los estudiantes y con sus calificaciones en la asignatura de matemática, planteó como hipótesis que dichas variables mantienen una relación significativa. Se desarrolló un diseño cuantitativo, descriptivo-correlacional, con una muestra intencionada de 321 estudiantes de enseñanza media

pertenecientes a tres liceos municipales. Se aplicaron cuestionarios validados sobre liderazgo pedagógico y desempeño docente percibido, y se analizaron, además, las calificaciones anuales en Matemáticas. Los resultados muestran diferencias entre establecimientos en la valoración de los estilos de liderazgo y del desempeño docente, con predominio de percepciones favorables hacia estilos democrático y situacional en uno de los liceos. Sin embargo, las correlaciones entre liderazgo, desempeño y rendimiento académico fueron débiles y no significativas. Se concluye que, aunque el liderazgo pedagógico y el desempeño docente son valorados positivamente por los estudiantes, su influencia sobre las calificaciones no se confirma de manera concluyente, lo que sugiere la incidencia de factores pedagógicos, institucionales y contextuales adicionales en el aprendizaje matemático.

**PALABRAS CLAVE:** liderazgo; desempeño docente percibido; matemáticas; percepción; estudiantes.

STUDENT PERCEPTION OF THE LEADERSHIP AND TEACHING PERFORMANCE OF MATHEMATICS TEACHERS AND THEIR RELATIONSHIP WITH LEARNING OUTCOMES

**ABSTRACT:** This study examines the relationship between pedagogical leadership and perceived teacher performance in

mathematics, and its possible association with learning outcomes invulnerable school contexts in Chile. Its objective was to determine whether teacher leadership styles in the classroom are related to students' perceived performance and their grades in the subject. It was hypothesized that these variables maintain a significant relationship. A quantitative, descriptive-correlational design was developed, with a purposive sample of 321 high school students from three municipal schools. Validated questionnaires on pedagogical leadership and perceived teacher performance were administered, and annual grades in mathematics were also analyzed. The results show differences between schools in the assessment of leadership styles and teacher performance, with a predominance of favorable perceptions toward democratic and situational styles in one of the schools. However, the correlations between leadership, performance, and academic achievement were weak and not statistically significant. It is concluded that, although pedagogical leadership and teaching performance are positively valued by students, their influence on grades is not conclusively confirmed, suggesting the impact of additional pedagogical, institutional, and contextual factors on mathematical learning.

**KEYWORDS:** pedagogical leadership; teacher performance (perceived); mathematics; student perception; learning outcomes.

## 1. INTRODUCCIÓN

Diversos estudios internacionales destacan el liderazgo docente como un factor clave para el logro los aprendizajes de los estudiantes (Day et al., 2009; Bolívar, 2010a; Agencia de Calidad de la Educación, 2018), en particular en la enseñanza de la matemática (Downton et al., 2022; Vale et al., 2023). Estas investigaciones han puesto su énfasis en que el liderazgo del profesor es impulso para encontrar la correspondencia entre su desarrollo y el avance de los aprendizajes en los estudiantes (Valdés & Guerra, 2023; Maureira et al., 2024; Centro de Estudios MINEDUC, 2020). En este sentido, Oqvist y Malmstrom (2016) determinaron que el nivel de liderazgo del docente en el desarrollo impacta significativamente en la motivación y el rendimiento de los estudiantes, además establecen que, un alto grado de liderazgo del profesor en el aula crea un ambiente propicio para el aprendizaje que impulsa la motivación educativa y aumenta el rendimiento de los estudiantes.

A su vez, Gómez y Jakopovic, (2022) señalan que los directores juegan un papel importante en la creación de una visión de instrucción de alta calidad y en el impacto en la práctica docente. Pero el desarrollo profesional de los directores debe preparar y apoyar sus creencias, conocimientos y habilidades como líderes instructivos en áreas específicas de la materia como las matemáticas. En la misma línea, Murillo (2006) y Valenzuela y Horn (2012), sostienen que el aumento sistemático de la efectividad escolar es el resultado de un liderazgo reconocido en los cargos directivos de los establecimientos educacionales, lo que tiene un impacto en la calidad de la gestión de dichos cargos. Estos resultados

corroboran los hallazgos de Eyzaguirre y Fontaine (2008), quienes en un estudio de caso descubrieron que las habilidades de liderazgo pedagógico de estos eran relevantes para la implementación de programas para mejorar la educación. Si bien algunos estudios destacan el rol de los directores, en este manuscrito el foco está en el liderazgo docente en matemáticas.

En el contexto chileno, donde se realiza este estudio, se observa que el liderazgo es parte del sistema educacional, reflejado en documentos oficiales como el Marco para la Buena Dirección y Liderazgo Escolar (MINEDUC, 2017). De manera complementaria, y en coherencia con la mejora en los aprendizajes en los estudiantes, Taylor-Backor y Gordon (2015) y Burkhauser, (2017), señalan que el crecimiento profesional de estos profesores líderes debe ser fortalecido por directores de establecimientos educacionales que estén posicionados para facilitar su desarrollo.

Incluso más, se ha demostrado que los programas de desarrollo profesional que preparan a los docentes como líderes mejoran las prácticas de enseñanza, lo que conduce a un mayor rendimiento de los estudiantes en matemáticas (Rigelman y Lewis, 2022).

En Chile, los estudios de Raczynski y Muñoz (2005) resaltan la presencia de liderazgo académico entre directivos y docentes en instituciones que han mantenido resultados de desempeño medidos mediante el Sistema de Medición de la Calidad de la Educación en Chile (SIMCE). Sin embargo, se ha explorado menos en relación con el liderazgo de profesores en el área matemática, particularmente en establecimientos educacionales cuyos resultados de desempeño son menores a lo esperado por dicho sistema de medición.

Por tanto, este estudio tiene el objetivo de explorar la percepción de los estudiantes sobre las características de liderazgos de los docentes en matemáticas que trabajan en establecimientos cuyos resultados SIMCE son menores a lo esperado. Además, se espera observar si hay relación entre el tipo de liderazgo pedagógico en el aula, el desempeño docente y los resultados de aprendizaje de los estudiantes en clases de matemáticas.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. ESTILO DE LIDERAZGO PEDAGÓGICO

El liderazgo pedagógico es un factor esencial para mejorar la práctica profesional y el rendimiento académico de los estudiantes (Leithwood, et al. 2006; Bolívar, 2010; Murillo, 2006; Robinson, Lloyd, & Rowe, 2008). Múltiples enfoques teóricos han abordado esta vinculación desde dimensiones afectivas, organizacionales y pedagógicas, al reconocer que el estilo de liderazgo pedagógico del docente define

el ambiente del aula, la motivación de los estudiantes y la eficacia de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Aunque la literatura ha tratado el liderazgo pedagógico y el desempeño docente en términos amplios, se le ha prestado menos atención a la conexión concreta entre liderazgo en el aula y desempeño percibido en matemáticas en entornos vulnerables. En Chile, la relación entre el liderazgo directivo y los resultados ha sido resaltada en investigaciones (Murillo, 2006; Raczynski y Muñoz, 2005); sin embargo, en este manuscrito el foco está en la dimensión disciplinar del liderazgo ejercido por los docentes de matemáticas, y en cómo este se relaciona con el desempeño percibido y los aprendizajes. Un enfoque situado que brinde evidencia empírica en esta intersección es pertinente debido a este vacío.

En ese sentido, Sergiovanni, (1996) relaciona el trabajo pedagógico con el liderazgo. Mashod y otros (2022) en una exploración sobre las percepciones de los futuros a profesores de Matemáticas sobre qué definen a un buen líder; destacan aquellos liderazgos relacionados con la centralidad en el bienestar y el aprendizaje de los estudiantes, la capacidad de adaptar la enseñanza, y mantener un ambiente de aula controlado y agradable. Similarmente, Muñoz (2023) señala que los educadores líderes en matemáticas se distinguen por adoptar un liderazgo transformacional y fomentar la optimización constante de sus prácticas y el desarrollo profesional colaborativo. Considerando que el liderazgo conlleva una reflexión crítica sobre la pedagogía, la integración de innovaciones pedagógicas y la promoción de comunidades de aprendizaje entre pares. En este sentido, para Pérez-Pertuz et al. (2023) el liderazgo efectivo del profesor de matemáticas es crucial para mejorar el desempeño académico y sugiere que los docentes deben ser vistos como miembros activos de una comunidad académica que contribuye al desarrollo educativo de los estudiantes, destacando que un liderazgo efectivo tiene un impacto positivo en el rendimiento académico de estos, sugiriendo que la formación y el desarrollo de habilidades de liderazgo en los docentes son esenciales para mejorar los resultados educativos (Pérez-Pertuz, 2023). Muñoz (2023) agrega que un líder competente en matemáticas tiene la capacidad de inspirar a sus alumnos, transmitir de manera clara los objetivos de aprendizaje y ajustar sus estrategias de acuerdo con las necesidades del grupo.

El liderazgo educativo ha sido objeto de múltiples revisiones teóricas que han dado lugar a diversos conceptos (Male & Palaiologou, 2015). En esta investigación se adoptan los siguientes enfoques como marco de referencia. En primer lugar, el liderazgo democrático implica participación, consenso, relaciones horizontales. Sergiovanni (1992)

lo define como una práctica ética y colectiva, en la que el profesor no sólo conduce, sino que crea significado. Este estilo refuerza la cohesión grupal, mejora el rol del profesor como guía ético-pedagógico y se relaciona con ambientes de aprendizaje colaborativos que favorecen el rendimiento académico. Goleman (1998), por su parte, señala que los líderes democráticos son, capaces de manejar conflictos, empatizar y mantener climas de aula favorables.

El liderazgo autoritario implica tomar decisiones sin consultar, supervisar de cerca y controlar de forma jerárquica. Bass y Avolio (1994) señalan que este estilo puede ser eficiente en situaciones de alta demanda, pero también crea ambientes de temor y desmotivación si se aplica sin sensibilidad emocional. Goleman (1998) aclara que la autoridad no es autoritarismo y que un liderazgo firme pero emocionalmente inteligente puede conservar la disciplina sin afectar el bienestar de los alumnos. Como estilo de dirección, puede llegar a coartar la autonomía profesional y la innovación pedagógica.

El liderazgo situacional de Hersey y Blanchard (1982) propone que no hay un estilo único efectivo, sino que el profesor debe ajustarse al nivel de madurez, autonomía y necesidades del grupo. En realidades escolares distintas, el uso de este enfoque podría capacitar al profesor para adaptar sus estrategias a lo que ocurre en el aula, mejorando su práctica y dando respuesta a las necesidades de aprendizaje. Este estilo se relaciona con el “liderazgo pedagógico” que plantean Leithwood et al. (2006), donde la mejora continua de la enseñanza y el aprendizaje es el foco de la acción directiva.

Estilo *laissez-faire*: el docente interviene lo menos posible, cede el control, evita dirigir. Para Bass y Avolio (1994), es el menos eficaz, ya que tiende a crear confusión, falta de rumbo y bajo compromiso. Bolívar (2010b) alerta que el liderazgo pedagógico ha de ser proactivo, de mejora institucional, de acompañamiento pedagógico, y no pasivo, *laissez-faire*. En lo académico, este estilo llega a perjudicar el aprendizaje, al no guiar ni apoyar.

En suma, estos enfoques coinciden en que el liderazgo pedagógico no es una función organizativa, sino una práctica relacional, contextualizada y transformadora. Su práctica influye en la forma de hacer de un profesional de la educación y de crear ambientes de aprendizaje que promuevan el aprendizaje de los estudiantes.

## 2.2. CARACTERÍSTICAS QUE DEFINEN EL DESEMPEÑO ACADÉMICO DEL ESTUDIANTE

De acuerdo con Reyes (2021), se observa una correlación significativa entre lo que hace el docente y los logros académicos en matemáticas, particularmente cuando los educadores implementan estrategias pedagógicas activas, realizan evaluaciones

formativas y fomentan la implicación estudiantil. En la misma línea, Lozano et al. (2021) afirman que el desempeño del docente en matemáticas no solo se manifiesta a través de las calificaciones que logran sus estudiantes, sino también en rasgos personales como la capacidad de resistencia, la perseverancia y el reconocimiento en su campo o especialidad.

En este estudio, sin embargo, el concepto de desempeño docente se aborda desde la percepción estudiantil. Es decir, se analizan las valoraciones que los alumnos realizan sobre las prácticas pedagógicas de sus profesores de matemáticas, más que el desempeño efectivo de los docentes. Esta distinción es clave para interpretar los resultados y delimitar el alcance de las conclusiones.

Adicionalmente, Rodríguez-Alveal et al. (2019) subrayan que la eficacia pedagógica en matemática se encuentra influenciada por la calidad de la formación inicial, particularmente en lo que respecta al dominio de conocimientos disciplinarios y pedagógicos. Es importante destacar que, en Chile, lugar donde se realiza este estudio, las investigaciones revelan que el desempeño docente se correlaciona con una variedad de factores contextuales: calidad de la formación inicial, acompañamiento profesional, liderazgo pedagógico y uso de datos para la mejora (Tapia Gutiérrez et al., 2011).

Docentes con alto desempeño adaptan sus estrategias para atender la diversidad de estilos, ritmos y contextos, lo que favorece el aprendizaje matemático en relación con la equidad escolar. En contraste, las prácticas pedagógicas tradicionales en la enseñanza de las matemáticas no consideran las diferencias de los estudiantes en el aula, como sus particularidades, representaciones culturales, ritmos de aprendizaje y niveles de comprensión (Alvarado Zúñiga et al., 2016, p. 6). Investigaciones recientes confirman esta necesidad de adaptación: Contreras y Pailamilla (2023) destacan que las estrategias docentes colaborativas en matemáticas permiten responder a la diversidad y mejorar la equidad en el aula. En este sentido, el desempeño docente descrito puede comprenderse como una forma de liderazgo transformador, aunque no se explicita como tal. Todos estos estudios coinciden en que el rendimiento docente en matemáticas debe ser interpretado como una práctica intrincada, que amalgama conocimientos disciplinarios, estrategias pedagógicas, sensibilidad pedagógica y compromiso institucional. La consolidación de esta estrategia demanda la implementación de políticas de formación continua, evaluación contextualizada y apoyo profesional, particularmente en entidades educativas que se encuentran ante retos de equidad y mejora sostenible.

### 3. OBJETIVOS DEL ESTUDIO

#### 3.1. OBJETIVO GENERAL

Determinar la relación existente entre el tipo de liderazgo docente en el aula, el desempeño docente y los resultados de aprendizaje de los estudiantes de educación secundaria que asisten a clases de matemáticas.

#### 3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Determinar el tipo de liderazgo pedagógico en aula del docente de matemáticas percibido por los estudiantes que participaron en el estudio.
- Describir el desempeño docente percibido por los estudiantes respecto a sus profesores de matemáticas en el aula de los establecimientos que participaron en el estudio.
- Caracterizar los resultados de aprendizaje alcanzados por los estudiantes de los establecimientos educacionales en estudio en la asignatura de Matemáticas, según sus calificaciones anuales en la asignatura.
- Relacionar los resultados de aprendizaje con el liderazgo del docente de matemática y su desempeño en el aula.

### 4. HIPÓTESIS

$H_1$ : Los estilos de liderazgo ejercidos por los docentes de matemáticas se relacionan significativamente con el desempeño docente percibido por los estudiantes, y esta percepción, a su vez, influye en los resultados de aprendizaje en dicha asignatura.

$H_0$ : Los estilos de liderazgo ejercidos por los docentes de matemáticas no se relacionan significativamente con el desempeño docente percibido por los estudiantes, y esta percepción, a su vez, no influye en los resultados de aprendizaje en dicha asignatura.

### 5. METODOLOGÍA

#### 5.1. TIPO DE ESTUDIO

La investigación tiene como propósito analizar la relación entre los estilos de liderazgo ejercidos por los docentes de matemática, el desempeño docente percibido por los estudiantes de tres establecimientos educacionales de enseñanza media de

la comuna de Parral, y los resultados de aprendizaje en dicha asignatura. Desde este punto de vista, el tipo de estudio se refiere a un enfoque cuantitativo descriptivo-correlacional, que permite caracterizar e identificar relaciones entre las variables, a partir de las evaluaciones obtenidas en la asignatura de Matemáticas. Este enfoque ha sido ampliamente utilizado en investigaciones educativas (Hernández-Sampieri, Fernández & Baptista, 2015; Pachón-Palacios & Pautt-Torres, 2024), lo que respalda su pertinencia en el presente estudio.

## 5.2. POBLACIÓN Y MUESTRA

El estudio incluyó tres liceos municipales de una localidad agrícola de más de 45.000 habitantes. Los centros educativos considerados poseen diferentes orientaciones: dos de ellos son de enseñanza científico-humanista, lo que significa que sus alumnos se preparan para proseguir con su educación en niveles superiores sin recibir una especialización técnica; el tercero, no obstante, mezcla formación técnico-profesional con científico-humanista, lo que permite a sus estudiantes seguir estudiando o integrarse al mercado laboral dada su especialización técnica. Por último, estos establecimientos se identifican con las letras A, B y C para resguardar identidades, que no son de mayor interés desde una perspectiva científica.

Tabla 1. Distribución de estudiantes de la población por curso y establecimiento.

CURSOS	NÚMERO DE ESTUDIANTES LICEOS			TOTAL
	LICEO A	LICEO B	LICEO C	
1° Medio	31	85	221	337
2° Medio	34	93	270	397
3° Medio	23	87	195	305
Totales	88	265	686	1039

La población objetivo está constituida por 1039 estudiantes de ambos sexos distribuidos en los tres establecimientos educacionales y de acuerdo con los cursos en que estos están matriculados. Cabe observar que el tamaño total de estudiantes de primer a tercer año medio en este estudio difiere de un establecimiento educacional a otro.

Respecto de la muestra, determinada mediante un método de muestreo no probabilístico, de tipo intencionado, conformada por 321 estudiantes de los tres liceos. Este tamaño muestral es significativo al 95% de confianza, cuando se estima con variabilidad máxima y un error máximo permisible del 5%. La aplicación del método de muestreo aleatorio estratificado con los parámetros mencionados requiere de una

muestra de tamaño mínimo de 302 estudiantes, aplicando afijación proporcional al número de estudiantes matriculados. La tabla siguiente caracteriza la muestra de estudiantes participantes en la investigación.

Tabla 2. Distribución de estudiantes por sexo, curso y establecimiento.

LICEOS CURSOS	FEMENINO			MASCULINO					Total		
	A	B	C	Total	%	A	B	C		Total	%
<b>1° Medio</b>	7	26	16	49	31,6	17	22	22	61	36,7	110
<b>2° Medio</b>	10	39	20	69	44,5	7	18	28	53	31,9	122
<b>3° Medio</b>	4	28	5	37	23,9	6	38	8	52	31,3	89
<b>TOTAL</b>	<b>21</b>	<b>93</b>	<b>41</b>	<b>155</b>	<b>48,3</b>	<b>30</b>	<b>78</b>	<b>58</b>	<b>166</b>	<b>51,7</b>	<b>321</b>

### 5.3. MÉTODOS Y TÉCNICAS DE RECOGIDA DE DATOS

Los instrumentos utilizados fueron cuestionarios estructurados con escala Likert de cinco puntos, diseñados para medir dos dimensiones principales: liderazgo pedagógico y desempeño docente percibido y los libros de clases donde se registran las calificaciones obtenidas en matemática por los estudiantes. Los cuestionarios previamente validados (Aedo-Meza, 2008; Calla-Colona, 2010) y adaptados al contexto chileno para la presente investigación, aseguran fiabilidad y validez en su diseño original, y su adaptación local consideró la pertinencia cultural y territorial del entorno educativo en estudio. Los instrumentos utilizados se aplicaron mediante plataformas. Este formato permitió alcanzar un mayor nivel de cobertura y facilitó la participación de los estudiantes. A continuación, se presenta una breve descripción de cada instrumento.

#### 5.3.1. Cuestionario de Estilo de Liderazgo del Profesor

Este cuestionario consta de 40 ítems distribuidos en cuatro estilos de liderazgo pedagógico: democrático, autoritario, laissez-faire y situacional, cada uno con sus respectivos indicadores; aplicado a estudiantes de educación técnica superior en Lima (Perú) y adaptado al contexto local, a partir de la opinión de jueces expertos, que sugirieron modificaciones menores en relación con su contenido. La Validez de Contenido (IVC) fue de 0,874, lo que indica una alta concordancia respecto a la pertinencia y claridad de los ítems; y el coeficiente alfa de Cronbach alcanzó un valor de  $\alpha = 0,988$ , o que evidencia una excelente consistencia interna (Calla-Coloma, 2010). Estos resultados respaldan la validez y confiabilidad del instrumento para su aplicación en poblaciones con características similares (Hernández, Fernández & Baptista, 2015). A continuación, se presenta la distribución de los ítems del cuestionario en cada una de sus dimensiones.

Tabla 3. Clasificación de ítems por dimensión y subdimensión de liderazgo pedagógico.

Nº	DIMENSIÓN	SUBDIMENSIÓN	ÍTEMS	n	%
1	<b>DEMOCRÁTICO</b>	Orienta y delega responsabilidades	27, 29, 35	14	35
		Capacidad para escuchar y debatir	3,19,20		
		Igualdad en el trato	2,5,18		
		Buenas relaciones	4,9		
		Toma de decisiones	1,21,22		
2	<b>AUTORITARIO</b>	Impone su autoridad	11, 25, 37	7	17,5
		Excesiva supervisión	6,28		
		Relación de sumisión	7, 31		
3	<b>LAISSEZ FAIRE</b>	Tolera el incumplimiento	14,16,23	7	17,5
		Libertad de acción	32,38,17		
		Indiferencia ante los problemas	10		
4	<b>SITUACIONAL</b>	Disposición a los cambios	33,36,13	12	30
		Toma de decisiones de acuerdo con la realidad	26,30,34		
		Innovador y visionario	8,12, 24		
		Motivación permanente	15,39,40		
<b>TOTAL</b>			<b>40</b>	<b>40</b>	<b>100</b>

Nota. n: representa el número de ítems por dimensión y %: proporción o peso específico de cada dimensión en el cuestionario. Fuente: Adaptado de Calla-Colona (2010).

Para la interpretación de los resultados de la aplicación del cuestionario y su posterior interpretación, se presenta la escala correspondiente. Cabe señalar que esta escala se construye a partir de la construcción de tres niveles en los que se divide el rango total de variaciones de los puntajes en cada dimensión, atendiendo a la escala tipo Likert utilizada (1-5). El primer nivel corresponde al de baja percepción, el segundo a una percepción mediana del fenómeno en estudio y el último, a un alto nivel de percepción.

Tabla 4. Escala de valoración de los estilos de liderazgo pedagógico.

DIMENSIÓN	MÁX	MÍN	BAJO	MEDIO	ALTO
Liderazgo Democrático	70	14	14 a 32	33 a 51	52 a 70
Liderazgo Autoritario	35	7	7 a 16	17 a 25	26 a 35
Liderazgo Laissez Faire	35	7	7 a 16	17 a 25	26 a 35
Liderazgo Situacional	60	12	12 a 24	25 a 42	43 a 60

Nota. La tabla presenta los rangos de puntuación establecidos para cada estilo de liderazgo docente, según el instrumento aplicado. Fuente: Calla-Colona (2010).

Esta escala facilita la interpretación cuantitativa de los resultados, permitiendo identificar el estilo predominante en cada docente evaluado y orientar decisiones pedagógicas o formativas en función del perfil observado.

### 5.3.2. Cuestionario del Desempeño Docente del Profesor de Aula

El cuestionario de desempeño docente consta de 40 ítems distribuidos en cinco dimensiones: capacidades pedagógicas, emocionalidad, responsabilidad en el desempeño de funciones, relaciones interpersonales y resultados de la labor educativa. Cada ítem se responde mediante una escala tipo Likert de cinco alternativas, según la percepción del estudiante. De igual modo que en el cuestionario descrito anteriormente, el de desempeño docente tiene una Validez de Contenido (IVC) de 0,89, considerado alto y, un nivel de confiabilidad alfa de Cronbach de  $\alpha = 0,92$ , lo que indica la excelente consistencia interna del mismo (Hernández, Fernández & Baptista, 2015).

Tabla 5. Distribución de indicadores e ítems por dimensión del desempeño docente.

DIMENSIÓN	INDICADORES	ÍTEMS	n	%
Capacidades pedagógicas	Dominio de los contenidos	1	15	
	Capacidad para planificar	5,6,9		
	Estrategias metodológicas	2,7,8		
	Exposición en clases	3,4		
	Contribución a clima escolar	11		
	Formación en valores	12,15 10,13,14		
	Grado de conocimiento de las características psicológicas individuales de los educandos			
Emocionalidad	Vocación pedagógica	16,17	7	
	Autoestima	18,19,20		
	Nivel de satisfacción con la labor que realiza			
		21,22		
Responsabilidad en el desempeño de sus funciones laborales	Asistencia y puntualidad	23,24	5	
	Actualización permanente	25		
	Participación actividades del Liceo Cumplimiento de su función	26		
		27		
Relaciones interpersonales	Comprensión y preocupación de los problemas de sus estudiantes	28,30	7	
	Expectativa respecto al desarrollo de los estudiantes	29,31,32		
	Trato a los estudiantes	33,34		
Resultados de su labor educativa	Rendimiento académico alcanzado por sus alumnos	35,36	6	
	Grado de orientación valorativa positiva alcanzado hacia las cualidades de la personalidad	37,38,39,40		
<b>TOTAL</b>		<b>40</b>	<b>40</b>	<b>100</b>

Nota. La tabla presenta la distribución de los ítems del cuestionario según los indicadores agrupados en cinco dimensiones del desempeño docente. Fuente: Adaptado de Calla-Colona (2010).

La Tabla 6 presenta la escala de interpretación para los niveles de desempeño pedagógico, construida a partir de los puntajes máximos y mínimos por dimensión. Esta clasificación permite valorar el desempeño docente en tres niveles: bajo, medio y alto.

Tabla 6. Escala de evaluación de los niveles de desempeño pedagógico.

DESEMPEÑO PEDAGÓGICO	MÁX	MÍN	BAJO	MEDIO	ALTO
Capacidades pedagógicas	75	15	15 a 35	36 a 55	56 a 75
Emocionalidad	35	7	7 a 16	17 a 26	27 a 35
Responsabilidad en el desempeño de sus funciones laborales	25	5	5 a 11	12 a 18	19 a 25
Relaciones interpersonales	35	7	7 a 16	17 a 26	27 a 35
Resultado de su labor educativa	30	6	6 a 14	15 a 23	24 a 30

Nota. La tabla presenta los rangos de puntuación establecidos para cada dimensión del desempeño pedagógico docente. Fuente: Calla-Colona (2010).

### 5.3.3. Proceso de recogida de evaluaciones estudiantiles en Matemática

Como parte del proceso se recopilan, con las autorizaciones correspondientes, las calificaciones anuales de la asignatura de matemáticas de los estudiantes de los tres establecimientos educacionales que participan en el estudio. Las calificaciones se expresan en la escala oficial chilena de 1,0 a 7,0. Es importante destacar que los tres liceos que participan están ubicados en la misma municipalidad y son gestionados por un único Departamento de Educación Municipal (DAEM), que sigue un proyecto educativo municipal compartido, y orienta a nivel global los procesos de evaluación de cada establecimiento educacional.

## 5.4. MÉTODOS DE ANÁLISIS DE DATOS

Los datos recolectados fueron sometidos a análisis estadístico descriptivo para caracterizar las percepciones estudiantiles, incluyendo la representación mediante diagrama de caja y bigotes (box plots), que resume los datos en cinco medidas: mínimo, primer cuartil, mediana, tercer cuartil y máximo. Además, se realizó un análisis de correlación de Pearson para identificar relaciones entre las percepciones de liderazgo pedagógico y desempeño docente percibido.

## 6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los datos provienen exclusivamente de la percepción de los estudiantes, recogida mediante cuestionarios aplicados en el aula, lo que permite acceder a la valoración subjetiva que realizan sobre las prácticas pedagógicas de sus docentes de matemáticas. Esta información resulta fundamental para analizar la relación entre estilos de liderazgo, desempeño docente percibido y resultados de aprendizaje. A continuación, se presentan resultados de la aplicación de los instrumentos de percepción del estilo de Liderazgo según los estudiantes de los liceos de la comuna en estudio.

## 6.1. PERCEPCIÓN DEL ESTILO DE LIDERAZGO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA SEGÚN LOS ESTUDIANTES

Las percepciones del liderazgo se presentan porcentualmente en niveles de percepción (bajo, mediano y alto), según la valoración de los estudiantes de cada establecimiento educacional.

Tabla 7. Distribución porcentual de estilos de liderazgo según valoración estudiantil por establecimiento.

LICEO	ESTILOS	n	NIVELES DE LOGRO		
			BAJO	MEDIANO	ALTO
Liceo A	Autoritario	51	7,4	74,1	18,5
	Democrático		22,2	38,9	38,9
	Laissez Faire		16,7	68,5	14,8
	Situacional		14,8	57,4	27,8
Sub Total			15,3	59,7	25,0
Liceo B	Autoritario	171	4,3	64,8	30,9
	Democrático		4,9	72,8	22,2
	Laissez Faire		7,4	88,9	3,7
	Situacional		6,8	76,5	16,7
Sub Total			5,9	75,8	18,4
Liceo C	Autoritario	99	2,1	66,7	31,3
	Democrático		5,2	26,0	68,8
	Laissez Faire		7,3	76,0	16,7
	Situacional		5,2	40,6	54,2
Sub Total			4,9	52,3	42,7
<b>TOTAL</b>		<b>321</b>	<b>7,1</b>	<b>66,1</b>	<b>26,9</b>

Nota. La tabla presenta la distribución porcentual de los estilos de liderazgo pedagógico según percepción estudiantil en tres liceos de la comuna en estudio.

La distribución porcentual se presenta en tres grados de evaluación (bajo, medio y alto) para los estilos autoritario, democrático, laissez-faire y situacional, considerando las percepciones estudiantiles en los tres liceos de la comuna.

En el Liceo A, el 74,1% de los estudiantes valora el estilo autoritario en un nivel intermedio, mientras que el democrático manifiesta una distribución equilibrada entre los tres niveles, con un énfasis particular en el nivel superior, 38,9%. El estilo laissez-faire se orienta hacia el nivel intermedio con un 68,5%, mientras que el situacional manifiesta una tendencia intermedia, dominando el nivel intermedio con un 57,4% y con una valoración elevada del 27,8 %.

En el Liceo B se observa una concentración significativa en el nivel intermedio para todos los estilos, con una predominancia particular en el laissez-faire 88,9% y lo

situacional 76,5%. La evaluación del estilo autoritario se sitúa predominantemente en un nivel medio, mientras que el estilo democrático se evalúa predominantemente en un nivel medio 72,8%, con una representación reducida en un nivel alto 22,2%.

En el Liceo C se aprecia una alta proporción de estudiantes que valoran el estilo democrático 68,8% y situacional 54,2% en un nivel elevado, lo que sugiere una percepción favorable hacia enfoques más participativos y adaptativos. El estilo autoritario se concentra principalmente en el nivel intermedio 66,7%, mientras que el *laissez-faire* alcanza un 76,0% en el nivel intermedio y solo un 16,7% en el nivel alto. Estos resultados corresponden a un análisis descriptivo de frecuencias porcentuales, sin pruebas de significancia estadística, por lo que se interpretan como tendencias observadas en la muestra.

Los datos muestran que el “Liceo C” claramente tiene las valoraciones más altas en términos de liderazgo democrático y situacional, lo que puede proporcionar evidencia de una pedagogía más participativa y adaptativa. El “Liceo B” también está bien caracterizado en niveles medios y es más probable que sea del tipo *laissez-faire*. Al mismo tiempo, el “Liceo A” tiene una distribución más uniforme, inclinándose hacia lo autoritario y democrático. Estas diferencias permiten tomar decisiones formativas informadas, reforzando las prácticas institucionales y fomentando la exploración territorial del liderazgo pedagógico.

## 6.2. PERCEPCIÓN ESTUDIANTIL DEL DESEMPEÑO DOCENTE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA

La Tabla 7 presenta la distribución porcentual de la percepción estudiantil sobre el desempeño docente en matemáticas, desagregada por dimensiones evaluativas y niveles de valoración. Los datos reflejan el grado de acuerdo de los estudiantes frente a cada dimensión, permitiendo identificar fortalezas y áreas de mejora en la práctica pedagógica.

Tabla 7. Distribución porcentual global de las valoraciones estudiantiles respecto al desempeño docente en Matemáticas.

LICEO	DESEMPEÑOS DOCENTES	n	NIVELES DE LOGRO		
			BAJO	MEDIANO	ALTO
Liceo A	Capacidades Pedagógicas		17,65	41,18	41,18
	Emocionalidad	51	15,69	47,06	37,2
	Responsabilidad en el manejo de sus funciones profesionales		9,8	41,18	49,02
	Relaciones interpersonales		15,69	45,1	39,22

	Resultados de su labor educativa		19,61	56,86	23,53
Sub Total			14,707	46,28	38,03
	Capacidades Pedagógicas		6,43	22,22	71,34
	Emocionalidad		6,43	22,81	70,76
Liceo B	Responsabilidad en el manejo de sus funciones profesionales	171	7,02	19,89	73,1
	Relaciones interpersonales		9,94	23,39	66,67
	Resultados de su labor educativa		11,7	43,27	45,03
Sub Total			8,304	26,32	65,38
	Capacidades Pedagógicas		6,06	30,3	63,64
Liceo C	Emocionalidad	99	9,09	25,25	65,66
	Responsabilidad en el manejo de sus funciones profesionales		3,03	24,24	72,73
	Relaciones interpersonales		7,07	35,35	57,58
	Resultados de su labor educativa		11,11	49,49	39,39
Sub Total			7,272	32,93	59,8
<b>TOTAL</b>		<b>321</b>	<b>10,094</b>	<b>35,17</b>	<b>54,40</b>

La tabla precedente sintetiza la percepción estudiantil del desempeño docente en Matemáticas en tres liceos de enseñanza media, organizada según dimensiones evaluativas y niveles de logro.

En términos generales, los datos permiten identificar tendencias diferenciadas entre establecimientos, tanto en la intensidad de las valoraciones positivas como en la presencia de juicios intermedios o críticos. Su examen resulta relevante para comprender cómo los estudiantes valoran las prácticas pedagógicas de sus profesores y para orientar procesos de mejora institucional con base en evidencia situada.

En el caso del Liceo A, las valoraciones se concentran principalmente en el nivel mediano, con un subtotal de 46,28%, seguido por un 38,03% en el nivel alto y un 14,71% en el nivel bajo. Esta distribución sugiere una percepción favorable, aunque moderada, del desempeño docente. Destaca la dimensión responsabilidad en el manejo de sus funciones profesionales, que alcanza el mayor porcentaje en nivel alto (49,02%), lo que evidencia reconocimiento hacia el cumplimiento, compromiso y consistencia profesional del profesorado. No obstante, la dimensión resultados de su labor educativa presenta la proporción más elevada en nivel bajo (19,61%), lo que podría reflejar reservas respecto del impacto directo de la enseñanza en los aprendizajes o del modo en que dichos resultados son percibidos por los estudiantes.

En el Liceo B, la percepción estudiantil muestra un perfil marcadamente positivo, con un subtotal de 65,38% en el nivel alto, muy por encima del nivel mediano (26,32%) y del

nivel bajo (8,30%). Este patrón revela una valoración ampliamente favorable del desempeño docente en casi todas las dimensiones observadas. Sobresalen particularmente responsabilidad en el manejo de sus funciones profesionales (73,10%), capacidades pedagógicas (71,34%) y emocionalidad (70,76%) en nivel alto, lo que permite inferir una apreciación robusta respecto de la preparación pedagógica, el compromiso profesional y la disposición emocional de los docentes. En contraste, aunque la dimensión resultados de su labor educativa también alcanza una valoración alta significativa (45,03%), concentra el mayor porcentaje relativo en el nivel bajo dentro del establecimiento (11,70%), lo que sugiere que, aun existiendo una imagen docente positiva, persisten cuestionamientos sobre los efectos concretos de la enseñanza en los resultados académicos.

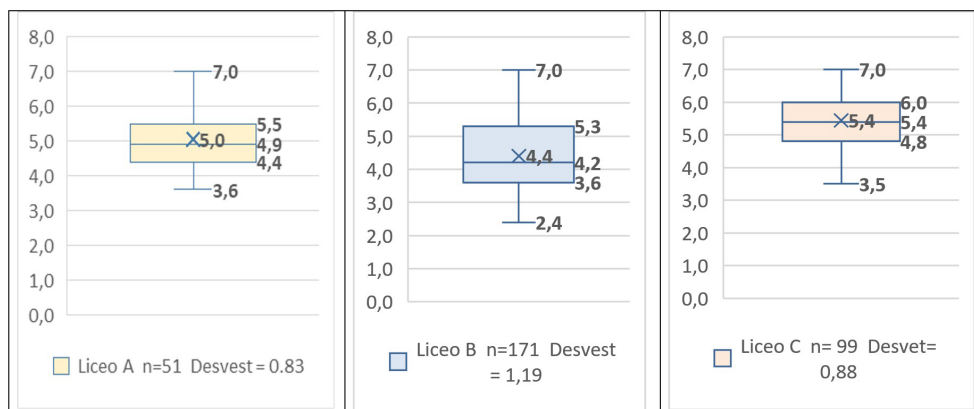
Por su parte, el Liceo C también exhibe una tendencia favorable, con un 59,80% de valoraciones en nivel alto, un 32,93% en nivel mediano y un 7,27% en nivel bajo. Aunque su perfil es positivo, presenta una distribución algo más heterogénea que la observada en el Liceo B. La dimensión mejor evaluada corresponde a responsabilidad en el manejo de sus funciones profesionales, con 72,73% en nivel alto, seguida por emocionalidad (65,66%) y capacidades pedagógicas (63,64%), lo que evidencia una percepción sólida del ejercicio profesional docente. Sin embargo, resultados de su labor educativa vuelven a situarse como una dimensión comparativamente más débil, con 39,39% en nivel alto y 11,11% en nivel bajo, reforzando la idea de que el reconocimiento del trabajo docente no necesariamente se traduce, desde la perspectiva estudiantil, en una valoración igualmente alta de sus efectos en el rendimiento o en los logros alcanzados.

En síntesis, el análisis comparado permite concluir que los tres liceos presentan una valoración predominantemente positiva del desempeño docente en Matemáticas, aunque con diferencias en intensidad y composición. Mientras el Liceo B registra la apreciación más alta y consistente, el Liceo C mantiene una evaluación favorable con mayores matices, y el Liceo A concentra sus juicios en niveles intermedios. De manera transversal, la dimensión responsabilidad en el manejo de sus funciones profesionales emerge como la mejor evaluada, lo que revela un reconocimiento generalizado hacia el compromiso docente. En cambio, resultados de su labor educativa aparece sistemáticamente como la dimensión más sensible, lo que sugiere la necesidad de profundizar en estrategias pedagógicas y evaluativas que fortalezcan la percepción de efectividad del proceso de enseñanza-aprendizaje. En consecuencia, esta tabla no solo describe tendencias valorativas, sino que también aporta insumos relevantes para la reflexión pedagógica y la toma de decisiones orientadas a la mejora educativa.

### 6.3. CARACTERIZACIÓN DE LAS CALIFICACIONES DE LOS ESTUDIANTES

Las calificaciones de los estudiantes se presentan como un recurso descriptivo que facilita la contextualización del desempeño académico en las instituciones educativas analizadas. No obstante, cada liceo tiene sus propias costumbres de evaluación y los profesores usan diferentes métodos de calificación, lo cual restringe la posibilidad de comparar directamente las instituciones. Por lo tanto, el propósito de este análisis no es crear equivalencias precisas, sino brindar una visión general de las prácticas evaluativas. Además, al comparar estas evaluaciones con las percepciones de los estudiantes sobre el liderazgo y el desempeño docente, se evidencia que las correlaciones son débiles y carecen de significancia estadística (Tabla 12). Esto apoya la idea de que el rendimiento académico está influenciado por diversos factores que no son capturados por la percepción estudiantil.

Figura 1. Indicadores estadísticos de calificaciones obtenidas por los estudiantes en la asignatura de Matemáticas en los tres liceos comunales.



La Figura 1 presenta la distribución de las calificaciones finales obtenidas por los estudiantes en la asignatura de Matemáticas en los liceos A, B y C. A partir de los diagramas de caja y bigotes es posible examinar la tendencia central y la dispersión de los resultados en cada establecimiento, lo que permite caracterizar el rendimiento académico desde una perspectiva descriptiva. En este caso, la interpretación debe realizarse con cautela, pues el análisis busca contextualizar los resultados más que establecer comparaciones estrictamente equivalentes entre liceos con prácticas evaluativas potencialmente distintas.

En el Liceo A, la mediana de las calificaciones se sitúa en 4,9, mientras que el primer cuartil alcanza 4,4, lo que indica que al menos una parte importante del estudiantado se concentra en un rango cercano a la aprobación y al rendimiento

intermedio. La diferencia relativamente acotada entre el primer cuartil y la mediana sugiere una distribución moderadamente compacta en el tramo central de las notas. Asimismo, la ausencia de valores atípicos indica que no se observan casos extremos que alteren de manera importante el comportamiento general del grupo. En términos interpretativos, este patrón es coherente con lo observado previamente en el establecimiento, donde tanto el liderazgo pedagógico como el desempeño docente percibido tienden a concentrarse en niveles medios, configurando un escenario de valoración favorable, aunque menos robusto que el registrado en los otros liceos.

En el Liceo B, la mediana se ubica en 4,2 y el primer cuartil en 3,6, lo que evidencia un rendimiento general más bajo en comparación con los otros establecimientos analizados. Estos valores sugieren que una proporción significativa de estudiantes obtiene calificaciones cercanas o incluso inferiores al umbral de aprobación, lo que podría interpretarse como una mayor vulnerabilidad académica relativa. Del mismo modo, la inexistencia de valores atípicos muestra que esta tendencia no depende de unos pocos casos extremos, sino que forma parte del comportamiento general del grupo. Este resultado introduce un matiz relevante, puesto que contrasta con la percepción altamente positiva del desempeño docente observada en este liceo, lo que refuerza la idea de que la valoración estudiantil del profesorado no se traduce de manera directa ni automática en mejores resultados académicos.

Por su parte, el Liceo C presenta la mediana más alta de los tres establecimientos, con un valor de 5,0, y un primer cuartil de 4,8, lo que da cuenta de un rendimiento académico relativamente más favorable. La cercanía entre ambos valores sugiere que una parte importante del estudiantado se concentra en niveles de logro superiores a los observados en los liceos A y B. A ello se suma la ausencia de valores atípicos, lo que permite inferir una distribución más regular y sin extremos pronunciados. Este comportamiento resulta consistente con los hallazgos previos del estudio, en los que el Liceo C mostró una percepción positiva tanto del liderazgo pedagógico, especialmente en los estilos democrático y situacional, como del desempeño docente, lo que podría estar asociado a un contexto de enseñanza percibido como más favorable por los estudiantes.

En términos comparativos, la Figura 1 permite advertir que el Liceo C concentra las calificaciones más altas en su tramo central, seguido por el Liceo A, mientras que el Liceo B presenta una mediana y un primer cuartil inferiores. En los tres casos no se observan valores atípicos, lo que sugiere distribuciones relativamente estables y sin comportamientos extremos que distorsionen la lectura general. Al relacionar estos resultados con la percepción del liderazgo y del desempeño docente, se aprecia una

correspondencia parcial: el Liceo C combina valoraciones positivas con un mejor desempeño académico relativo, mientras que el Liceo B, pese a exhibir la evaluación más alta del desempeño docente, presenta calificaciones menos favorables. En consecuencia, los gráficos refuerzan la interpretación de que el rendimiento en Matemáticas responde a una combinación compleja de factores pedagógicos, evaluativos e institucionales, y no exclusivamente a la percepción estudiantil sobre sus profesores.

#### 6.4. RELACIÓN ENTRE LIDERAZGO Y DESEMPEÑO DOCENTE EN MATEMÁTICAS

La literatura científica sugiere que los estudiantes no siempre perciben el liderazgo docente y el desempeño pedagógico como dimensiones equivalentes, aunque ambas suelen estar relacionadas. En el caso específico de matemática, los hallazgos muestran una relación compleja: en algunos estudios el liderazgo docente se asocia positivamente con el aprendizaje y la motivación (Pachón & Pautt, 2024), mientras que en otros no se observan correlaciones significativas entre el liderazgo percibido y la satisfacción o rendimiento matemático.

Por una parte, las revisiones sistemáticas muestran que el liderazgo pedagógico del profesor de matemática suele relacionarse con mejores procesos de enseñanza, innovación metodológica, clima de aula y compromiso estudiantil. En este sentido, el liderazgo docente es entendido como la capacidad del profesor para influir, motivar, orientar y generar participación en el aprendizaje

Por lo general, los estudiantes tienden a percibir el liderazgo docente y el desempeño pedagógico como dimensiones relacionadas, pero no idénticas. Un profesor puede ser visto como motivador, influyente o inspirador (liderazgo alto), sin necesariamente ser evaluado al mismo nivel en eficacia pedagógica; y viceversa. La tabla siguiente da cuenta de esta situación al relacionar las respuestas globales que los estudiantes otorgaron a los distintos niveles de percepción de las variables.

Tabla 8. Distribución porcentual de percepciones estudiantiles

LICEO	CORRELACIONES	n	r	p	INTERPRETACIÓN
Liceo A	Desempeño - Calificaciones	51	0,096	0,502	Relación positiva muy débil y no significativa
	Liderazgo - Desempeño		0,036	0,802	Relación prácticamente nula.
	Liderazgo - Calificaciones		0,234	0,099	Es la correlación más alta del liceo, pero sigue siendo débil y no significativa

	Desempeño - Calificaciones	171	-0,035	0,650	Relación negativa muy débil, irrelevante estadísticamente
Liceo B	Liderazgo - Desempeño		0,111	0,148	Relación positiva débil, no significativa
	Liderazgo - Calificaciones		-0,095	0,217	Relación negativa débil, no significativa
	Desempeño - Calificaciones	99	-0.042	0,681	Relación negativa prácticamente nula
Liceo C	Liderazgo - Desempeño		0,138	0,173	Relación positiva débil, no significativa
	Liderazgo - Calificaciones		0,081	0,428	Relación positiva muy débil, no significativa

En los tres liceos, los coeficientes  $r$  son bajos (cerca de 0) y los valores de significancia son mayores a 0,05, por lo que no hay evidencia de relaciones estadísticamente significativas entre las variables analizadas. En términos simples, ni el liderazgo percibido ni el desempeño docente percibido parecen relacionarse de forma clara con las calificaciones, y tampoco se observa una fuerte relación entre liderazgo y desempeño dentro de cada liceo.

Esta tabla no respalda la idea de que las calificaciones en Matemáticas dependan directamente del liderazgo pedagógico percibido ni del desempeño docente percibido. Más bien, sugiere que el rendimiento académico probablemente está influido por otros factores como, por ejemplo: contexto socioeducativo, hábitos de estudio, asistencia, clima escolar, entre otros.

La tabla de correlaciones por establecimiento evidencia que las asociaciones entre liderazgo pedagógico percibido, desempeño docente percibido y calificaciones en Matemáticas son débiles y no estadísticamente significativas en los tres liceos analizados. En el Liceo A se observa la correlación más alta entre liderazgo y calificaciones ( $r=0,234$ ;  $p=0,099$ ), aunque esta no alcanza significancia. En los liceos B y C, las correlaciones se mantienen cercanas a cero, lo que indica ausencia de relación lineal relevante entre las variables. En consecuencia, los resultados sugieren que el rendimiento académico no puede explicarse únicamente a partir de la percepción estudiantil sobre liderazgo o desempeño docente, sino que responde a una combinación más amplia de factores pedagógicos, institucionales y contextuales.

## 7. DISCUSIÓN

El análisis comparativo se basa en los puntos de vista de los estudiantes encuestados en tres establecimientos educacionales, quienes expresaron sus percepciones sobre la presencia e influencia de los estilos de liderazgo pedagógico:

democrático, autoritario, laissez-faire y situacional. Esta presentación se alinea con el marco teórico del liderazgo pedagógico, que sostiene que la forma en que un profesor ejerce su liderazgo afecta el clima de clase, la motivación de los estudiantes y, por consiguiente, su rendimiento académico (Bolívar, 2010a; Leithwood et al., 2006).

Los hallazgos responden coherentemente a los objetivos planteados: se identifican estilos de liderazgo pedagógico percibido, se caracteriza el desempeño docente percibido y se observan relaciones débiles con los resultados de aprendizaje. Aunque la relación entre dimensiones categóricas como “liderazgo percibido” y “desempeño docente percibido” no se muestra con claridad, el estudio aporta una lectura situada de cómo las percepciones estudiantiles pueden orientar decisiones pedagógicas en matemáticas en contextos vulnerables.

Los hallazgos de los tres centros educativos indican que las opiniones de los estudiantes sobre los estilos de liderazgo docente coinciden en parte con lo que la literatura ha indicado. La obediencia sin compromiso académico se corresponde con lo que Goleman (1998) propuso, en el caso del liderazgo autoritario. Por otro lado, la consideración del liderazgo democrático como honesto e íntegro, aunque tiene limitaciones en cuanto a la creación de consensos, es una muestra de la tensión que Sergiovanni (1992) describió. La limitada atención al liderazgo laissez-faire confirma lo que Bass y Avolio (1994) señalaran acerca de las repercusiones negativas de la falta de guía, mientras que el alto aprecio por el liderazgo situacional está relacionado con la propuesta hecha por Hersey y Blanchard (1982); no obstante, en este contexto aún no se nota una gestión innovadora.

En efecto, los resultados pueden concluirse que las concepciones de los estudiantes están en línea con los aspectos teóricos (Bolívar, 2010a; Leithwood et al., 2006; Goleman, 1998; Sergiovanni, 1992; Bass & Avolio, 1994; Hersey & Blanchard, 1982), pero también reflejan algunas características típicas de la cultura escolar local de las escuelas, las cuales merecen una mayor exploración en investigaciones futuras. De hecho, en términos de la correlación entre el liderazgo percibido y el rendimiento académico, los coeficientes de correlación son bajos e insignificantes ( $r < 0.20$ ; no significativo).

Esto significa que no hay una relación estadísticamente significativa entre la percepción del liderazgo del profesor y el nivel de calificación en el curso de matemáticas. Pero los valores positivos muestran una ligera tendencia: un mejor liderazgo podría llevar a un rendimiento algo más alto. Los estilos democráticos, que incluyen adherirse a las reglas, la supervisión constante y el intercambio de recompensas por rendimiento, también fueron de mayor importancia para los estudiantes en comparación con los estilos autoritarios y laissez-faire, que generan respuestas ambiguas o neutrales.

Aunque las diferencias en los niveles de “acuerdo” no son significativas, las dimensiones de emocionalidad y responsabilidad lideran las respuestas en “totalmente de acuerdo”. Este patrón podría estar vinculado a factores específicos del entorno educativo, estilos de liderazgo o metodologías pedagógicas empleadas por los docentes de Matemáticas en los liceos considerados. Además, las diferencias en los niveles de “desacuerdo” tampoco son significativas; sin embargo, aspectos relacionados con la labor docente vinculados a la evaluación, la formación integral, personal y valórica se observan con menor valoración. Asimismo, las relaciones interpersonales tienen una proporción menor de los porcentajes que deberían cubrirse en futuros proyectos de mejora mediante el desarrollo de entornos de aprendizaje cooperativo que fomenten y mejoren el aprendizaje en un ambiente de comprensión y preocupación continua por el estudiante, su proceso educativo y la interacción con otros docentes y familias.

Los hallazgos también indican que los estilos de liderazgo pedagógico que fomentan la participación activa y la motivación interna son apreciados de forma más positiva, lo cual podría tener un impacto favorable en el rendimiento académico. Por el contrario, los estilos que producen inseguridad o desconfianza tienden a obstaculizar el compromiso con el aprendizaje.

A pesar de que los datos recogidos no presentan correlaciones significativas, tampoco muestran relaciones negativas o nulas, lo que sugiere la presencia de factores intervinientes que deben ser examinados con mayor profundidad. Los estudiantes valoran positivamente los estilos democráticos y normativos, mientras que muestran ambivalencia frente a los estilos autoritarios y *laissez-faire*.

Estas observaciones sugieren que la conexión entre rendimiento académico y liderazgo pedagógico, aunque incipiente, proporciona indicios significativos para intervenir estas variables a escala institucional. Se abre la oportunidad de crear procesos de mejora adaptados a cada institución educativa y, dado el comportamiento similar entre liceos ( $r=0,95$ ), también de impulsar proyectos comunales de mejora del liderazgo y del desempeño pedagógico.

En relación con el liderazgo docente y el desempeño de los estudiantes, Pérez-Pertuz et al. (2023) agregan que los docentes que ejercen prácticas inspiradoras y motivadoras cercanas al liderazgo transformacional tienden a motivar e inspirar a sus estudiantes, lo que se traduce en un mejor desempeño académico. Este estilo fomenta un ambiente de aprendizaje positivo y apoya el desarrollo integral de los alumnos. La formación en liderazgo pedagógico debe ser una práctica continua para mejorar la calidad educativa, ya que los distintos estilos generan impactos específicos en los resultados

educativos. La participación y colaboración en el liderazgo pueden influir positivamente en la motivación y el compromiso; el liderazgo autoritario puede limitar la participación y, por lo tanto, el rendimiento.

Finalmente, los estudiantes ven a sus profesores como agentes centrales en el aprendizaje; se enfatiza que los docentes deben desempeñar un papel activo en el aula, no solo transmitir conocimientos, sino también orientar y guiar. Esto sugiere que la efectividad del liderazgo docente no solo depende del estilo, sino también de un análisis integral que considere el contexto escolar, la cultura institucional y las características de los propios estudiantes, con el fin de potenciar el rendimiento académico.

## 8. CONCLUSIONES

En relación con el **objetivo específico** orientado a determinar el tipo de liderazgo pedagógico en aula percibido por los estudiantes de matemática, los resultados muestran que no existe un predominio absoluto de un único estilo en los tres establecimientos, aunque se observan tendencias diferenciadas.

El Liceo C destaca por una valoración más alta de los estilos democrático y situacional, mientras que en el Liceo B predominan valoraciones intermedias y en el Liceo A se aprecia una distribución más equilibrada, con presencia relevante de rasgos autoritarios y democráticos. En conjunto, estos hallazgos permiten afirmar que los estudiantes reconocen principalmente estilos de liderazgo asociados a la participación, la adaptación al contexto y el acompañamiento pedagógico, aunque con matices según cada realidad institucional.

En lo referido a describir el desempeño docente percibido por los estudiantes, se concluye que la valoración general del profesorado de Matemáticas es favorable en los tres liceos, aunque con distinta intensidad. El Liceo B presenta la apreciación más alta y consistente, seguido por el Liceo C, mientras que el Liceo A concentra mayormente valoraciones intermedias. De manera transversal, la dimensión mejor evaluada corresponde a la responsabilidad en el manejo de sus funciones profesionales, lo que evidencia reconocimiento al compromiso, cumplimiento y seriedad laboral del profesorado. En cambio, la dimensión de resultados de su labor educativa aparece de forma sistemática como la más débil, lo que sugiere que la valoración positiva del docente no siempre se traduce, desde la percepción estudiantil, en una apreciación igualmente alta de sus efectos en el aprendizaje.

En cuanto a caracterizar los resultados de aprendizaje a partir de las calificaciones anuales en Matemáticas, los datos muestran diferencias entre establecimientos. El Liceo

C presenta la mediana más alta y una distribución más favorable, el Liceo A ocupa una posición intermedia y el Liceo B exhibe un rendimiento comparativamente menor. No obstante, estas diferencias deben interpretarse con cautela, dado que las prácticas evaluativas pueden variar entre liceos.

En relación con el vincular los resultados de aprendizaje con el liderazgo docente y el desempeño en el aula, el estudio permite concluir que dicha relación es débil y no significativa en términos estadísticos respecto del rendimiento académico, aunque sí se observa una asociación positiva, fuerte y significativa entre la percepción del liderazgo y la del desempeño docente.

En consecuencia, derivado del objetivo general, se establece que la relación entre el tipo de liderazgo docente en el aula, el desempeño docente percibido y los resultados de aprendizaje existe de manera parcial: es clara entre liderazgo y desempeño percibido, pero no se confirma con la misma fuerza respecto de las calificaciones en matemáticas. Por ello, se acepta parcialmente la hipótesis y se confirma que los estilos de liderazgo se relacionan significativamente con el desempeño docente percibido, pero no se demuestra de manera concluyente que dicha percepción influya significativamente en los resultados de aprendizaje. En consecuencia, no se rechaza completamente la hipótesis nula en lo relativo al rendimiento académico, lo que refuerza la necesidad de considerar factores pedagógicos, evaluativos e institucionales adicionales para comprender el desempeño estudiantil.

## 9. AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su agradecimiento a los estudiantes que participaron en este estudio por su disposición, tiempo y valioso aporte al responder los instrumentos aplicados. Asimismo, agradecen a los docentes de matemática y equipos directivos de los liceos participantes por las facilidades brindadas para el desarrollo del trabajo de campo y, de manera especial, a los directivos del nivel comunal por su apoyo institucional y colaboración en la realización de esta investigación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aedo-Meza, G. (2008). *Estilo del liderazgo de director y el desempeño docente de las instituciones educativas de la ciudadela Pachacútec-Ventanilla*. La Cantuta. Chosica: Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán Valle.

Agencia de Calidad de la Educación. (2018). *Claves para el mejoramiento escolar*. Santiago de Chile: Agencia de Calidad de la Educación. División de Estudios. Obtenido de [https://archivos.agenciaeducacion.cl/060308MEJORAMIENTO\\_online.pdf](https://archivos.agenciaeducacion.cl/060308MEJORAMIENTO_online.pdf)

- Alvarado, A., García, M. E., Imbachí, L. F., Z. C., & Jiménez, C. P. (2016). *La atención a la diversidad en el área de matemáticas, una cuestión metodológica*. Colombia: Universidad de Manizales.
- Bass, B. M., & Avolio, B. J. (1994). *Improving organizational effectiveness through transformational leadership*. SAGE Publications.
- Bolívar, A. (2010). ¿Cómo un liderazgo pedagógico y distribuido mejora los logros académicos? Revisión de la investigación y propuesta. *Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación*, 3(5), 79-106. doi:10.11144/Javeriana.m3-5.clpd
- Bolívar, A. (2010). El liderazgo educativo y su papel en la mejora: una revisión actual de sus posibilidades y limitaciones. *Psicoperspectivas*, 9(2), 9-33. doi:10.5027/psicoperspectivas-Vol9-Issue2-fulltext-112
- Bolívar, A. (2010a). Liderazgo educativo: Una revisión del estado actual de la cuestión. *Revista de Educación*, 352, 21-43.
- Burkhauser, S. (2017). How Much Do School Principals Matter When It Comes to Teacher Working Conditions? *Educational Evaluation and Policy Analysis*. 39(1), 126-145. doi:10.3102/0162373716668028
- Calla-Colana, G. (2010). *Estilos de liderazgo del docente y su desempeño, según percepción de los alumnos en un instituto superior del callao*. Perú: Universidad San Ignacio de Loyola. Obtenido de <https://repositorio.usil.edu.pe/entities/publication/5cc193fe-ea2a-4c52-8eea-d5791a877d52>
- Contreras, C., & Pailamilla, P. (. (2023). Estrategias docentes colaborativas en matemáticas para responder a la diversidad y mejorar la equidad en el aula. *Revista de Estudios Educativos*, 45(2), 55-72.
- Contreras, F., Pailamilla, L., & Piñeiro, J. L. (2024). Estrategias Docentes para Enseñar Matemáticas: Trabajo Colaborativo entre Profesionales del Área de Matemáticas y Educación Diferencial. *Revista de estudios y experiencias en educación*, 23(51), 68-91. doi:10.21703/rexe.v23i51.2215
- Day, C., Sammons, P., Hopkins, D., Harris, A., Leithwood, K., Gu, Q., . . . Kington, A. (2009). *The impact of school leadership on pupil outcomes*. Nottingham: Department for children, schools and Families. Obtenido de [https://www.researchgate.net/publication/281449883\\_The\\_Impact\\_of\\_School\\_Leadership\\_on\\_Pupil\\_Outcomes\\_Final\\_Report](https://www.researchgate.net/publication/281449883_The_Impact_of_School_Leadership_on_Pupil_Outcomes_Final_Report)
- Downton, A., Cheeseman, J., & Roche, A. (2022). Goals and challenges of school mathematics leaders. *Mathematics Teacher Education and Development*, 24(1), 96-115. Obtenido de <https://mtd.merga.net.au/index.php/mtd/article/view/678>
- Eyzaguirre, B., & Fontaine, L. (2008). *Las escuelas que tenemos*. Santiago de Chile: Centro de Estudios Públicos 111.
- Goleman, D. (1998). *Working with emotional Intelligence*. Bantam Books.
- Gómez, K., & Jakopovic, P. (2022). Influencing elementary principals' leadership self-efficacy for mathematics: a professional development case study. *NCSM Journal of Mathematics Education Leadership*, 23(1), 13-34. Obtenido de <https://www.mathedleadership.org/docs/resources/journals/NCSMJournalVol23Num1.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2015). *Metodología de la investigación*. México: Mc.Graw Hill.
- Hersey, P., & Blanchard, K. H. (1982). *Management of organizational behavior: Utilizing human resources (4th ed.)*. Prentice-Hall.

Hj Ali Mashod, M., Pengiran Omar, D., Izzati, K. N., Haji Alias, N., Tan, S., Haji Mosli, A., & Abdullah, N. S. (2022). The perceived ideal qualities of secondary school mathematics leaders. *Journal of Honai Math*, 5(1), 15-28. doi:10.30862/jhm.v5i1.249

Leithwood, K., Day, C., Sammons, P., Harris, A., & Hopkins, D. (2006). *Successful school leadership: What it is and how it influences pupil learning*. Department for Education and Skills. National College for School Leadership.

Lewin, K., Lippitt, R., & White, R. (1939). Patterns of aggressive behavior in experimentally created social climates. *Journal of Social Psychology*, 10(2), 271-299. doi:10.1080/00224545.1939.9713366

López, E., Varela, D. M., Salas, D. F., Ortega, G. V., & Jurado, M. C. (2025). Liderazgo docente y aprendizaje de las matemáticas: Una revisión sistemática. *Revista Científica en Ciencias Sociales*, 8(1), 1-15. doi:https://doi.org/10.53732/rccs

Lozano, D., & Maldonado, L. (2021). Relación entre el desempeño del docente de matemáticas y el rendimiento académico: Caso de estudio de un colegio militarizado. *Revista Iberoamericana de Investigación y Desarrollo Educativo*, 1-20. doi:10.23913/ride.v12i23.1094

Male, T., & Palaiologou, I. (2015). Pedagogical leadership in the 21st century: Evidence from the field. *Educational Management Administration & Leadership*, 43(2), 214–231. doi:h10.1177/174114321349488

Mashod, A., Omar, K., Alias, T., Mosli, A., & Abdullah, S. (2022). The perceived ideal qualities of an effective mathematics leader: Perspectives from mathematics graduate teacher candidates. *Journal of Honai Math*, 5(1), 15-28. doi:DOI:10.30862/jhm.v5i1.249

Maureira, Ó., Rojas, A., & Carrasco, A. (2024). *Liderazgo escolar y desarrollo profesional docente: Una perspectiva de la realidad de casos de establecimientos educativos en Enseñanza Media Técnico Profesional*. Santiago: Saberes Docentes. Universidad de Chile.

MINEDUC. (2017). *Marco para la Buena Dirección y Liderazgo Escolar*. Santiago: Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2020). *Informe sobre liderazgo pedagógico y resultados escolares*. Santiago: Centro de Estudios Ministerio de Educación de Chile.

MINEDUC. (2023). *Resultados del SIMCE 2022*. Santiago: Ministerio de Educación. Obtenido de <https://www.mineduc.cl/resultados-del-simce-2022/>

Ministerio de Educación. (2017). *Marco para la buena enseñanza*. Obtenido de <https://www.docentemas.cl/>: <https://www.docentemas.cl/docs/MBE2008.pdf>

Muñoz, C. (2023). Liderazgo pedagógico en tiempos de cambio. *Revista Educación y Sociedad*, 35(1), 89-104.

Murillo, F. J. (2006). *Evaluación y mejora de la calidad de la educación*. Ediciones Octaedro.

Oqvist, A., & Malmstrom, M. (2016). Teachers' leadership: a maker or a breaker of students' educational motivation. *School Leadership & Management*, 36(4), 366-380. doi:10.1080/13632434.2016.1247039

Pachón, J., & Pautt, J. (2024). Metodologías cuantitativas aplicadas a la investigación educativa: análisis de escalas Likert. *Revista Colombiana de Educación Matemática*, 15(1), 45–63.

Pérez, J., Cardona, H., & Cardona, Y. (2023). Estilos de liderazgo docente: un análisis del desempeño

académico en una institución educativa de Colombia. *Apuntes de Ciencia & Sociedad*, 11(1), 31-44. doi:10.18259/acs.2023005

Pohan, S., & Anwar, R. (2024). Situational leadership and student engagement in mathematics classrooms. *Journal of Educational Leadership*, 42(1), 55-70.

Raczynski, D., & Muñoz, G. (2005). *Efectividad Escolar y Cambio Educativo en Condiciones de Pobreza en Chile*. Santiago: Ministerio de Educación de Chile.

Reyes, M. L. (2021). *Desempeño docente y el rendimiento académico en el área de Matemática en Instituciones Educativas de la red 20 de Comas*. Lima. Perú: Universidad César Vallejo.

Rigelman, N., & Lewis, C. (2022). *Aprovechamiento de los líderes docentes de matemáticas en apoyo del aprendizaje de los estudiantes y los docentes*. *Investigaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas*. Routledge. Taylor & Francis Group. doi:10.1080/19477503.2022.2140989

Rivera, Y. D., & Aparicio, C. (2020). Características de las prácticas de liderazgo pedagógico en programas de integración escolar que favorecen el trabajo. *Perspectiva Educativa*, 59(2), 27-44.

Robinson, V. M., Lloyd, C. A., & Rowe, K. J. (2008). The Impact of Leadership on Student Outcomes: An Analysis of the Differential Effects of Leadership Types. *Educational Administration Quarterly*, 44(5), 635-674. doi:10.1177/0013161X08321509

Rodríguez, F., Muñoz, C., & González, M. (2019). Formación inicial docente y desempeño en matemáticas: un estudio correlacional. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 21(1), 1-15.

Sergiovanni, T. J. (1992). *Moral leadership: Getting to the heart of school improvement*. Jossey-Bass.

Sergiovanni, T. J. (1996). *Leadership for the schoolhouse: How is it different? Why is it important?* Jossey-Bass.

Tapia, M., Pérez, J., & Alarcón, P. (2011). Liderazgo pedagógico y uso de datos para la mejora escolar en Chile. *Revista de Estudios Educativos*, 37(2), 95-118.

Taylor-Backor, K., & Gordon, S. (2015). Preparing Principals as Instructional Leaders: Perceptions of University Faculty, Expert Principals, and Expert Teacher Leaders. *Boletín NASSP*, 99 (2), 105-126, 92(2), 105-126. doi:10.1177/0192636515587353

Valdés, Y., & Guerra, P. (2023). Articulación entre el desarrollo profesional docente y el Marco para la Buena Dirección y Liderazgo Escolar en un contexto de políticas de mercado y accountability: El caso de Chile. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 22(49), 321-346. doi:10.21703/rexe.v22i49.1515

Valenzuela, J., & Horn, A. (2012). Influencia del liderazgo directivo en los resultados de los estudiantes. En J. Weinstein, & J. (. Muñ, *¿Qué sabemos sobre los directivos de la escuela en Chile?* (págs. 325-348). Santiago: Centro de Innovación en Fundación Chile y CEPPE.

# CAPÍTULO 11

## ELIMINANDO ACTITUDES NEGATIVAS HACIA LA ESTADÍSTICA EN PSICOLOGÍA: EFECTOS DEL APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS DE TEXTOS

*Data de submissão: 20/05/2026*

*Data de aceite: 02/06/2026*

**Luis Fernando González Beltrán**

División de Investigación y Posgrado  
Universidad Nacional Autónoma de México  
FES Iztacala  
Estado de México, México  
<https://orcid.org/0000-0002-3492-1145>

**Olga Rivas García**

División de Investigación y Posgrado  
Universidad Nacional Autónoma de México  
FES Iztacala  
Estado de México, México  
<https://orcid.org/0000-0002-4036-359X>

**RESUMEN:** En muchas disciplinas, es obligatorio el uso de las Matemáticas para resolver problemas profesionales. La Educación Superior debe proveer al estudiante de las herramientas necesarias para que utilice el razonamiento y el pensamiento crítico en la resolución de problemas, lo que implica abarcar más que los contenidos teóricos y avanzar hacia el dominio de habilidades metodológicas o procedimentales, que, en el caso específico de la carrera de Psicología, incluyen la estadística. El problema reside en que los alumnos que ingresan a esta

carrera, en su mayoría, presentan problemas de comprensión lectora que deben atacarse junto a su preparación académica. Dado que se han obtenido buenos resultados al utilizar un heurístico para la presentación de reportes de lectura, con categorías que promueven la crítica, la argumentación y la propuesta de alternativas, se probó la conjunción del heurístico con el entrenamiento en diseños de investigación y pruebas estadísticas, que aun con un importante progreso, mostró cierta resistencia de los alumnos, que se interpretó como actitud negativa a la estadística (González y Rivas, 2019). Con este antecedente, el objetivo del presente trabajo fue medir la actitud hacia la estadística antes y después del uso del heurístico. Con un diseño pretest-postest, a los alumnos de un grupo de Psicología se les aplicó un examen de estadística y la escala de actitudes de Auzmendi (1992), y entre las dos aplicaciones tomaron un curso virtual sobre análisis estratégico de textos que incluyó la discusión grupal sobre aspectos estadísticos de las lecturas. Los resultados mostraron diferencias significativas en ambas medidas. También se mostró un incremento sostenido en el índice de precisión del heurístico, con diferencias significativas entre la primera y la última vez que presentaron su reporte de lectura. La discusión grupal cambió de una simple discusión a un trabajo colaborativo para la explicación de las decisiones estadísticas tomadas por los autores de las lecturas, con

propuestas novedosas sobre dichas decisiones. Este hallazgo nos permite extender tanto la generalidad del heurístico, como sus implicaciones en el aprendizaje de la estadística en un contexto de investigación, para la Psicología y otras Ciencias Sociales y de la Salud.

**PALABRAS CLAVE:** aprendizaje; competencias; estadística; estudiantes; psicología.

## ELIMINATING NEGATIVE ATTITUDES TOWARDS STATISTICS IN PSYCHOLOGY: EFFECTS OF LEARNING TEXT ANALYSIS

**ABSTRACT:** In many disciplines, the use of mathematics is mandatory for solving professional problems. Higher education must provide students with the necessary tools to use reasoning and critical thinking in problem-solving, which implies encompassing more than theoretical content and progressing toward the mastery of methodological or procedural skills, which, in the specific case of the Psychology program, includes statistics. The problem lies in the fact that most students entering this program have reading comprehension difficulties that must be addressed alongside their academic preparation. Given the positive results obtained using a heuristic for presenting reading reports, with categories that promote critique, argumentation, and the proposal of alternatives, the combination of this heuristic with training in research design and statistical tests was tested. While significant progress was made, some resistance from students was revealed, which was interpreted as a negative attitude toward statistics (González & Rivas, 2019). Given this background, the objective of this study was to measure attitudes toward statistics before and after the use of the heuristic. Using a pretest-posttest design, students in a Psychology group were given a statistics exam and the Auzmendi (1992) attitude scale. Between the two tests, they took an online course on strategic text analysis, which included group discussions on statistical aspects of the readings. The results showed significant differences in both measures. A sustained increase in the heuristic's accuracy index was also observed, with significant differences between the first and last time they submitted their reading reports. The group discussions evolved from simple debates to collaborative work focused on explaining the statistical decisions made by the authors of the readings, with innovative proposals regarding those decisions. This finding allows us to extend both the generality of the heuristic and its implications for learning statistics in a research context to Psychology and other Social and Health Sciences.

**KEYWORDS:** learning; skills; statistics; students; psychology.

### 1. INTRODUCCION

Es muy común que los profesores de Psicología se quejen hablando de la mala preparación de los estudiantes que ingresan a la licenciatura, que incluye el bajo nivel de comprensión lectora. Los alumnos no usan estrategias ante el texto, no se formulan preguntas ni antes ni durante la lectura, ni buscan relacionar lo que leen con lo que ya saben. Carrillo (2007) reporta que cerca de la mitad de los alumnos universitarios lee y comprende un texto en su totalidad, mientras que el resto no. Además, los reportes de lectura que se piden a los alumnos usualmente los realizan de manera mecánica y sin darles sentido, abusando de la copia textual y acrítica (González & Rivas, 2016).

Los estudiantes tienen también problemas con la adquisición de habilidades metodológicas y conceptuales. Las habilidades conceptuales se adquieren aprendiendo principios y conceptos que pueden explicar un fenómeno. Las habilidades metodológicas o procedimentales comprenden un conjunto de esquemas cognitivos, que buscan explicar los cambios en los fenómenos, y cómo se llegó a la solución de un problema determinado. El inconveniente es que con frecuencia, la enseñanza de estas habilidades se realiza por separado (Jiménez, Santoyo y Colmenares, 2016). Por si fuera poco, el entrenamiento de la implementación de una técnica o una estrategia para solucionar un problema, y la evaluación de su eficacia, es tema de asignaturas aplicadas, o laboratorios, todavía más alejadas. Agravando la situación, la estadística se enseña como una materia más, sin conectarse a la práctica, y se espera que se transfiera a la toma de decisiones.

La estadística es una materia poco popular por su relación con las matemáticas y eso genera una actitud negativa hacia ella. Carnell (2008) ha propuesto un curso en estadística con actividades retadoras que promuevan la investigación relacionada con las metas profesionales, para contrarrestar creencias y actitudes negativas, y evitar el sentimiento de incompetencia que acarrea. Con esta base, proponemos que el aprendizaje de la estadística solo tendrá sentido dentro del contexto del proceso de investigación e intervención. Aquí probamos una experiencia didáctica que cubrirá ambos aspectos, primero, la comprensión lectora, para que los alumnos sean consumidores críticos de la información, tanto teórica, como metodológica y estadística, y segundo, la formación en estadística que les permita adoptarla para la toma de decisiones en el proceso de solución de problemas en su campo profesional.

En lo que respecta a la comprensión de la lectura, Santoyo (2001) propuso un heurístico, con una serie de actividades a realizar sobre los textos a estudiar, buscando un aprendizaje significativo, que rebasara el parafraseo y la identificación, y que desarrollara actividades cada vez más complejas, llegando al análisis, la síntesis, la evaluación y la comprensión profunda. Este procedimiento, tipo catálogo de instrucciones específicas a seguir al leer un texto, intenta avanzar paralelamente a la Guía para la Certificación en Psicología de la APA. Las 10 categorías que integran este análisis estratégico de textos pueden alcanzarse en niveles cada vez más complejos. Dada esta propiedad, en ciertas categorías es posible ahondar en diferentes temas, por ejemplo, en la primera categoría Justificación del trabajo, se puede hablar de la posibilidad de usar los hallazgos en situaciones aplicadas, o en la mejora y actualización de técnicas específicas, o de la relación entre la hipótesis de investigación y la teoría que le da sustento. Incluso discutir acerca de los modelos que compiten por explicar los datos. De manera similar también es

posible usar la categoría 5, Estrategia del autor, para hablar del uso de la estadística para especificar las decisiones tomadas en los textos analizados, por lo que aquí exploramos esta posibilidad.

Espinosa, Santoyo & Colmenares (2010) utilizaron con éxito el procedimiento. González & Rivas (2017) extendieron su alcance, en este caso los estudiantes leyeron el listado de las categorías, sin definiciones, y un primer artículo (pretest) pidiendo que lo analizaran. Después se les entregaron las definiciones de las categorías con ejemplos, y se modeló el análisis con una presentación digital de un artículo muy sencillo. Posteriormente se solicitó el análisis de otras cinco lecturas. Para terminar, analizaban nuevamente el primer artículo y se tomaba como postest. Las diferencias entre pretest y postest fueron significativas. González & Rivas (2020) demostraron logros similares, usando un curso virtual y comparando con un grupo control.

Un paso más adelante consistió en abrir foros de discusión en los cursos virtuales, para que los participantes argumenten a favor o en contra de las aportaciones en las distintas categorías, y en consenso se logre un análisis grupal. Se ha logrado centrar la discusión en foros especiales sobre la pertinencia de los diseños, y las pruebas estadísticas de los textos que se proponían para análisis y crítica (González & Rivas, 2019). Sin embargo, esta estrategia, aunque con buenos resultados, se vio empañada por cierta resistencia, los alumnos se quejaban de que en una materia teórica no se debería centrar en aspectos estadísticos, por su complejidad y su uso restringido a la investigación empírica, que se vería más adelante en las materias “prácticas” y de “laboratorio”. Explorando más sobre estas respuestas, se llegó a suponer que los estudiantes no tenían una buena preparación en aspectos estadísticos, y que preferían dejarlo para más adelante. Vilà y Rubio (2016) concluyen que una gran mayoría del alumnado de las carreras de humanidades presenta una actitud negativa a la estadística, que va de la mano con un inadecuado conocimiento de la estadística y de las matemáticas en general. Por lo cual, intentamos aquí probar un pequeño procedimiento de modificación de actitudes, junto con el análisis estratégico de textos, para ver su efecto sobre su comprensión lectora y el aprendizaje de la estadística.

Nuestro objetivo fue diseñar una experiencia instruccional para a) modificar la actitud hacia la estadística; b) entrenar el análisis estratégico de textos; y c) entrenar en el uso de análisis estadístico de datos.

## 2. MÉTODO

### 2.1. PARTICIPANTES

Fueron 31 alumnos de un grupo de la licenciatura de Psicología presencial, de primer semestre.

### 2.2. MATERIALES E INSTRUMENTOS

Los materiales de lectura (siete artículos) fueron del área de psicología experimental, elegidos expresamente para este estudio.

Se construyó un examen sobre análisis estadístico, de 20 preguntas, de 5 opciones, para pretest y postest. La última opción de todas las preguntas era “e) No la sé o no la recuerdo”.

De entre las diversas escalas elegimos la Escala de Actitud hacia la Estadística de Auzmendi (1992) por dirigirse al contexto universitario y por ser de las más utilizadas en idioma español. La Escala está compuesta por 25 ítems y 5 factores básicos y posee un alto nivel de consistencia interna (Alfa de Cronbach = 0.85). Los factores se denominan: Utilidad, Ansiedad, Confianza, Agrado y Motivación.

Se realizó un video de 12 minutos de duración, sobre hacer visible lo invisible del libro “El lenguaje de las Matemáticas” de Keith Devlin (2002), para explicar la lógica de la estadística.

Las categorías del análisis estratégico de textos se modificaron de las utilizadas por Cepeda, Santoyo y Moreno (2010) quedando así: 1) Justificación: argumentos del porqué realizar el estudio; 2) Supuestos Básicos: elementos conceptuales del trabajo; 3) Objetivo que expresa el autor; 4) Unidad de análisis: los elementos básicos que constituyen al objeto de conocimiento; 5) Estrategia del autor: forma en que se realizó el estudio; 6) Consistencia interna: análisis de la estructuración lógica de los componentes del trabajo; 7) Consistencia externa: generalización de los datos, implicaciones teóricas y prácticas, y la vinculación del trabajo con los resultados de otras investigaciones; 8) Conclusiones del autor; 9) Conclusión del lector; y 10) Cursos de acción alternativos: Es una propuesta alterna o creativa del lector para nuevos estudios, planteamientos o procedimientos experimentales.

Para cada categoría se formulaba una pregunta, en algunos casos se debería identificar o analizar, y en otros casos se requería deducir, evaluar e integrar. Para los primeros la respuesta se calificaba con 1 punto, si responde parcialmente, y hasta 3 si lo hace completando todos los criterios; para los más complejos la escala llegaba

a 5, cuando responde de forma creativa y va más allá del texto. Con el total de 10 categorías, 30 sería el puntaje mínimo de un nivel de ejecución aceptable, por lo que se calculó un índice de precisión, dividiendo el puntaje que obtenía cada alumno, entre 30.

### 2.3. PROCEDIMIENTO

Los alumnos trabajaron diez semanas en la plataforma Moodle, donde primero debían contestar la Escala de Auzmendi, como si fuera una encuesta de entrada. No se les permitía avanzar hasta contestarla. Después contestaban un cuestionario sobre los aspectos del análisis estadístico, donde se les daba la calificación, sin retroalimentación de sus respuestas. Igualmente, no podían continuar hasta resolverlo. En la unidad introductoria, se les pedía ver el video sobre la lógica de la estadística, y contestar un cuestionario de 10 preguntas sobre lo tratado en el video. Podían contestar el cuestionario las veces que fueran necesarias para alcanzar al menos 8 respuestas correctas. Lo mismo se pedía para ver una presentación digital que modelaba el análisis estratégico de textos, con su cuestionario.

Cada unidad posterior incluía una de las lecturas, donde deberían aplicar las categorías de análisis al artículo, la retroalimentación fue personalizada e incluía los puntajes alcanzados, y además, un foro en la plataforma con 10 preguntas abiertas sobre conocimientos estadísticos. Se pedía que cada alumno eligiera una pregunta para contestarla en el foro y que cuando todas se hubieran respondido, discutiera al menos tres respuestas de sus compañeros.

### 3. RESULTADOS

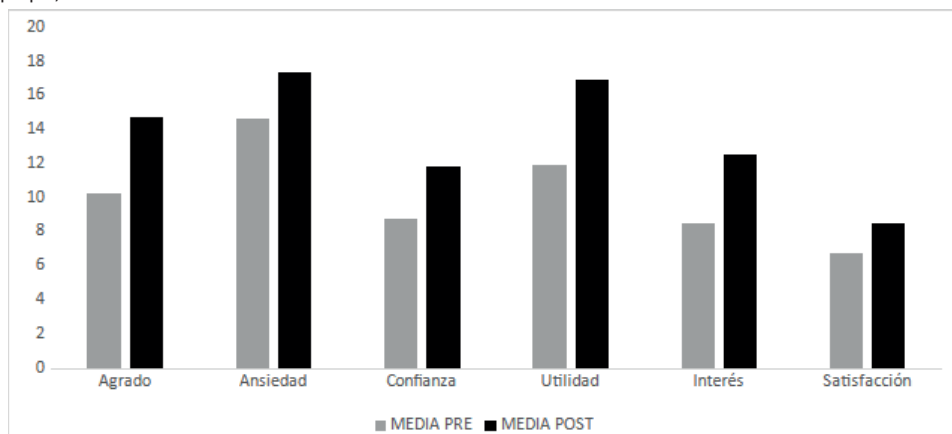
Encontramos que la actitud inicial de los alumnos hacia la Estadística fue media-baja, considerando que la media del grupo fue de 61 puntos sobre 125, aunque hay una gran dispersión (ver la Tabla (1)). Con 10 puntos de 25 posibles, el factor “Agrado” es el que alcanzó menor puntuación. El que tiene unas puntuaciones medias más elevadas es “Satisfacción”, saber que se tienen las habilidades para usar la Estadística, con 7 puntos sobre 10, teniendo en cuenta la alta variabilidad del grupo.

Tabla 1. Valores descriptivos de la Escala de Actitud hacia la Estadística, en el pretest- y postest. (Elaboración propia).

FACTOR	Mínima	Máxima	Media PRETEST	DESVIACIÓN PRETEST	Media POSTEST	DESVIACIÓN POSTEST
<b>Agrado</b>	5	25	10.25	5.09	14.75	4.15
<b>Ansiedad</b>	6	30	14.7	6.91	17.41	4.09
<b>Confianza</b>	4	20	8.82	2.91	11.82	2.19
<b>Utilidad</b>	5	25	11.99	4.37	16.99	2.87
<b>Interés</b>	3	15	8.55	3.37	12.58	2.46
<b>Satisfacción</b>	2	10	6.79	3.45	8.49	1.87
<b>SUMA</b>	25	125	61.1	26.1	82.04	17.63

Después de la experiencia didáctica, la actitud de los alumnos hacia la Estadística fue media-alta, pasando a los 82 puntos de los 125, con diferencias significativas. En este caso, el factor con menos puntuación fue “Ansiedad”, es decir, aunque hubo una mejora, aún se tiene cierto temor hacia la materia. Los factores con mayor puntuación fueron “Satisfacción”, otra vez, pero casi empatado con “Interés”. Sin embargo, la diferencia más alta entre antes y después se encontró en el Factor “Utilidad”, que representa el valor que los estudiantes le dan a esta asignatura. Las diferencias se pueden apreciar en la Figura (1).

Figura 1. Puntajes promedio de los factores de actitud, en el pretest comparados con el postest. (Elaboración propia).



En cuanto al examen, las respuestas correctas incrementaron de 4.3 a 13.6 en promedio, iniciando con una mayoría de respuestas de “no lo sé” y terminando con solo 3.

En lo que respecta a la comprensión lectora, el índice de precisión promedio de los participantes, fue creciendo por cada lectura. Como en los estudios anteriores, se

dominaron muy rápido las categorías que requerían solo la identificación, y aumentó el puntaje en las tareas de evaluación conforme avanzaron las sesiones, y al final mejoraron las de elaboración creativa.

#### 4. DISCUSIÓN

Pudimos apreciar una disminución en la actitud negativa hacia la estadística, en todos los factores, aunque aún queda espacio para mejorar, en particular en el factor “Ansiedad”, que representa el temor y las emociones negativas que despierta la materia. Se necesita mayor investigación acerca de cómo incidir en este factor. El mayor logro fue en el factor “Utilidad”, la explicación de la lógica y el análisis enfocado en las decisiones estadísticas de los artículos hicieron clara la función de las pruebas de hipótesis. Esto también ayudó en los factores “Satisfacción” e “Interés”, que implican que aun con temor, los alumnos buscarán aumentar sus habilidades en el uso de la estadística para tomar decisiones sobre las comparaciones que se realizan en la investigación y el trabajo profesional. Los resultados del examen indican que esta mejora en sus habilidades está de hecho ocurriendo en cada análisis de los artículos empíricos, y esto puede explicar en cierta medida los mejores puntajes en el factor “Satisfacción”.

En cuanto a la comprensión lectora, se reitera el éxito de la estrategia de análisis de textos. Se observó una tendencia creciente en el índice de precisión, acorde a lo encontrado en estudios similares (Espinosa et al., 2010). Pero las categorías se pueden expandir para incluir detalles, como el diseño y el análisis de datos, que normalmente se exigen en cursos más avanzados para su utilización en prácticas o experimentos de laboratorio, o investigaciones aplicadas en el contexto profesional o en el servicio social. Aquí proponemos que los alumnos tengan contacto con la lógica, más que con los cálculos, desde el primer semestre. En los comentarios sobre el curso, ya no hubo quejas sobre la utilización de la estadística en materias teóricas.

La estrategia de análisis de textos va en la misma dirección que las experiencias educativas que buscan no limitarse a transferir información, intentando trascender a la acción y solución de problemas. Los foros pueden considerarse como contextos de aprendizaje colaborativo, donde los integrantes construyen conjuntamente un espacio de discusión y crítica, que puede llegar hasta la implementación de proyectos y reportes de investigación. Esta actitud crítica es la que les permite cuestionar toda argumentación acerca de los efectos de tratamientos, terapias, entrenamientos, etc., sobre los problemas de su profesión.

Nuestros resultados pueden ser otra alternativa a experiencias didácticas con objetivos similares, como ambientes virtuales con viñetas cortas de estudios de casos, historias clínicas y problemas de investigación (González y Rivas, 2015), o trabajo grupal por proyectos de investigación (González, Rivas, Mares, Rueda y Rocha, 2017).

Para finalizar, apostamos por una mayor adopción de la estrategia a todos los niveles, no solo por los hallazgos discutidos aquí, sino porque explícitamente está diseñada para guardar un paralelo con los lineamientos de la APA, que no únicamente son el estándar en Psicología, sino que se están aceptando en otras disciplinas para orientar la presentación de trabajos en congresos, y hasta para la recepción de artículos de investigación. De forma que el entrenamiento en el modelo representará una gran ventaja para los alumnos que requieran hacer reportes de todo tipo y a los docentes que puedan llevar a cabo un entrenamiento de esta clase. Seguiremos en la búsqueda de la fórmula para lograr un aprendizaje significativo en nuestros alumnos.

## REFERENCIAS

Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitarias*. Bilbao: Mensajero.

Carnell, L. J. (2008). The Effect of a Student-Designed Data Collection Project on Attitudes Toward Statistics. *Journal of Statistics Education*, 16(1),1-15.

Carrillo, T. G. (2007). Realidad y simulación de la lectura universitaria: El caso de la Universidad Autónoma del Estado de México. *EDUCERE: Investigación arbitrada*, 11(36), 97-102.

Cepeda, M. L., Santoyo, C. & Moreno, D. (2010). Base Teórica y descripción de la estrategia de análisis de textos. En M. L. Cepeda & M. R. López (Coordinadoras). *Análisis Estratégico de Textos: Fundamentos Teóricos-Metodológicos y Experiencias Instruccionales*. (pp. 49-110) México: FESI, UNAM.

Devlin, K. (2002). *El lenguaje de las matemáticas*. Barcelona, Ediciones Robinbook.

Espinosa, J., Santoyo, C. & Colmenares, L. (2010). Mejoramiento de habilidades de análisis estratégico de textos en estudiantes universitarios. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 36(1), 65-86.

González B., L. F. & Rivas G., O. (2015). Ambiente virtual para la toma de decisiones estadísticas en Psicología. En M. González-Videgaray (Coordinadora). *Ambientes virtuales y objetos de aprendizaje: Incorporación crítica y reflexiva*. (pp. 59 – 63). México: Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM.

González B., L. F. & Rivas G., O. (2016). Conducta compleja en contextos de solución de problemas: La estadística. En M. L. Cepeda & M. R. López (Coordinadoras). *Conducta Compleja: Fundamentos teóricos y aplicaciones educativas*. (pp. 199 – 242). México: FESI, UNAM.

González B., L. F. & Rivas G., O. (2017). Contra el copiar y pegar en los reportes de lectura: Análisis estratégico de textos en Psicología. Ponencia presentada en el *Tercer Encuentro universitario de mejores prácticas de uso de TIC en la educación*. México: UNAM, C.U.

González B., L. F.; Rivas G., O. Mares, G.; Rueda, E. & Rocha, H. (2017) Moodle para el Entrenamiento en Intervención de Estudiantes de Psicología. Ponencia presentada en el 2.º Congreso Internacional de Psicología de la FES Zaragoza 2017. México: UNAM, C.U.

González B., L. F. & Rivas G., O. (2019). Análisis de Textos con énfasis estadístico en estudiantes de Psicología con la Plataforma Moodle. Ponencia presentada en el Undécimo Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas. FES Cuautitlán, México. 2-3 de mayo de 2019.

González B., L. F. & Rivas G., O. (2020). Competencia de análisis de textos en Psicología: Del aula a la virtualidad. Ponencia presentada en el IV Congreso Internacional Virtual en Investigación e Innovación Educativa – CIVINEDU 2020.

Jiménez, A. L.; Santoyo, C. y Colmenares, L. (2016). La complejidad y su significado en las habilidades metodológicas y conceptuales. En M. L. Cepeda & M. R. López (Coordinadoras): *Conducta compleja: Fundamentos teóricos y aplicaciones educativas*. (pp. 29 – 56). México: FESI, UNAM.

Santoyo, C. (2001). *Alternativas docentes. Vol. II. Aportaciones al estudio de la formación en habilidades metodológicas y profesionales en las ciencias del comportamiento*. México: PAPIME, UNAM.

Vilà Baños, R. y Rubio Hurtado, M.J. (2016). Actitudes hacia la Estadística en el alumnado del grado de Pedagogía de la Universidad de Barcelona. *Revista de Docencia Universitaria*, 14(1), 131-149.

# CAPÍTULO 12

## ¿QUÉ FUNCIONA (Y QUÉ NO) PARA INCORPORAR LA ÉTICA COMO COMPETENCIA TRANSVERSAL EN ESTUDIOS DE INGENIERÍA?

Data de submissão: 03/05/2026

Data de aceite: 20/05/2026

**Ester Gimenez-Carbo**

Universitat Politècnica de València  
ETSICC  
Valencia

<https://orcid.org/0000-0002-2856-4081>

**Lourdes Soriano Martínez**

Universitat Politècnica de València  
ETSICCP  
Valencia

<https://orcid.org/0000-0002-5749-4609>

**RESUMEN:** La formación en responsabilidad ética, medioambiental y profesional se ha consolidado como un elemento esencial en la educación superior en ingeniería, impulsada tanto por marcos internacionales de acreditación como por las demandas sociales asociadas al desarrollo sostenible. Sin embargo, su integración efectiva en los planes de estudio continúa siendo un desafío. Este artículo presenta un análisis en profundidad del desarrollo de esta competencia transversal en varias titulaciones de grado de la Universitat Politècnica de València (UPV), combinando datos institucionales, análisis de guías docentes, entrevistas con profesorado

y grupos focales con estudiantes. Asimismo, se describe y discute una experiencia concreta de aula basada en la identificación de malas prácticas profesionales, que ha mostrado resultados positivos en los primeros niveles de adquisición de la competencia. A partir del contraste entre diagnóstico institucional y práctica docente, se proponen recomendaciones para una integración más coherente, progresiva y efectiva de la responsabilidad ética, medioambiental y profesional en los estudios de ingeniería.

**PALAVRAS-CHAVE:** competencia transversal; estudios de ingeniería; ética; responsabilidad profesional.

WHAT WORKS (AND WHAT DOES NOT) TO INCORPORATE ETHICS AS A CROSS CURRICULAR COMPETENCE IN ENGINEERING STUDIES?

**ABSTRACT:** Training in ethical, environmental, and professional responsibility has become an essential element in higher education in engineering, driven by both international accreditation frameworks and societal demands associated with sustainable development. However, its effective integration into curricula remains a challenge. This article presents an in-depth analysis of the development of this transversal competency in several undergraduate degree programs at the Universitat Politècnica de València (UPV), combining institutional data, analysis

of course syllabi, interviews with faculty, and focus groups with students. It also describes and discusses a specific classroom experience based on the identification of poor professional practices, which has shown positive results in the initial stages of competency acquisition. Based on a comparison between institutional assessment and teaching practice, recommendations are proposed for a more coherent, progressive, and effective integration of ethical, environmental, and professional responsibility into engineering studies.

**KEYWORDS:** transversal competence; engineering studies; ethics; professional responsibility.

## 1. INTRODUCCIÓN

La adaptación al Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) ha transformado el paradigma de la formación universitaria en España, exigiendo un equilibrio entre los conocimientos técnicos y la adquisición de competencias transversales (CT) esenciales para una sociedad compleja. En este escenario, la formación ética del futuro profesional resulta clave para garantizar un ejercicio responsable de la ingeniería y su contribución al bienestar social y ambiental. Bajo esta premisa, la Universitat Politècnica de València (UPV) puso en marcha en 2015 un proyecto institucional para garantizar que su alumnado acredite 13 competencias clave, destacando la CT-07: “Responsabilidad ética, medioambiental y profesional” (tabla 1). Esta competencia es fundamental no solo para el cumplimiento de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030, sino también para cumplir con los estándares de acreditación internacional, como los de ABET, que consideran la ética un requisito esencial para la excelencia. Sin embargo, la mera incorporación formal de la CT-07 en los planes de estudio no garantiza su adquisición real (Gimenez-Carbo et al., 2020). Su implementación en currículos tradicionalmente técnicos presenta desafíos significativos, derivados de su doble dimensión –ética y medioambiental– y de obstáculos detectados en el profesorado, tales como la falta de formación específica o la percepción de estas actividades como una carga adicional. Por ello, resulta imprescindible analizar cómo se trabaja realmente en el aula y qué metodologías permiten una evaluación válida. El presente artículo analiza el estado actual de esta integración a través del estudio de seis grados universitarios, evaluando desde metodologías innovadoras basadas en la identificación de “malas prácticas” hasta el impacto en la percepción del alumnado.

Tabla 1. Competencias transversales en la UPV.

<b>Código</b>	<b>Competencia transversal</b>
CT-01	Comprensión e integración
CT-02	Aplicación y pensamiento crítico
CT-03	Análisis y resolución de problemas
CT-04	Innovación, creatividad y emprendimiento
CT-05	Diseño y proyecto
CT-06	Trabajo en equipo y liderazgo
CT-07	Responsabilidad ética, medioambiental y profesional
CT-08	Comunicación efectiva
CT-09	Pensamiento crítico
CT-10	Conocimiento de problemas contemporáneos
CT-11	Aprendizaje permanente
CT-12	Planificación y gestión del tiempo
CT-13	Instrumental específica

A partir de este diagnóstico, se proponen recomendaciones estratégicas y “buenas prácticas” orientadas a transformar la enseñanza de la ética en un proceso formativo evolutivo y estructurado que garantice la integridad profesional de los futuros egresados.

## 2. ANÁLISIS INSTITUCIONAL DE LA ÉTICA COMO COMPETENCIA TRANSVERSAL

El análisis de la implementación de la CT-07 en diversas titulaciones de grado de la UPV pone de manifiesto una notable heterogeneidad y una brecha entre la voluntad institucional y la realidad del aula. A pesar del despliegue normativo, un estudio detallado en seis grados revela que en el 27,45% (Gimenez-Carbo et al., 2021) de las asignaturas que declaran trabajar esta competencia, las actividades no se describen con suficiente detalle ni cuentan con una planificación alineada con los niveles de adquisición previstos. Esta falta de concreción sugiere que, en un porcentaje significativo de los casos, la competencia ética corre el riesgo de percibirse como un mero requisito administrativo en lugar de un aprendizaje sustantivo.

Este escenario se ve agravado por factores estructurales y pedagógicos. Por un lado, se ha detectado que la carga de trabajo recae principalmente sobre el profesorado, que a menudo carece de formación específica en ética y se ve obligado a evaluar contenidos fuera de su área de pericia técnica. La naturaleza voluntaria de los cursos de formación y la escasa coordinación horizontal y vertical entre asignaturas dificultan una integración coherente. Además, el seguimiento institucional tiende a ser finalista, centrándose en el control de las calificaciones y no tanto en el proceso formativo o en la calidad de las metodologías empleadas.

En el plano metodológico, aunque el uso de dilemas morales ha sido el enfoque tradicional, la experiencia en asignaturas de cursos iniciales – como Materiales de Construcción en el Grado de Ingeniería Civil – ha evidenciado limitaciones críticas: la complejidad excesiva para alumnos sin conocimientos previos de códigos deontológicos, la falta de continuidad en el tiempo y la inseguridad del docente para moderar debates éticos de alto nivel. Si bien estrategias como el estudio de casos o el aprendizaje basado en proyectos tienen una intención positiva, muchas veces no logran una evaluación válida y sistemática.

Como alternativa para superar estos obstáculos, ha emergido con éxito la metodología de “Identificación de Malas Prácticas” (Gimenez-Carbo et al., 2017) . A diferencia de los dilemas abstractos, esta técnica se basa en el análisis de noticias reales sobre corrupción, negligencias profesionales o desastres ecológicos. Al requerir que el alumnado identifique a los agentes implicados, las acciones inapropiadas y sus motivaciones subyacentes, se logra una conexión directa con la realidad profesional. Esta metodología no solo facilita una evaluación ágil mediante rúbricas, sino que permite que la ética impregne las sesiones de forma continua, aumentando la motivación del estudiante y reduciendo la inseguridad docente frente a la evaluación de competencias transversales.

### **3. BUENAS PRÁCTICAS PARA LA INTEGRACIÓN DE LA RESPONSABILIDAD ÉTICA, MEDIOAMBIENTAL Y PROFESIONAL**

A partir del análisis de los materiales docentes y las experiencias evaluadas, se han identificado una serie de directrices estratégicas que permiten transformar la enseñanza de la competencia CT-07 en un proceso eficaz y significativo. Las siguientes recomendaciones buscan superar el hecho de que, actualmente, el 40% de las actividades diseñadas en las aulas no logran trabajar ni evaluar esta competencia de manera efectiva, a pesar de la predisposición del profesorado (Gimenez-Carbo et al., 2021)

#### **3.1. DIRECTRICES ESTRATÉGICAS PARA EL DISEÑO DOCENTE**

Para garantizar una implementación de éxito, la formación en ética debe alejarse de la improvisación mediante cuatro pilares fundamentales:

- a. Formación previa obligatoria: Es imperativo desmitificar la idea de que la ética es algo “innato” o perteneciente exclusivamente a la esfera privada. El alumnado debe recibir una formación teórica y pautas claras antes de ser evaluado, proporcionándole los marcos de referencia necesarios para el juicio profesional.

- b. **Diseño evolutivo y coordinación curricular:** La competencia debe desarrollarse de forma progresiva durante los cuatro años del grado. Se recomienda una coordinación docente que permita aumentar la complejidad de forma escalonada: comenzar en los primeros cursos con actividades de identificación de conductas no éticas y reservar la resolución de dilemas morales complejos para los últimos cursos, cuando el estudiante posee mayor madurez técnica.
- c. **Separación de dimensiones:** Dada la dificultad de evaluar simultáneamente la responsabilidad medioambiental y la ética profesional en una sola tarea, se obtienen mejores resultados mediante actividades diferenciadas para cada dimensión. Esto permite una evaluación más precisa y profunda de cada faceta de la CT-07.
- d. **Vinculación con la disciplina:** Las actividades deben estar estrechamente ligadas a los contenidos específicos de la asignatura o, al menos, al ámbito profesional de la titulación. Esta contextualización es crítica para que el alumnado perciba la responsabilidad como una parte integral de su desempeño técnico y no como un añadido burocrático.

### 3.2. UNA METODOLOGÍA DE ÉXITO: IDENTIFICACIÓN DE MALAS PRÁCTICAS

Frente a las metodologías tradicionales –donde destacan el estudio de casos (19,61%), el ABP (11,76%) y las lecturas (11,76%)–, la experiencia desarrollada en la asignatura de Materiales de Construcción del Grado en Ingeniería Civil se presenta como un modelo de referencia para el primer nivel de adquisición de la competencia.

Esta metodología se basa en la identificación y análisis de noticias reales sobre corrupción, negligencias o desastres medioambientales. El proceso se estructura en tres fases:

- **Exposición:** El alumnado, individualmente o en grupo, presenta casos reales de comportamientos inapropiados.
- **Debate guiado:** Se integran discusiones sistemáticas en el aula para analizar las causas y consecuencias de dichos actos.
- **Evaluación por rúbrica:** Se utiliza la rúbrica institucional para evaluar la capacidad del estudiante de cuestionar la realidad, identificar a los agentes implicados y reflexionar sobre las motivaciones subyacentes.

### 3.3. RESULTADOS Y VENTAJAS DEL MODELO PROPUESTO

La implementación de estas buenas prácticas ofrece beneficios tangibles. En primer lugar, garantiza una presencia continuada de la ética durante todo el curso, evitando que sea un contenido puntual. En segundo lugar, facilita una evaluación ágil y fundamentada en evidencias claras, reduciendo la inseguridad del docente. Finalmente, al conectar los contenidos técnicos con la realidad profesional actual, se promueve un aprendizaje activo que permite al futuro ingeniero contrastar puntos de vista y comprender las implicaciones éticas de sus decisiones técnicas (Andrés-Doménech et al., 2021).

### 4. DISCUSIÓN: CLAVES PARA UNA INTEGRACIÓN EFECTIVA DE LA COMPETENCIA ÉTICA

El contraste entre el análisis institucional de la UPV y las experiencias concretas de aula permite extraer lecciones fundamentales para la educación en ingeniería. En primer lugar, los datos confirman que la competencia ética no puede asumirse como un rasgo personal o innato del estudiantado, sino como un aprendizaje técnico y humanístico que requiere formación explícita y pautas teóricas previas a cualquier proceso evaluativo.

En segundo lugar, se evidencia la dificultad de abordar simultáneamente las dimensiones ética, profesional y medioambiental en una única actividad. Para evitar enfoques superficiales, la discusión apunta hacia una planificación progresiva y coordinada a lo largo del currículo. Esta coordinación, tanto horizontal como vertical, es la única vía para evitar la repetición de contenidos y asegurar que la complejidad de las tareas aumente de forma proporcional a la madurez del alumno. Asimismo, la efectividad de estas intervenciones depende de su capacidad para vincularse de forma clara con los contenidos técnicos de la asignatura o el ámbito profesional del grado, permitiendo que el alumno perciba la responsabilidad como una dimensión intrínseca a su identidad como ingeniero.

Finalmente, es imperativo reconocer que el profesorado requiere de un mayor apoyo institucional y orientación pedagógica. La mera voluntad docente no es suficiente para diseñar actividades coherentes ni para aplicar rúbricas de evaluación complejas. Sin un soporte que incluya formación específica y espacios de coordinación, la competencia ética corre el riesgo de reducirse a un mero trámite administrativo o declarativo.

## 5. CONCLUSIÓN

La incorporación de la responsabilidad ética, medioambiental y profesional en los estudios de ingeniería sigue siendo un desafío abierto y complejo. La evidencia analizada en este artículo demuestra que no basta con la definición institucional de competencias transversales; es imprescindible supervisar y cuidar su desarrollo efectivo en el aula para que estas no se conviertan en “contenidos fantasma”.

Como conclusiones principales, se destacan los siguientes puntos:

- **Viabilidad metodológica:** La experiencia basada en la identificación de malas prácticas ha demostrado ser una estrategia viable, ágil y eficaz, especialmente en los niveles iniciales de adquisición de la competencia. Al conectar con la realidad profesional a través de noticias actuales, se fomenta el pensamiento crítico y se facilita una evaluación continua y fundamentada.
- **Hacia un modelo híbrido:** Si bien el enfoque transversal es necesario para que la ética impregne todas las áreas técnicas, este debe complementarse con espacios o asignaturas específicas de ética profesional. Otorgar a la ética un lugar explícito y estructurado en el currículo es la vía más robusta para garantizar la excelencia.
- **Compromiso institucional:** La integración real de la CT-07 requiere trascender la “buena voluntad” individual de los docentes. Se necesita un compromiso institucional que fomente la coordinación curricular y proporcione al profesorado las herramientas necesarias para evaluar con rigor.

En definitiva, solo mediante un proceso formativo evolutivo, estructurado y profundamente vinculado a la práctica profesional, se podrá garantizar que los futuros ingenieros e ingenieras ejerzan su labor con la responsabilidad, integridad y compromiso social que la sociedad actual demanda.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Como autores de este estudio, queremos expresar nuestro más sincero agradecimiento a todas las personas e instituciones que han hecho posible este trabajo. De manera muy especial, nuestro reconocimiento se dirige a los estudiantes que participaron con entusiasmo y honestidad en cada actividad; su voz y su reflexión crítica son el alma de esta investigación. Al finalizar este análisis, reafirmamos nuestra convicción de que son ellos quienes dan propósito a nuestro esfuerzo, pues, en última instancia, sin el intercambio humano y el crecimiento compartido con nuestros alumnos, la labor docente pierde su sentido más profundo.

## REFERENCIAS

ANDRÉS-DOMÉNECH, I.; CABEDO-FABRÉS, M.; MARTÍ-CAMPOY, A.; COLL-ALIAGA, P. E.; FENOLLOSA-FORNER, E. J.; GIMÉNEZ-CARBÓ, E.; ... VARGAS-COLÁS, M. D. **REMYP\_07: evaluación de la adquisición de la Competencia Transversal “Responsabilidad Ética, Medioambiental y Profesional” en los estudios de grado de la Universitat Politècnica de València.** In: IN-RED 2021: VII Congreso de Innovación Educativa y Docencia en Red. Proceedings. València: Universitat Politècnica de València, v. 1, p. 1402–1409, 2021. DOI: <https://doi.org/10.4995/INRED2021.2021.13723>.

GIMÉNEZ-CARBÓ, E.; COLL, H.; PELUFO, M. J.; NOGUERA, G.; SERNA, P. **Identifying bad practices: a way to introduce ethics in the classroom.** *Proceedings of International Structural Engineering and Construction*, v. 4, n. 1, 2017. DOI: <https://doi.org/10.14455/ISEC.res.2017.55>

GIMÉNEZ-CARBÓ, E.; GÓMEZ-MARTÍN, M. E.; ANDRÉS-DOMÉNECH, I. **Revisiting the student outcome “ethical, environmental and professional responsibility” within the Civil Engineering Bachelor Degree.** In: SEFI 48th Annual Conference Proceedings. Enschede, The Netherlands: SEFI, v. 1, p. 780–787, 2020.

GIMÉNEZ-CARBÓ, E.; GÓMEZ-MARTÍN, M. E.; FENOLLOSA, E.; CABEDO-FABRÉS, M.; COLL-ALIAGA, E.; ANDRÉS-DOMÉNECH, I.; ... MARTÍ-CAMPOY, A. **Learning ethical, environmental and professional responsibility at Universitat Politècnica de València: where are we?** *Sustainability*, v. 13, n. 17, p. 9991, 2021. DOI: <https://doi.org/10.3390/su13179991>.

# CAPÍTULO 13

## DEL AULA AL ENTORNO: EL APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA QUÍMICA AMBIENTAL

Data de submissão: 15/05/2026

Data de aceite: 29/05/2026

### Elizabeth Gonzalez Sepúlveda

Departamento de Química Ambiental  
Facultad de Ciencias  
Universidad Católica de la  
Santísima Concepción-Chile  
<https://orcid.org/0009-0002-0785-8969>

### Victor Neira

Departamento de Ingeniería Civil Industrial  
Facultad de Ingeniería  
Universidad Católica de la  
Santísima Concepción-Chile  
<https://orcid.org/0009-0001-9009-9248>

### Felipe Neira

Unidad de Innovación, Investigación y  
Desarrollo  
Viña de Neira, Chile  
<https://orcid.org/0009-0000-9835-0292>

**RESUMEN:** El presente trabajo describe la implementación de la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) en la asignatura Introducción a la Química Ambiental de la Facultad de Ciencias de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, con el objetivo de fortalecer el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias

transversales en estudiantes de educación superior. La metodología ABP constituye a una estrategia educativa centrada en el estudiante, que promueve el aprendizaje activo mediante el desarrollo de proyectos vinculados con problemáticas reales. En esta experiencia, los estudiantes participaron en actividades orientadas al emprendimiento, innovación, comunicación efectiva y trabajo colaborativo, desarrollando propuestas relacionadas con problemáticas ambientales de su entorno. El proceso metodológico contempló distintas etapas, entre ellas jornadas de capacitación, identificación de problemáticas, planificación del trabajo, desarrollo experimental, presentación de proyectos y evaluación de resultados. Durante la implementación se observaron avances en competencias como liderazgo, creatividad, trabajo en equipo, pensamiento crítico y resolución de problemas. Los resultados evidenciaron una alta participación y compromiso estudiantil, favoreciendo la integración entre teoría y práctica y fortaleciendo la capacidad de los estudiantes para proponer soluciones innovadoras frente a desafíos ambientales. Asimismo, algunos proyectos desarrollados fueron posteriormente postulados a iniciativas de emprendimiento universitario, logrando adjudicación en concursos internos de innovación. En conclusión, la implementación del Aprendizaje Basado en Proyectos en el curso Introducción a la Química Ambiental permitió enriquecer el proceso formativo,

promoviendo no solo el aprendizaje disciplinar, sino también el desarrollo de competencias profesionales y sociales necesarias para enfrentar problemáticas ambientales actuales.

**PALABRAS CLAVE:** Aprendizaje Basado en Proyectos; metodologías activas; educación ambiental; química ambiental; educación superior.

## FROM THE CLASSROOM TO THE REAL WORLD: PROJECT-BASED LEARNING AS A STRATEGY FOR TEACHING ENVIRONMENTAL CHEMISTRY

**ABSTRACT:** This paper describes the implementation of the Project-Based Learning (PBL) methodology in the course *Introduction to Environmental Chemistry* at the Faculty of Sciences of the Catholic University of the Most Holy Conception, with the aim of strengthening meaningful learning and the development of transversal competencies among higher education students. PBL is a student-centered educational strategy that promotes active learning through the development of projects linked to real-world problems. In this experience, students participated in activities focused on entrepreneurship, innovation, effective communication, and collaborative work, developing proposals related to environmental issues in their local context. The methodological process included several stages, such as training workshops, problem identification, work planning, experimental development, project presentation, and evaluation of results. During the implementation, improvements were observed in competencies such as leadership, creativity, teamwork, critical thinking, and problem-solving. The results showed high levels of student participation and engagement, fostering the integration of theory and practice and strengthening students' ability to propose innovative solutions to environmental challenges. Furthermore, some of the projects developed were later submitted to university entrepreneurship initiatives and successfully obtained funding through internal innovation competitions. In conclusion, the implementation of Project-Based Learning in the *Introduction to Environmental Chemistry* course enriched the educational process by promoting not only disciplinary learning but also the development of professional and social competencies required to address current environmental issues.

**KEYWORDS:** Project-Based Learning (PBL); active learning methodologies; environmental education; environmental chemistry; higher education.

### 1. INTRODUCCIÓN

La educación superior enfrenta actualmente el desafío de implementar estrategias pedagógicas que permitan responder a las necesidades de formación de profesionales capaces de desenvolverse en contextos dinámicos, interdisciplinarios y altamente complejos. En este escenario, las metodologías activas han adquirido una relevancia creciente debido a su capacidad para promover aprendizajes significativos, participación estudiantil y desarrollo de competencias transversales. Diversos estudios han demostrado que estas metodologías favorecen mayores niveles de motivación, autonomía y aprendizaje significativo en educación superior (Kokotsaki, Menzies y Wiggins, 2016). Dentro de estas metodologías, el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)

constituye una estrategia educativa centrada en el estudiante, orientada al desarrollo de conocimientos y habilidades mediante la resolución de problemáticas reales.

Esta metodología promueve un aprendizaje activo y aplicado, en el cual los estudiantes asumen un rol protagónico en la construcción de su propio aprendizaje, mientras que el docente actúa como facilitador y guía del proceso educativo. Desde esta perspectiva, el aprendizaje se desarrolla mediante procesos de investigación, reflexión y resolución colaborativa de problemas contextualizados (Hmelo-Silver, 2004).

Diversos estudios señalan que el ABP favorece el desarrollo de competencias tales como trabajo colaborativo, pensamiento crítico, liderazgo, creatividad y resolución de problemas, competencias consideradas fundamentales para el desempeño profesional en el siglo XXI (Bell, 2010). Asimismo, este enfoque permite fortalecer la relación entre teoría y práctica, facilitando la aplicación de contenidos académicos en contextos reales y significativos para los estudiantes.

En el ámbito de la educación ambiental, la implementación de metodologías activas resulta particularmente relevante debido a la necesidad de formar profesionales comprometidos con el desarrollo sostenible y capaces de enfrentar problemáticas ambientales desde una perspectiva interdisciplinaria. En este contexto, el ABP favorece la integración de contenidos científicos, sociales y ambientales, promoviendo además la participación activa de los estudiantes en la búsqueda de soluciones contextualizadas.

El presente trabajo describe la implementación de la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos en la asignatura Introducción a la Química Ambiental desde el año 2016 hasta la actualidad, destacando su contribución al desarrollo de competencias transversales y al fortalecimiento del aprendizaje significativo en estudiantes universitarios.

El objetivo de este capítulo es describir y analizar la implementación de la metodología ABP en la asignatura Introducción a la Química Ambiental, evidenciando su impacto en el desarrollo de competencias profesionales, creatividad, trabajo colaborativo y vinculación entre aprendizaje académico y problemáticas ambientales reales.

## 2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

### 2.1. METODOLOGÍAS ACTIVAS EN EDUCACIÓN SUPERIOR

Las metodologías activas corresponden a enfoques pedagógicos centrados en el estudiante, donde el aprendizaje se construye mediante la participación activa, la reflexión y la interacción con el entorno. A diferencia de los modelos tradicionales de enseñanza, estas metodologías promueven la autonomía, la resolución de problemas y el aprendizaje significativo.

Desde una perspectiva constructivista, el aprendizaje ocurre cuando los estudiantes participan activamente en la construcción de conocimientos, relacionando nuevas experiencias con conocimientos previos (Piaget, 1970). En este sentido, las metodologías activas favorecen procesos de enseñanza-aprendizaje más dinámicos y contextualizados. Asimismo, el aprendizaje basado en proyectos ha sido ampliamente reconocido como una estrategia capaz de fortalecer la participación activa y el compromiso estudiantil en educación superior (Kokotsaki et al., 2016). En educación superior, estas estrategias permiten desarrollar competencias transversales altamente valoradas en el ámbito profesional, tales como comunicación efectiva, trabajo colaborativo, liderazgo y pensamiento crítico.

## 2.2. APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS

El Aprendizaje Basado en Proyectos es una metodología activa que centra el proceso educativo en el desarrollo de proyectos vinculados con problemáticas reales. Los estudiantes trabajan de manera colaborativa en la planificación, investigación y ejecución de propuestas orientadas a resolver desafíos concretos.

De acuerdo con Bell (2010), el ABP favorece la participación activa de los estudiantes, incrementa la motivación y fortalece la capacidad de aplicar conocimientos teóricos en contextos prácticos. Además, esta metodología promueve el aprendizaje interdisciplinario y el desarrollo de habilidades de innovación y emprendimiento. Desde esta perspectiva, el ABP favorece procesos de aprendizaje centrados en el estudiante, donde la resolución de problemas y la construcción colectiva del conocimiento adquieren un rol fundamental (Hmelo-Silver, 2004).

Entre las principales ventajas del ABP destacan:

- Aprendizaje significativo.
- Mayor motivación estudiantil.
- Integración entre teoría y práctica.
- Desarrollo de competencias transversales.
- Fomento de la creatividad y la innovación.

No obstante, su implementación también implica desafíos relacionados con la planificación, seguimiento de proyectos y adaptación de los estudiantes a un rol más autónomo dentro del proceso educativo.

## 2.3. EDUCACIÓN AMBIENTAL Y FORMACIÓN PROFESIONAL

La educación ambiental constituye un elemento fundamental en la formación de profesionales comprometidos con el desarrollo sostenible y la protección del entorno.

Atualmente, las problemáticas ambientales requieren enfoques interdisciplinarios capaces de integrar conocimientos científicos, sociales y éticos. En este sentido, la formación en sostenibilidad requiere el desarrollo de competencias transversales relacionadas con el pensamiento sistémico, el trabajo colaborativo y la capacidad de resolución de problemas complejos (Wiek, Withycombe y Redman, 2011).

En este contexto, la enseñanza de la química ambiental representa una oportunidad para promover la reflexión crítica y el análisis de problemáticas relacionadas con contaminación, manejo de residuos y sostenibilidad. La incorporación de metodologías activas permite fortalecer el aprendizaje contextualizado y fomentar el compromiso de los estudiantes con su entorno social y ambiental. Además, la incorporación de tecnologías y estrategias innovadoras puede potenciar significativamente la participación estudiantil y favorecer procesos de aprendizaje más dinámicos e interactivos (Moursund, 1999).

### 3. CONTEXTO DE IMPLEMENTACIÓN

La experiencia descrita en este trabajo fue desarrollada en la asignatura Introducción a la Química Ambiental perteneciente a la Facultad de Ciencias de la Universidad Católica de la Santísima Concepción.

La metodología ABP fue implementada con estudiantes de primer año de la carrera de Química Ambiental, quienes participaron en proyectos orientados a abordar problemáticas ambientales relacionadas con reciclaje, contaminación y sostenibilidad.

La implementación se desarrolló tanto en modalidad presencial como virtual, particularmente durante el período de pandemia, situación que representó desafíos adicionales para el trabajo colaborativo y la comunicación entre estudiantes.

### 4. METODOLOGÍA

La experiencia presentada corresponde a una sistematización de la implementación de la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos en la asignatura Introducción a la Química Ambiental.

El proceso metodológico contempló distintas etapas orientadas al desarrollo de competencias transversales y al fortalecimiento del aprendizaje activo.

#### 4.1. ETAPAS DE IMPLEMENTACIÓN

##### 4.1.1. Capacitación inicial

Se realizaron jornadas de capacitación orientadas al desarrollo de competencias en emprendimiento, innovación, comunicación efectiva y trabajo en equipo.

#### 4.1.2. Identificación de problemáticas

Mediante actividades de lluvia de ideas, los estudiantes identificaron problemáticas ambientales relacionadas con su entorno y seleccionaron temáticas de interés para el desarrollo de sus proyectos.

#### 4.1.3. Planificación del proyecto

Cada grupo organizó las actividades a desarrollar, definiendo tareas, roles y cronogramas de trabajo.

#### 4.1.4. Desarrollo y ejecución

Los estudiantes realizaron búsqueda de información, investigación bibliográfica y actividades experimentales orientadas al desarrollo de soluciones o productos asociados a las problemáticas seleccionadas.

#### 4.1.5. Reflexión y retroalimentación

Durante el proceso se realizaron jornadas de reflexión y asesoría con apoyo de especialistas en innovación y emprendimiento.

#### 4.1.6. Presentación de resultados

Los proyectos fueron presentados ante una comisión evaluadora integrada por docentes y representantes institucionales.

#### 4.1.7. Evaluación

La evaluación consideró tanto el producto final como el proceso de trabajo, incluyendo aspectos como creatividad, innovación, trabajo colaborativo y viabilidad de las propuestas.

### 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 5.1. PERCEPCIÓN INICIAL DE LOS ESTUDIANTES FRENTE AL TRABAJO COLABORATIVO Y LA INNOVACIÓN

Durante la implementación de la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), se aplicó un instrumento diagnóstico orientado a identificar las percepciones iniciales de los estudiantes respecto al trabajo en equipo, liderazgo, innovación y conocimiento de la carrera de Química Ambiental.

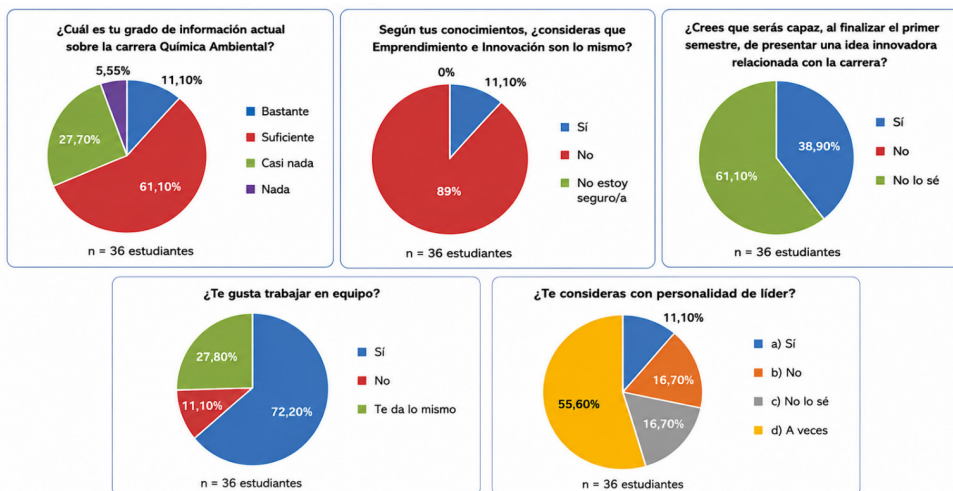
Los resultados evidenciaron que la mayoría de los estudiantes manifestó poseer un conocimiento suficiente sobre la carrera, mientras que un porcentaje menor indicó poseer escasa información sobre el área disciplinar. Asimismo, se observó una valoración positiva hacia el trabajo colaborativo, donde más del 70% señaló preferencia por trabajar en equipo.

En relación con el liderazgo, la mayoría de los estudiantes indicó presentar capacidades de liderazgo de manera ocasional, aspecto relevante considerando que esta metodología requiere autonomía, organización y toma de decisiones colectivas.

Finalmente, una parte importante de los estudiantes manifestó inseguridad respecto a su capacidad para desarrollar propuestas innovadoras relacionadas con la carrera, evidenciando la necesidad de fortalecer la creatividad y el pensamiento crítico mediante metodologías activas.

Tal como se observa en la Figura 1, los estudiantes presentaron una valoración positiva hacia el trabajo colaborativo y manifestaron distintos niveles de confianza respecto a sus capacidades de liderazgo e innovación.

Figura 1. Percepción inicial de los estudiantes sobre innovación, liderazgo, trabajo colaborativo y conocimiento de la carrera de Química Ambiental.



## 5.2. PROYECTOS DESARROLLADOS Y VINCULACIÓN CON PROBLEMÁTICAS AMBIENTALES

Durante el desarrollo de la metodología ABP, los estudiantes formularon y ejecutaron proyectos orientados a abordar problemáticas ambientales presentes en su entorno cercano.

Entre los proyectos desarrollados destacaron iniciativas relacionadas con reciclaje, reutilización de materiales, contaminación acústica y elaboración de material informativo orientado a la comunidad universitaria y local.

Estas experiencias permitieron integrar contenidos disciplinares con competencias transversales como creatividad, liderazgo y trabajo colaborativo. Asimismo, los estudiantes manifestaron una valoración positiva respecto a la posibilidad de participar activamente en el diseño de soluciones ambientales.

Los testimonios recopilados evidenciaron que el trabajo mediante proyectos favoreció la reflexión crítica y la toma de decisiones colectivas. Uno de los estudiantes señaló que “la idea nació de un consenso general en base a la necesidad de reducción de residuos y cuidado del medio ambiente”.

En la Figura 2 se presentan algunos ejemplos de los proyectos desarrollados por los estudiantes en torno a problemáticas ambientales contextualizadas.

Figura 2. Ejemplos de proyectos desarrollados por estudiantes en el marco de la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos.



### 5.3. DESARROLLO DE COMPETENCIAS TRANSVERSALES E IMPACTO FORMATIVO

La implementación de la metodología ABP permitió observar el desarrollo progresivo de competencias transversales tales como liderazgo, organización grupal, trabajo colaborativo y capacidad de innovación.

Los estudiantes asumieron un rol activo en la planificación y ejecución de sus propuestas, fortaleciendo habilidades asociadas a la autonomía, resolución de problemas y creatividad.

Un aspecto relevante fue la capacidad de los estudiantes para desarrollar proyectos innovadores incluso en un contexto de virtualidad y teletrabajo, situación que representó un desafío importante para el trabajo colaborativo.

Como resultado de esta experiencia, algunos proyectos estudiantiles fueron posteriormente postulados a iniciativas de emprendimiento universitario, logrando adjudicación en concursos internos de innovación, evidenciando el impacto positivo de esta metodología en el desarrollo de competencias profesionales y emprendedoras.

Como se observa en la Figura 3, la participación activa de los estudiantes favoreció el fortalecimiento de competencias asociadas al liderazgo, creatividad y trabajo colaborativo.

Figura 3. Desarrollo de competencias transversales y participación estudiantil durante la implementación de la metodología ABP.



#### 5.4. REFLEXIÓN PEDAGÓGICA SOBRE LA IMPLEMENTACIÓN DEL ABP

Desde la perspectiva docente, la implementación de la metodología ABP permitió transformar el aula en un espacio activo, participativo y centrado en el estudiante.

Entre las principales ventajas observadas destacaron el aumento del compromiso estudiantil, el fortalecimiento del aprendizaje significativo y el desarrollo de habilidades transversales altamente valoradas en el ámbito profesional. Estos resultados coinciden con investigaciones previas que señalan que el ABP favorece la motivación, la autonomía y la participación activa de los estudiantes en contextos de educación superior (Kokotsaki et al., 2016).

No obstante, también se identificaron desafíos relacionados con la planificación, seguimiento de proyectos y adaptación de los estudiantes a un rol más autónomo dentro del proceso educativo.

Pese a estas dificultades, la experiencia evidenció que la metodología ABP constituye una estrategia efectiva para promover un aprendizaje activo y contextualizado en estudiantes del área ambiental.

Una de las principales limitaciones de esta experiencia corresponde a la naturaleza descriptiva del estudio, ya que no se aplicaron instrumentos cuantitativos orientados a medir el impacto de la metodología sobre variables específicas de aprendizaje. Sin embargo, la sistematización realizada permite identificar aportes relevantes del ABP en el desarrollo de competencias transversales y aprendizaje significativo.

## 6. CONSIDERACIONES FINALES

La implementación de la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos en la asignatura Introducción a la Química Ambiental permitió fortalecer el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias transversales en estudiantes de educación superior.

La experiencia evidenció que el trabajo mediante proyectos favorece la integración entre teoría y práctica, promoviendo la creatividad, la innovación y la resolución de problemáticas ambientales contextualizadas.

Asimismo, la metodología permitió incrementar la participación y compromiso estudiantil, fortaleciendo competencias como liderazgo, comunicación efectiva y trabajo colaborativo.

A pesar de los desafíos asociados a la implementación de metodologías activas, particularmente en contextos de virtualidad, los resultados obtenidos demuestran que el ABP constituye una herramienta pedagógica pertinente para la formación de profesionales comprometidos con el desarrollo sostenible y la búsqueda de soluciones frente a problemáticas ambientales actuales.

Finalmente, se concluye que la incorporación de metodologías activas en la enseñanza de la química ambiental contribuye significativamente al desarrollo integral de los estudiantes y a la formación de profesionales capaces de enfrentar los desafíos del entorno contemporáneo.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Facultad de Ciencias de la Universidad Católica de la Santísima Concepción y a la Dirección de Innovación (DIN) por el apoyo brindado durante el desarrollo de esta experiencia educativa. Asimismo, se agradece especialmente a Héctor Acuña por su colaboración y apoyo en las actividades vinculadas a innovación y emprendimiento.

## REFERENCIAS

1. Bell, S. (2010). *Project-Based Learning for the 21st Century: Skills for the Future*. The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas, 83(2), 39–43.
2. Piaget, J. (1970). *Science of Education and the Psychology of the Child*. Orion Press.
3. Secretaría de Educación Pública. (2022). *Metodología del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)*. <https://educacionbasica.sep.gob.mx>
4. Estuaria. (2016). *Qué dicen los estudios sobre el Aprendizaje Basado en Proyectos*. <https://www.estuaria.es>
5. Díaz Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida*. McGraw-Hill.
6. UNESCO. (2020). *Educación para el desarrollo sostenible: hoja de ruta*. UNESCO Publishing.
7. Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). McGraw-Hill.
8. Thomas, J. W. (2000). *A Review of Research on Project-Based Learning*. Autodesk Foundation.
9. Freire, P. (1997). *Pedagogía de la autonomía*. Siglo XXI Editores.
10. Novak, J. D. (1998). *Learning, Creating and Using Knowledge: Concept Maps as Facilitative Tools in Schools and Corporations*. Lawrence Erlbaum Associates.
11. Kokotsaki, D., Menzies, V., & Wiggins, A. (2016). Project-based learning: A review of the literature. *Improving Schools*, 19(3), 267–277. <https://doi.org/10.1177/1365480216659733>
12. Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn? *Educational Psychology Review*, 16(3), 235–266. <https://doi.org/10.1023/B:EDPR.0000034022.16470.f3>
13. Wiek, A., Withycombe, L., & Redman, C. L. (2011). Key competencies in sustainability: A reference framework for academic program development. *Sustainability Science*, 6, 203–218. <https://doi.org/10.1007/s11625-011-0132-6>
14. Moursund, D. (1999). *Project-Based Learning Using Information Technology*. ISTE Publications.

# CAPÍTULO 14

## CORRELACIÓN ENTRE EL SUEÑO Y EL APRENDIZAJE EN ESTUDIANTES DE MEDICINA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA

Data de submissão: 04/05/2026

Data de aceite: 21/05/2026

**Juan Camilo González Torres**

Universidad del Sinu ctg.

Interno de Medicina

Cartagena de Indias, Bolivar, Colombia

<https://orcid.org/0009-0009-3220-5776>

**Orlando Miguel González Torres**

Universidad del Sinu ctg.

Medico General

Cartagena de Indias, Bolivar, Colombia

**Irina Tirado Ballestas**

Universidad del Sinu ctg. Profesora

Cartagena de Indias, Bolivar, Colombia

<https://orcid.org/0000-0003-2185-7882>

**RESUMEN: Antecedentes.** La falta de sueño trae consigo un gran impacto en el proceso de aprendizaje de los estudiantes de medicina. Por tanto, indagar sobre este fenómeno en las investigaciones más recientes facilitará la obtención de evidencia sobre la influencia de la falta de sueño en el proceso de aprendizaje. **Objetivo.** Conocer la influencia del sueño en el rendimiento académico de los estudiantes de medicina. **Métodos.** Se realizó una revisión sistemática según las directrices PRISMA. Se

realizó una búsqueda de la literatura existente entre los años 2020 y 2025 en la base de datos PubMed, considerando los criterios de inclusión. Como resultado, se obtuvieron 211 artículos distribuidos en la base de datos, de los cuales 7 cumplieron con los criterios de inclusión seleccionado. **Conclusión.** El sueño es un factor de impacto en la consolidación, el procesamiento y el funcionamiento de la memoria y el aprendizaje. Los estudiantes de medicina son una población en riesgo de sufrir privación del sueño, por la carga que conlleva esta carrera, los niveles de estrés que se manejan y la poca importancia que se le da, por lo que es importante considerar sus efectos.

**PALABRAS CLAVES:** sueño; aprendizaje; estudiantes de medicina; revisión sistemática.

**CORRELATION BETWEEN SLEEP AND  
LEARNING IN MEDICAL STUDENTS: A  
SYSTEMATIC REVIEW**

**ABSTRACT: Background.** Sleep deprivation has a significant impact on the learning process of medical students. Therefore, investigating this phenomenon through the most recent research will facilitate the collection of evidence on the influence of sleep deprivation on the learning process. **Objective.** To understand the influence of sleep on the academic performance of medical students. **Methods.** A systematic review was conducted according to PRISMA guidelines. A search of the existing literature was conducted between

2020 and 2025 in the PubMed database, considering the inclusion criteria. As a result, 211 articles were found in the database, of which 7 met the selected inclusion criteria. **Conclusion.** Sleep is a factor that impacts the consolidation, processing, and functioning of memory and learning. Medical students are a population at risk of suffering from sleep deprivation due to the workload of this course, the stress levels they manage, and the low importance given to it, so it is important to consider its effects.

**KEYWORDS:** sleep; learning; medical students; systematic review.

## 1. INTRODUCCIÓN

El sueño es un estado fisiológico regulado que comporta patrones específicos de actividad eléctrica cerebral con implicaciones para el funcionamiento cognitivo, el rendimiento y el bienestar en general (Cao et al., 2020); un sueño adecuado, en cantidad y calidad, permite restablecer la energía física y mental. Por lo que, es fundamental para afrontar las actividades diarias y garantizar las necesidades biológicas de origen interno, junto con las metabólicas y endocrinas (Joiner., 2018), Esto es así desde el inicio de la vida, de ahí la importancia de conocer cómo afecta el sueño al proceso de aprendizaje, ya que un sueño adecuado facilita realizar las tareas de aprendizaje con mayor motivación, desempeño y resultados óptimos (Cladellas et al., 2011 y Kosha et al., 2022).

El sueño se compone de dos estados neuropsicológicos relacionados que se alternan cíclicamente el REM (Rapid Eye Movement) en el que se produce un movimiento ocular con desincronización de las ondas cerebrales y atonía muscular; y el no-REM (non-Rapid Eye Movement) caracterizado por la ralentización y sincronización de las oscilaciones cerebrales (Le Bon. 2020). En suma, el sueño comporta cambios en la actividad cerebral, regulados por circuitos neurales específicos, asociados a la actividad del tálamo e hipotálamo, el tronco cerebral y la secreción de distintas hormonas como el cortisol, la adenosina y la melatonina, además del sistema linfático cuyo papel es la eliminación de las toxinas acumuladas durante el día, contribuyendo así a evitar el desarrollo de enfermedades neurodegenerativas como el Alzheimer, Parkinson o mutaciones cancerosas. Por su parte las señales eléctricas cerebrales están conducidas por diferentes neurotransmisores que orquestan los mecanismos neurobiológicos del sueño que generan el despertar y vigilia o el sueño, entre ellos: la serotonina, norepinefrina, histamina, hipocretina, acetilcolina, dopamina, glutamato o el ácido gamma-aminobutírico (Simón et al., 2020 y Falup-Pecurariu et al., 2021).

Diferentes autores señalan que un sueño idóneo facilita el arraigo de la memoria, el aprendizaje, el desarrollo de habilidades instrumentales y la creación de conocimiento que permita recordar lo adquirido. Por otro lado, la privación del sueño conlleva

dificuldades para a preservação de la atención, el control de impulsos y deterioro en la memoria dado el relevante papel del sueño para su arraigo; todo lo anterior relacionado con la regulación ejecutiva y el rol del córtex frontal (Mehta., 2022 y Lo & Chee., 2020 y Gómez & Genzel. 2020).

El estudio de la relación entre el sueño y el rendimiento académico es un campo de investigación cada vez más relevante, que ha ganado interés en los últimos años. Sin embargo a día de hoy los estudios realizados para estudiantes de medicina no son tan numerosos. Por lo cual resulta imperioso realizar estudios con esta población diana, puesto que el sueño desempeña un papel fundamental en el correcto desenvolvemento de todos, por lo que realizar este tipo de estudios ayuda a recopilar la información de mayor impacto y utilidad para así darle la importancia que merece esta temática (Fabres, & Moya. 2021).

## 2. MÉTODO

En este trabajo se ha llevado a cabo una revisión sistemática de la literatura científica publicada que aborda la relación existente el sueño y el desempeño académico en los estudiantes de medicina. Para su elaboración, se ha empleado la metodología PRISMA 2020 (Preferred Reporting Items for Systematic reviews and Meta-Analyses) para la correcta realización de revisiones sistémicas (Page et al., 2021). A continuación, se detallará el proceso de elaboración en sus distintas fases.

## 3. BÚSQUEDA

De acuerdo con las directrices PRISMA, fue realizada una búsqueda sistemática en abril de 2025 en la base de datos PubMed utilizando los términos MeSH «sleep», OR «dream» AND «Medical student learning». Esta búsqueda arrojó un número considerable de resultados, bastantes de ellos poco útiles para la revisión.

Se obtuvieron un total de 211 artículos de la plataforma PubMed, de los cuales sólo 7 cumplieron los criterios de inclusión.

Tabla 1. Artículos seleccionados según bases de datos.

Bases de datos	Número total de artículos	Duplicado	Retirado	Seleccionado
<i>PubMed</i>	211	0	1	7

Figura 1. Diagrama de flujo PRISMA. Disposición de los elementos de informe preferentes para esta revisión sistemática. Fuente de elaboración propia.

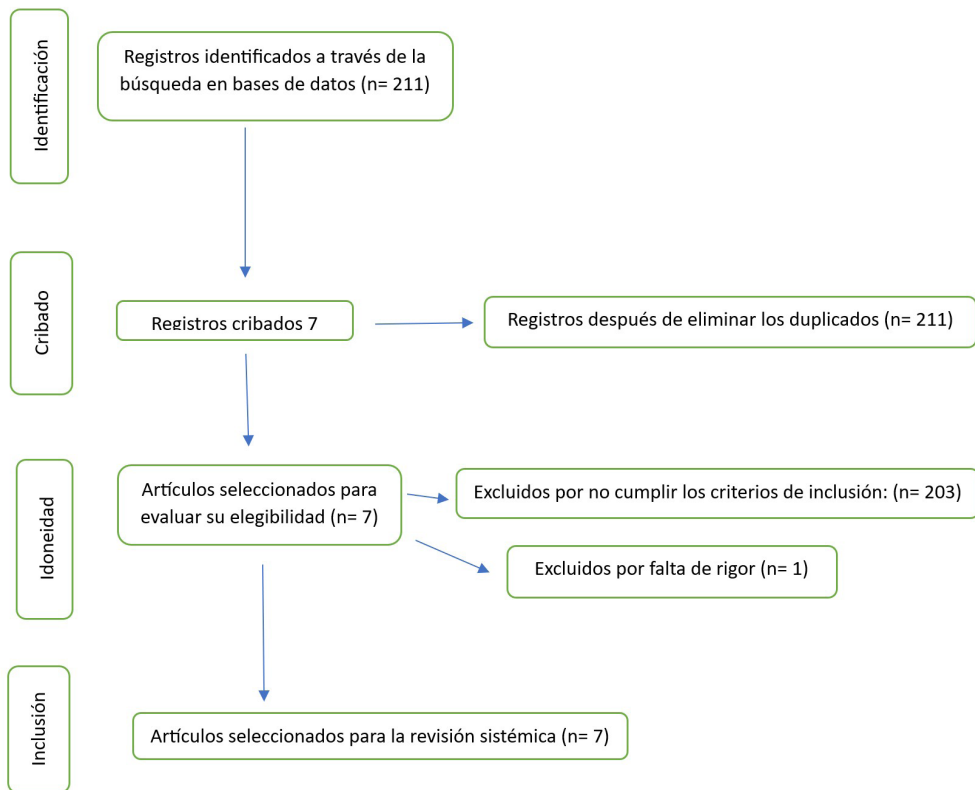


Tabla 2. criterios de inclusión y exclusión. Fuente de elaboración propia.

<b>Criterios de inclusión</b>	<b>Criterios de exclusión</b>
Estudios publicados en inglés o español en los últimos 5 años (de 2020 a 2025)	Estudios en otros idiomas, publicados antes de enero de 2020.
Estudios publicados en PubMed	Estudios publicados en otras bases de datos
Estudios con población blanco: estudiantes de medicina	Estudios con población diferente a estudiantes de medicina
Estudios completos gratis	Estudios de pago

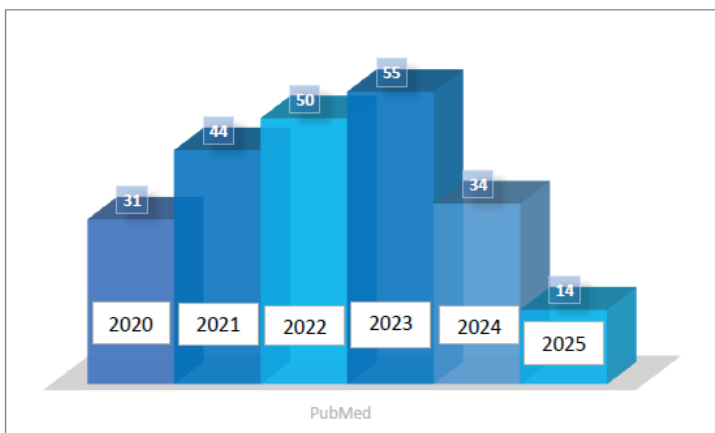


Figura 2 Artículos publicados motor de búsqueda PubMed. Fuente de elaboración propia.

Tabla 3 Resumen de los artículos incluidos en la revisión. Fuente de elaboración propia.

Autor y año	Origen	Resultados
Jalali et al. 2020	Irán	Los resultados no mostraron diferencias significativas entre la calidad del sueño y el rendimiento académico.
Gupta et al. 2023	India	El aprendizaje y el rendimiento académico se ven afectados negativamente por la mala calidad del sueño y la disfunción del sueño diurno.
Al Shammari et al. 2020	Arabia Saudí	Los resultados sobre somnolencia diurna se encontraron dentro de los rangos reportados a nivel mundial; la mala calidad del sueño se ubicó entre las más altas jamás reportadas. Tanto la calidad del sueño como la somnolencia diurna afectan significativamente el rendimiento académico.
Alotaibi et al. 20220	Arabia Saudí	La mala calidad del sueño se asoció significativamente con niveles elevados de estrés. Sin embargo, no mostraron ninguna relación estadísticamente significativa con el rendimiento académico.
Molla & Wondie 2021	Etiopia	Casi la mitad de los estudiantes de medicina tenían una higiene del sueño deficiente. Se justifica la detección sistemática de síntomas depresivos y de estrés, así como la educación sobre la higiene del sueño entre los estudiantes de medicina.
Khaled et al. 2025	Arabia Saudí	La mala calidad del sueño es común entre los estudiantes de medicina, lo que puede afectar su rendimiento académico y su salud general. Es fundamental educarlos sobre una buena higiene del sueño y la gestión del tiempo.
Paudel et al. 2020	Nepal	Los estudiantes de medicina de cuarto año, los consumidores actuales de alcohol y los que no tuvieron un buen rendimiento académico tuvieron mala calidad del sueño. Por lo tanto, se necesita atención especial en estos subgrupos de población para mejorar la calidad del sueño.

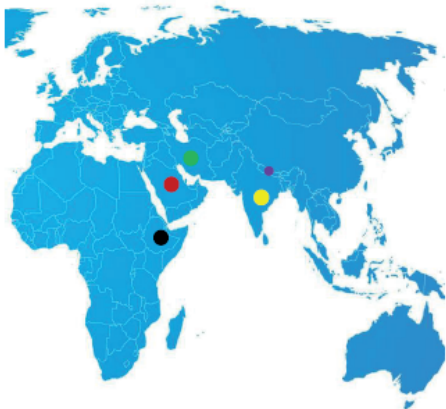
## 4. DISCUSIÓN

En este artículo se revisa la evidencia existente sobre la relación del sueño y el rendimiento académico de los estudiantes de medicina.

En esta revisión se han incluido solo artículos seleccionados aplicando las directrices PRISMA y posteriormente se ha evaluado la calidad de estos. El resulta de este proceso permitió la selección e identificación de 7 estudios que tratan de la temática previamente mencionada.

La pregunta fundamental de nuestra revisión estudia la posible relación entre la duración y la calidad del sueño con el rendimiento académico de los estudiantes de medicina.

Los estudios analizados abarcan la región de África y Asia, evidenciándose el interés de estas regiones por estas temáticas, resaltando a Arabia Saudita por ser la nación con mayor número de estudios seleccionados para esta revisión.



Rojo Arabia Saudí, Verde Irán, Amarillo India, Negro Etiopía, Morado Nepal

Grafica 1 Lugar de origen de los artículos seleccionados. Fuente de elaboración propia.

Según diferentes estudios, el sueño ha demostrado ser de fundamental importancia para el funcionamiento, la salud mental y una adecuada calidad de vida (Altevogt y Colten 2006). La carencia de sueño trae consigo una amplia gama de estados nocivos sobre la biología humana y está relacionada con la fatiga, somnolencia diurna y disminución del rendimiento neurocognitivo (Aldabal y Bahammam 2011).

En los estudios analizados de Arabia Saudí se obtuvieron resultados interesantes donde se puede evidenciar por ejemplo que en el primer estudio se dirigió a todos los estudiantes de medicina en su fase preclínica (1.er, 2.º y 3.er año). El número total de participantes fue de 282; la falta de sueño o el estrés no mostraron una asociación significativa con el rendimiento académico.

La prevalencia de mala calidad del sueño entre los participantes fue del 77 % (n = 217, puntuación media del PSQI:  $8,13 \pm 3,46$ ). Solo el 19,1 % tenía una hora de acostarse habitual antes de la medianoche. El promedio total de horas de sueño fue de  $5,87 \pm 1,56$  por noche. Sin embargo, más del 43% reportó haber tomado una siesta diurna. El modelo de regresión logística gradual mostró que el estrés y las siestas diurnas se asociaron con una mala calidad del sueño. El total de horas de sueño real osciló entre 2 y 12 (Alotaibi et al., 2020).

Por otro parte, el segundo estudio realizado en Arabia Saudita los estudiantes participantes fueron aquellos que cursaban sus años clínicos, es decir, los de 4.º, 5.º y 6.º año de la Facultad de Medicina, de allí se seleccionaron aleatoriamente 180 estudiantes. El promedio de horas de sueño era de 6 h y la hora promedio de despertar era a las 8:00 h. El PSQI global calculado tuvo una media de  $8,0 \pm 4,6$  DE, y la puntuación media de la ESS fue de  $8,03 \pm 3,5$ . Solo el 19,4% tenía buena calidad de sueño, mientras que el 80,6% tenía sueño deficiente (Al Shammari et al., 2020).

Al examinar la calidad del sueño en los análisis bivariados reveló su asociación con el rendimiento académico, en el que la mala calidad del sueño se asoció con un bajo rendimiento académico (OR sin ajustar = 2,30, IC del 95 % = 1,07–4,96). Esta asociación siguió siendo significativa después del ajuste en el modelo multivariado (OR ajustado = 3,33, IC del 95 % = 1,28–8,63). El modelo ajustado ha demostrado que las probabilidades de lograr una calificación de C fueron mayores con la mala calidad del sueño, aunque no fue estadísticamente significativo (OR = 4,07). Además, se encontró que no consumir café o té se asociaba negativamente con la mala calidad del sueño, lo que indica un efecto protector, que fue significativo tanto en las estimaciones ajustadas como en las no ajustadas (OR ajustado = 0,32, IC del 95 % = 0,10–0,98). Tras ajustar por género como posible factor de confusión en la asociación entre la somnolencia excesiva y el rendimiento académico, se observó que la somnolencia excesiva aumentaba la probabilidad de bajo rendimiento académico en nuestra muestra de estudiantes. Esto fue estadísticamente significativo tras el ajuste (OR = 4,58; IC del 95 % = 1,09–20,81) (Al Shammari et al., 2020).

Adicionalmente el último estudio de Arabia Saudita se dirigió a estudiantes de 2.º a 6.º año de los cuales 514 decidieron participar. Se pudo evidenciar que la puntuación media del PSQI es de  $9,1 \pm 3,91$ . El 88,1 % de los participantes presentó mala calidad del sueño, mientras que el 11,9 % de los estudiantes mostró buena calidad del sueño (Khaled et al., 2025).

Además, los estudiantes de medicina de cuarto año mostraron menores probabilidades de tener mala calidad de sueño que los estudiantes de medicina de

segundo año (AOR, 0,381; IC, 0,158-0,934)  $p=0,035$  Sin embargo, la falta de sueño no se vio afectada significativamente por el género, los diferentes grupos de edad y el número de cursos por semestre, somnolencia diurna y estudiantes con diferentes promedios mientras se ejecuta la regresión logística multivariada (Khaled et al., 2025).

En contraposición el estudio realizado en India incluyó a 167 estudiantes de primer año profesional de Medicina donde se evidenciaron Puntuaciones de GPA (GPA: promedio de calificaciones) (media  $\pm$  DE)  $3,02 \pm 1,22$ . Puntuaciones de la prueba RPM (RPM: matrices progresivas de Raven) (media  $\pm$  DE)  $55,17 \pm 5,02$ . Mala calidad del sueño (puntuación PSQI  $\geq 5$ ) (PSQI: índice de calidad del sueño de Pittsburgh) (número total) (%) 60 (35,93%) Somnolencia diurna excesiva (puntuación ESS  $\geq 10$ ) (ESS: escala de somnolencia de Epworth) (número total) (%) 41 (24,55%) Se descubrió que los puntajes bajos de GPA estaban asociados con una duración media de sueño reducida durante una semana antes de los exámenes (Gupta et al., 2023).

Otro estudio interesante es el realizado en Etiopía donde se incluyó a un total de 576 participantes seleccionados mediante muestreo estratificado de 1.º a 6. to año. Entre los participantes, 369 (64,1%) y 322 (55,9%) presentaron síntomas depresivos y de estrés, respectivamente. Respecto a los factores relacionados con las sustancias, alrededor de 236 (41%) de los encuestados consumen alcohol actualmente en los últimos tres meses y 280 (48,6%) de los participantes informaron que contaban con un apoyo social deficiente. En general, 277 [48,1% (IC del 95%, 43,7, 52,1)] de los estudiantes han presentado trastorno del sueño. Pero no establece claramente una relación entre la calidad del sueño y el desempeño académico (Molla & Wondie 2021).

Por otra parte, está el estudio realizado en Nepal a 212 estudiantes seleccionados aleatoriamente entre todos los estudiantes de medicina de pregrado (de primer a último año, proporcionalmente). Entre los participantes del estudio, 81 (38,2%) tuvieron mala calidad del sueño. En cuanto al rendimiento académico, los participantes que reprobaron el examen del último año académico tuvieron 3,4 (IC del 95%; 1,1-10,9) veces más probabilidades de tener una mala calidad del sueño que los que aprobaron. Las probabilidades de tener un sueño de mala calidad entre los participantes del estudio que estaban deprimidos fueron de 4,5 (95%). IC: 1,8-10,8 veces mayor que el de los encuestados sin depresión (Paudel et al., 2022).

Por último, el estudio realizado en Irán a 102 estudiantes de medicina con muestreo de máxima variación, completaron el Índice de Calidad del Sueño de Pittsburgh (PSQI). Para comparar las puntuaciones medias de los estudiantes y el componente de sueño, se empleó la prueba de Spearman (datos no normales), donde se observó una

correlación significativa entre el promedio de calificaciones y las horas que tardan en conciliar el sueño. Según las puntuaciones del cuestionario de calidad del sueño, los resultados no indicaron diferencias significativas entre los estudiantes con calificaciones altas y aquellos con calificaciones bajas. Sin embargo, en ambos grupos se produjeron trastornos del sueño moderados y a veces graves (Jalali et al., 2020).

Es importante remarcar que de los 7 estudios seleccionados y revisados en 2 se encontró una clara asociación entre el buen descanso y el correcto desempeño académico y, por otro lado, los estudios restantes no pudieron establecer una relación directa.

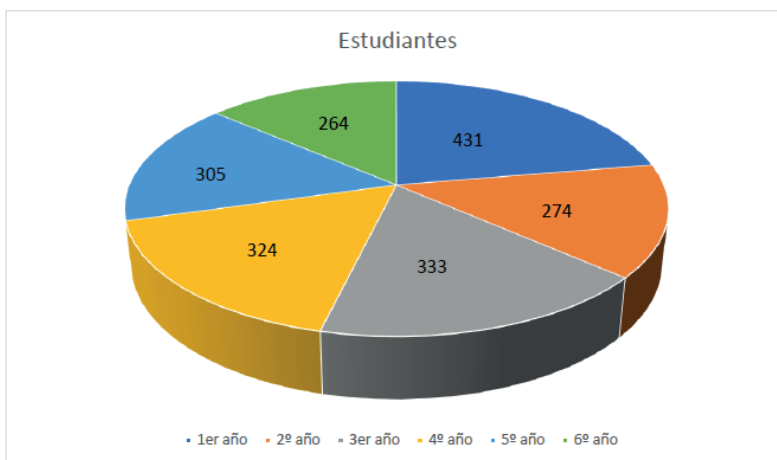


Figura 3 Población encuestada. Fuente de elaboración propia.

Tabla 4 Resumen de los artículos incluidos en la revisión. Fuente de elaboración propia.

Autor y año	Tipo de estudio	Método	Población
Jalali et al. 2020	Transversal	Formulario demográfico y Pittsburgh Sleep Quality Índice (PSQI).	102 estudiantes de medicina de diferentes especialidades
Gupta et al. 2023	Transversal	Mediante el Índice de Calidad del Sueño de Pittsburgh (PSQI), la Escala de Somnolencia de Epworth (ESS), el Cuestionario de Matutinidad/Vespertinencia (MEQ) y registros de sueño. La evaluación del aprendizaje y la memoria se realizó mediante la prueba de matrices progresivas de Raven.	167 estudiantes de medicina de primer año.
Al Shammari et al. 2020	Transversal	En línea utilizando el índice de calidad del sueño de Pittsburgh (PSQI) para evaluar la duración del sueño, la eficiencia del sueño, la latencia del sueño y la puntuación global del PSQI.	514 estudiantes de medicina

Alotaibi et al. 20220	Transversal	Se les pidió a todos los estudiantes que completaran un cuestionario electrónico autoadministrado que incluía el Índice de Calidad del Sueño de Pittsburgh (PSQI), la Escala de Distrés Psicológico de Kessler (K10).	230 participantes en su fase preclínica (1.er, 2.º y 3.er año).
Khaled et al. 2025	Transversal	El cuestionario incluyó el Índice de Calidad del Sueño de Pittsburgh (PSQI) prevalidado para medir la calidad del sueño y la Escala de Somnolencia de Epworth (ESS) para medir la somnolencia diurna. Las covariables incluyeron características sociodemográficas y rendimiento académico.	172 Estudiantes de 4.º, 5.º y 6.º año de la Facultad de Medicina
Paudel et al. 2020	Transversal	Encuesta en línea. La calidad del sueño se midió mediante el Índice de Calidad del Sueño de Pittsburgh (PSQI) de 19 ítems. Se realizó un análisis de regresión logística multivariable para evaluar los factores asociados con la calidad del sueño.	212 estudiantes de medicina
Molla & Wondie 2021	Transversal	La higiene del sueño (SHI) se evaluó mediante un cuestionario de 13 ítems. Se utilizó una regresión logística binaria para identificar los posibles determinantes de una mala higiene del sueño en estudiantes de medicina de pregrado.	576 estudiantes de medicina de pregrado.

A manera de generar se puede llegar a concluir que la relación entre la calidad del sueño y el rendimiento académico deben ser analizados con cuidado. La razón de esto, es que el éxito académico se puede ver influenciado por diferentes variables o condiciones que pueden influir como lo son la ingesta de vitaminas, café, bebidas energizantes, estado socioeconómico, entorno social. Estas variables muchas veces no son tomadas en cuenta por lo cual, la presencia o ausencia de correlación entre la calidad del sueño y el rendimiento académico debe realizarse con cautela y utilizando estudios donde se traten de tener en cuenta estos pequeños factores.

## 5. CONCLUSIÓN

En conclusión, la evidencia existente sugiere que un sueño insuficiente, su mala calidad y el sueño irregular repercuten negativamente en el rendimiento académico. Adicionalmente, cabe resaltar que la calidad del sueño es fundamental para la consolidación, el procesamiento y el funcionamiento de la memoria y el aprendizaje, además de ser necesaria para un adecuado desempeño laboral y profesional. Debido

al mayor riesgo de complicaciones, errores médicos secundarios y efectos adversos asociados a los diferentes trastornos derivados de la privación del sueño.

La privación del sueño no debe considerarse normal ni aceptada por los médicos en formación, y tanto las entidades gubernamentales como los empleadores deben garantizar condiciones laborales óptimas. El bienestar del personal sanitario debe considerarse integralmente para optimizar los servicios prestados a los pacientes.

Son necesarios nuevos estudios adicionales que abarquen las limitaciones que cursan los estudios, donde se pueden destacar que la gran mayoría de los estudio no permiten determinar una relación causal, dado que los estudio se realizaron únicamente en 1 institución específica, algunos estudios no fueron estadísticamente significativos y algunos otros no tuvieron en cuenta el uso de bebidas con cafeína ni té lo que podría tener un efecto protector en la calidad del sueño, lo que, indirectamente, incide positivamente en el rendimiento académico (Le Bon, 2020). Asimismo, desde un punto de vista práctico, son necesarios programas educativos sobre el sueño y sus trastornos dirigidos a los estudiantes de distintos niveles académicos.

## BIBLIOGRAFÍA

Aldabal, L., & Bahammam, A. S. (2011). Metabolic, endocrine, and immune consequences of sleep deprivation. *The open respiratory medicine journal*, 5, 31–43. <https://doi.org/10.2174/1874306401105010031>

Al Shammari, M. A., Al Amer, N. A., Al Mulhim, S. N., Al Mohammedsaleh, H. N., & AlOmar, R. S. (2020). The quality of sleep and daytime sleepiness and their association with academic achievement of medical students in the eastern province of Saudi Arabia. *Journal of family & community medicine*, 27(2), 97–102. [https://doi.org/10.4103/jfcm.JFCM\\_160\\_19](https://doi.org/10.4103/jfcm.JFCM_160_19)

Colten, H. R., & Altevogt, B. M. (Eds.). (2006). *Sleep disorders and sleep deprivation: An unmet public health problem*. The National Academies Press.

Alotaibi, A. D., Alosaimi, F. M., Alajlan, A. A., & Bin Abdulrahman, K. A. (2020). La relación entre la calidad del sueño, el estrés y el rendimiento académico entre los estudiantes de medicina. *Revista de medicina familiar y comunitaria*, 27(1), 23–28. [https://doi.org/10.4103/jfcm.JFCM\\_132\\_19](https://doi.org/10.4103/jfcm.JFCM_132_19)

Cao, J., Herman, A. B., West, G. B., Poe, G., & Savage, V. M. (2020). Unraveling why we sleep: Quantitative analysis reveals abrupt transition from neural reorganization to repair in early development. *Science advances*, 6(38), eaba0398. <https://doi.org/10.1126/sciadv.aba0398>

Cladellas, R., Chamarro, A., Del Mar Badia, M., Oberst, U., & Carbonell, X. (2011). Efectos de las horas y los hábitos de sueño en el rendimiento académico de niños de 6 y 7 años: Un estudio preliminar. *Cultura y Educacion*, 23(1), 119–128. <https://doi.org/10.1174/113564011794728524>

Fabres, L., & Moya, P. (2021). Sueño: conceptos generales y su relación con la calidad de vida. *Revista Médica Clínica Las Condes*, 32(5), 527–534.

Lo, J. C., & Chee, M. W. (2020). Cognitive effects of multi-night adolescent sleep restriction: current data and future possibilities. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 33, 34–41.

Falup-Pecurariu, C., Diaconu, Ș., Țint, D., & Falup-Pecurariu, O. (2021). Neurobiology of sleep (Review). *Experimental and therapeutic medicine*, 21(3), 272. <https://doi.org/10.3892/etm.2021.9703>

Gómez, Á., & Genzel, L. (2020). Sleep and academic performance: quantity, quality and time. *DirectScience*, 33, 65-71. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2019.12.008>

Gupta, S., Prithviraj, M., Gangwar, A., & Rath, R. S. (2023). Impacto de la duración, la calidad y el cronotipo del sueño en el aprendizaje y el rendimiento académico: un estudio transversal entre estudiantes de medicina de primer año de un instituto de atención terciaria. *Cureus*, 15(12), e50413. <https://doi.org/10.7759/cureus.50413>

Joiner W. J. (2018). *The Neurobiological Basis of Sleep and Sleep Disorders. Physiology* (Bethesda, Md.), 33(5), 317–327. <https://doi.org/10.1152/physiol.00013.2018>

Jalali, R., Khazaei, H., Paveh, B. K., Hayrani, Z., & Menati, L. (2020). El efecto de la calidad del sueño en el rendimiento académico de los estudiantes. *Avances en la educación y la práctica médica*, 11, 497–502. <https://doi.org/10.2147/AMEP.S261525>

Khaled, A., Almaghaslah, D., Siddiqua, A., Kandasamy, G., & Orayj, K. (2025). Impact of sleep quality on academic achievements of undergraduate medical students: a cross-sectional study from Saudi Arabia. *BMC medical education*, 25(1), 59. <https://doi.org/10.1186/s12909-025-06664-3>

Mehta, K. (2022). Effect of sleep and mood on academic performance – at interface of physiology, psychology, and education. *Humanities and Social Sciences Communications*, 9(1), Article 16. <https://doi.org/10.1057/s41599-021-01031-1>

Molla, A., & Wondie, T. (2021). Magnitude of Poor Sleep Hygiene Practice and Associated Factors among Medical Students in Ethiopia: A Cross-Sectional Study. *Sleep disorders*, 2021, 6611338. <https://doi.org/10.1155/2021/6611338>

Le Bon O. (2020). Relationships between REM and NREM in the NREM-REM sleep cycle: a review on competing concepts. *Sleep medicine*, 70, 6–16. <https://doi.org/10.1016/j.sleep.2020.02.004>

Paudel K, Adhikari TB, Khanal P, Bhatta R, Paudel R, Bhusal S, et al. (2022) Calidad del sueño y sus correlatos en estudiantes de medicina de pregrado en Nepal: Un estudio transversal. *PLOS Glob Public Health* 2(2): e0000012. <https://doi.org/10.1371/journal.pgph.0000012>

Page, M.J., McKenzie, J.E., Bossuyt, P.M., Boutron, I., Hoffmann, T.C., Mulrow, C.D., Shamseer, L., Tetzlaff, J.M., Akl, E.A., Brennan, S.E., Chou, R., Glanville, J., Grimshay, J.M., Hróbjartsson, A., Lalu, M.M., Li, T., Loder, E.W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., y Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *International Journal of Surgery*, 88, 372. <https://doi.org/10.1136/bmj.n71>

Simon, K.C., Nadel, L., y Payne, J.D. (2022). The functions of sleep: A cognitive neuroscience perspective. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 119(44) e2201795119. <https://doi.org/10.1073/pnas.2201795119>

# CAPÍTULO 15

## HABLANDO DE CALIDAD EDUCATIVA EN LA FORMACIÓN SUPERIOR EN ODONTOLOGÍA: DESAFÍOS EN LA DOCENCIA DE LAS CIENCIAS DE LA SALUD

Data de submissão: 14/05/2026

Data de aceite: 29/05/2026

**Zitzingore Janitzi López-Aguilar**

Universidad Autónoma de Zacateca

México

<https://orcid.org/0009-0006-1054-4898>

**Martha Patricia de la Rosa-Basurto**

Universidad Autónoma de Zacatecas

México

<https://orcid.org/0000-0002-8041-9420>

**Jesús Rivas-Gutiérrez**

Universidad Autónoma de Zacatecas

México

<https://orcid.org/0000-0001-7223-4437>

**Nelly Alejandra Rodríguez Guajardo**

Universidad Autónoma de Zacatecas

México

<https://orcid.org/0000-0001-8159-5621>

**Christian Starlight Franco-Trejo**

Universidad Autónoma de Zacatecas

México

<https://orcid.org/0000-0002-4250-5483>

**Luz Patricia Falcón-Reyes**

Universidad Autónoma de Zacatecas

México

<https://orcid.org/0000-0002-0962-0906>

**Alejandra Estefania Esquivel-Lozano**

Universidad Autónoma de Zacatecas

México

<https://orcid.org/0009-0001-8881-5946>

**RESUMEN:** La calidad educativa en la formación superior en odontología constituye actualmente uno de los principales desafíos para las instituciones responsables de la enseñanza de las ciencias de la salud. Aunque el discurso institucional suele abordar este concepto de manera general y enunciativa, su aplicación práctica dentro de los procesos de formación científica, clínica y profesional revela una realidad compleja, multidimensional y difícil de delimitar. El presente trabajo reflexiona sobre diversos elementos que intervienen en la calidad educativa de la enseñanza odontológica, entre ellos la organización curricular, las competencias docentes, las metodologías de enseñanza-aprendizaje, la formación científica del estudiante y las condiciones institucionales necesarias para el desarrollo de una educación superior pertinente y actualizada. Asimismo, se analizan los retos contemporáneos que enfrentan las instituciones de educación superior en ciencias de la salud respecto a innovación pedagógica, formación docente, actualización curricular y desarrollo del pensamiento crítico e investigativo en los estudiantes. Se concluye que la calidad educativa en odontología exige una articulación permanente entre docencia,

formación científica, práctica profesional y necesidades sociales, además de procesos continuos de reflexión institucional y actualización académica.

**PALABRAS CLAVE:** calidad educativa; docencia universitaria; odontología; ciencias de la salud; formación profesional.

## TALKING ABOUT EDUCATIONAL QUALITY IN HIGHER DENTAL EDUCATION: CHALLENGES IN HEALTH SCIENCES TEACHING

**ABSTRACT:** Educational quality in higher dental education currently represents one of the main challenges faced by institutions responsible for teaching health sciences. Although institutional discourse often addresses this concept in a general and declarative manner, its practical application within scientific, clinical, and professional training processes reveals a complex, multidimensional, and difficult-to-define reality. This paper reflects several elements involved in the educational quality of dental teaching, including curriculum organization, teaching competencies, teaching-learning methodologies, students' scientific training, and the institutional conditions required for the development of relevant and updated higher education. Likewise, contemporary challenges faced by higher education institutions in health sciences are analyzed, particularly regarding pedagogical innovation, teacher training, curriculum updating, and the development of critical and research-oriented thinking among students. It is concluded that educational quality in dentistry requires a permanent articulation between teaching, scientific training, professional practice, and social needs, as well as continuous processes of institutional reflection and academic updating.

**KEYWORDS:** educational quality; university teaching; dentistry; health sciences; professional training.

### 1. INTRODUCCIÓN

La educación superior en México, como en muchas otras partes del mundo, actualmente atraviesa por una situación crítica que ha llevado a muchas de las instituciones educativas de este nivel a hacer un alto en el camino y analizar su quehacer cotidiano y sus resultados en relación a su razón de ser, a la aceptación social y laboral de sus egresados; las presiones originadas por el discurso oficial nacional y global, crítico, severo y desaprobatorio que en estos tiempos cuestiona la calidad de la mayoría de los egresados y por otro lado pregona la necesidad de atender primordial y urgentemente las cuatro dimensiones más críticas y deterioradas y que al mismo tiempo son en gran parte la causa del problema y de esos señalamientos, esas dimensiones son las siguientes, la primera, respecto a que muchos de los contenidos que se imparten ya son obsoletos y poco prácticos; segundo, que por lo general la mayoría de su planta docente carece de una formación, capacitación o habilitación pedagógica, didáctica psicológica, sociológica y filosófica; tercero, muchos de ellos carecen de vocación e identidad y se consideran

solamente como empleados, cuarta, la infraestructura ya no es suficiente ni adecuada por no estar en buenas condiciones (Alcántara Santuario, A., 2007). Ese alto en el camino lo debe de hacer periódicamente la Unidad Académica de Odontología de la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAO/UAZ) para realizar mesas de análisis y reflexión referente a la magnitud, certeza y veracidad de que tanta calidad educativa hay en la formación disciplinar que imparte, para que a partir de ello se decida qué hacer para retomar el camino de la calidad educativa si es que esta se ha perdido o continuar fortaleciéndolo si así fuera.

En consideración a lo que se piensa y se dice respecto a cómo debe de ser una educación de calidad dentro del campo odontológico, hay muchas menciones y referencias, hay conceptualizaciones tan amplias que tratan de integrar en ella todas las posibles dimensiones existentes pero que en su mayoría se quedan cortas debido a que los conceptos de educación y de calidad son multidimensionales que prácticamente resulta imposible abarcar todas en una sola definición o concepto, hay otras que se basan en algunas partes como puede ser el proceso de enseñanza-aprendizaje, otras que ponderan solo un elemento como la finalidad, el propósito, los objetivos, las metas, la enseñanza, el aprendizaje, la planta docente, la infraestructura, el currículum, el campo laboral, etc., pero que también se quedan incompleta debido a la parcialidad del análisis; para el caso del presente trabajo abordaremos progresivamente solo algunos de los variados elementos o dimensiones, iniciando con la finalidad, propósito, objetivos y metas, concluyendo con el perfil idóneo del docente.

## **2. FINALIDAD, PROPÓSITO Y OBJETIVOS**

Entendemos que la finalidad es la meta a llegar a largo plazo, el propósito es la intención o el por qué general y el objetivo es el qué específico, medible y alcanzable a corto o mediano plazo. Estos tres conceptos quedan imbricados dentro de la intención de lograr un verdadero aprendizaje razonado, útil, profundo y pertinente en los estudiantes de la UAO/UAZ para lograr alcanzar la o las metas trazadas implícita y explícitamente en los objetivos curriculares planteados para un tiempo específico y cuantificable y con ello materializar la finalidad de la institución educativa plasmada en la Misión y Visión Institucional, por lo cual, para empezar, la planta docente debe de conocerlos para que a partir de ello realicen su planeación educativa. Independientemente de lo que sucede en otras instituciones educativas de la licenciatura en odontología o posgrado, la unidad académica debe trabajar sus procesos educativos de enseñanza para generar aprendizajes que le permitan al estudiante el desarrollo de un pensamiento crítico,

inquisidor, capaz de entender los aspectos del conocimiento abstracto general y del particular del campo profesional y que por ello encuentre el camino de la autonomía y de la iniciativa, para ello los estudiantes deben de desarrollar competencias generales y específicas, es decir, deben formarse en cómo aprender y cómo pensar críticamente (Guzmán, J.C., 2011).

Debido a que la definición de calidad educativa entendida como la descripción precisa, objetiva y verbal de las características de la expresión o idea y su conceptualización, implica dentro de su representación mental, subjetiva y cognitiva de calidad la generación del pensamiento inquisidor e investigador en los estudiantes y debido a que esto es uno de los conceptos más mencionadas en el curriculum, este se debe de desglosar dentro de este documento institucional principalmente como metas a lograr para que sea más comprensible y factible de conseguir por la planta docente, empezando con enseñar al futuro profesionista a analizar ideas y temas de manera analítica, desarrollar poco a poco las habilidades intelectuales y de pensamiento y enseñarlos a comprender principios y generalizaciones para que después puedan pasar a ser capaces de realizar aproximaciones creativas e innovadoras en las situaciones problemáticas que se pueden encontrar, elaborar diferentes perspectivas para analizar la naturaleza de las situaciones problemáticas, saber y poder comunicarse profesionalmente con el paciente, escucharlo atentamente, interpretar correctamente y responder con tacto y poder entender las limitaciones del concepto de utilidad económica marginal entendida esta como beneficio y/o satisfacción adicional que se obtiene al adquirir un bien o servicio en situaciones reales (economía).

Lo anterior debe de ser entendido como el medio del que se valdrá el estudiante para a la par lograr el aprendizaje de ciertos conocimientos, habilidades, estrategias, técnicas y dominios concretos juzgados como esenciales que debe aplicar en su campo disciplinar. A razón de las finalidades, propósitos, objetivos y metas curriculares de la UAO/ UAZ en los últimos tiempos está apareciendo el problema de que sus docentes parecen no lograrlo o lo logran de manera parcial, desarticulada e irreflexiva por asimilación y reproducción más que por reflexión y praxis como proceso de aplicar la teoría a la práctica, implicando la realización de una acción reflexiva para resolver problemas.

En varios estudios e investigaciones se ha encontrado que para la mayoría de los estudiantes del área de la salud, su experiencia formativa consiste en vivir inconscientemente la curricula con un plan de estudios pobremente organizados y desactualizado y con temas dispersos, con metas sin claridad en su definición, clases y enseñanza que enfatiza un aprendizaje pasivo y dependiente, además de formas de

evaluación que por usos y costumbres tanto en los docentes como en los estudiantes demandan esencialmente sólo memorizar la información y un nivel muy bajo de comprensión de los conceptos, principalmente los abstractos. Bajo este proceso que utilizan la mayoría de los estudiantes, que les permite tener información en tiempo para enfrentar alguna situación problemática o evaluación escolar, cuando se trata de saber y de dar sentido en qué otras situaciones demandantes se puede utilizar o aplicar se les complica mental y cognitivamente; en muchos de estos casos hay situaciones donde el estudiante considera que es más que suficiente lo que sabe y conoce por mera transmisión y reproducción para transitar con éxito toda la licenciatura y para una vez egresados tener éxito profesional, social y económico, esta última situación en educación superior es más común de lo que se puede pensar y consiste en que no se tiene autorregulación y creen que saben cuándo en realidad no tienen conciencia de que lo que pasa es lo contrario, es decir no saben que no saben, esta situación tan frecuente es llamada Efecto Dunning-Kruger (Barreda Medina, R. F., Ubillús Reyes, J., Cevallos López, G. E., & Chocobar Reyes, E. J., 2025).

La enseñanza de la disciplina odontológica es otra de las dimensiones importante y fundamentales para tener calidad en los procesos educativos-formativos, entendiendo que lo educativo hace referencia central en la transmisión general de conocimientos, cultura y valores para el desarrollo integral del estudiante a largo plazo, mientras que lo formativo se enfoca en el desarrollo de competencias, habilidades prácticas y actitudes específicas para el ámbito profesional. Indudablemente una de las grandes deficiencias es la forma de enseñar para educar o formar que utilizan los docentes en la UAO/UAZ, las cuales en su gran mayoría son impositivas, autoritarias, pasiva, irreflexivas, rígidas y sin planeación, esto ha traído con el paso de los años una enorme dependencia del estudiante hacia el docente, sobre todo del docente clínico, en el sentido de considerar prácticamente como la única verdad lo que les transmite, posiblemente en algún tiempo histórico-social este modelo de enseñanza fue adecuado y útil para los requerimientos educativos, sociales, profesionales y laborales, pero en la actualidad es insuficiente e impráctico debido a las nuevas exigencias y necesidades globales, por lo cual el discurso oficial institucional señala la urgente necesidad de un cambio profundo en las formas de enseñar para ayudar a los estudiantes a comprender los fenómenos de la salud o enfermedad bucodental de la misma manera como lo hacen los expertos en cada disciplina (Ventura, A.C., 2011).

### 3. PERFIL DOCENTE PARA LOGRAR, MANTENER O INCREMENTAR LA CALIDAD EDUCATIVA

Las instituciones de educación superior, como ya se mencionó, principalmente están sometidas y bajo presión respecto a la dimensión del perfil docente y sus formas de enseñanza, las nuevas exigencias respecto a la apremiante necesidad de replantear urgentemente o en algunos casos reemprender un modelo y práctica profesional para mejorar su docencia a partir de retomar principalmente su formación, capacitación, habilitación a partir de que la formación es la base académica integral a largo plazo, la capacitación es el entrenamiento en habilidades específicas a corto plazo, la actualización y la habilitación es la certificación oficial necesaria para ejercer legalmente la docencia profesional. Esta exigencia de profesionalismo tendría que estar formalizada institucionalmente bajo la contratación y supervisión administrativas de la institución educativa y sindical, este control deberá de vigilar que posea competencias pedagógicas, didácticas, filosóficas, psicológicas y sociológicas todo bajo el contexto del dominio del conocimiento profesional antes de comenzar a impartir clases.

Infortunadamente sin un análisis completo y estructural de todas las dimensiones ya referidas (y otras más), y ofrecer institucionalmente las condiciones si no idóneas por lo menos las mejores posibles para realizar las funciones que se piden o exigen, en la UAO/UAZ se le ha continuado cargando al docente más y más actividades que debe realizar una vez que ha sido contratado bajo el pretexto de que para considerarlo como un profesional de la enseñanza deberá de ser polivalente, con este término lo que le quieren decir es que debe de ser y poseer lo siguiente, competente en el diseño de cursos, aplicación de métodos efectivos de enseñanza para ser eficiente y eficaz ante grupo de estudiantes cada vez más numerosos y heterogéneos, debe de ser capaz de lidiar con adolescentes rebeldes, inseguros, confundidos y hasta en algunos casos con algún trauma utilizando apropiadamente las TIC´s, debe de ser capaz de motivar a sus estudiantes e identificar casos de depresión, frustración o bullying apoyándolo personalmente o canalizarlo a una instancia universitaria más indicada. Además de todo lo anterior debe ser altamente productivo en la investigación, que sepa y pueda gestionar en caso de ser necesario recursos financieros, que haga malabares para sortear exitosamente las nuevas demandas administrativas y rinda cuentas a una amplia variedad de jefes (Hernández de Figueredo, O., 2022), bajo esas condiciones extremas es lógico y natural que gran parte de la planta docente de esta unidad académica sea incapaz de lograr la totalidad de lo exigido y por consiguiente terminan caminando sobre el terreno de lo más fácil, menor esfuerzo y lo aceptado.

Todo este stock de competencias exigibles a la vez que lo marcarían como un profesional de la docencia lo colocaran tarde o temprano en el camino del agotamiento, de la frustración, la depresión, el descontento y hasta le crea confrontación con sus pares generándole agotamiento y hasta enfermedades mentales, corporales, posturales y otras más (Síndrome de Burnout). Es innegable que lo requerido en este nivel forma parte de la tendencia discursiva mundial para buscar nuevas maneras de crear, utilizar e impartir el conocimiento, en discrepancia casi siempre con el estatus de contratación, el tabulador salarial y las condiciones de estructura e infraestructura de la institución educativa (Brito Laredo, J., 2018).

Hativa es aún más explícito en lo referente al perfil profesional necesario para ser considerado un adecuado docente para la educación y formación odontológica superior, cita que debe de ser versado en el conocimiento y dominio de su campo disciplinar, es decir, manejar los hechos, conceptos y teorías implícitas y correspondientes a la materia o asignatura que impartirá, bajo una adecuada lógica organizativa y progresiva y aunque es una condición indispensable pero insuficiente representa la base de las competencias asequibles, debe poseer un conocimiento y manejo pedagógico de los principios generales de la enseñanza utilizando correctamente las estrategias y herramientas didácticas para poder manejar su clase y saber crear un ambiente y contexto para el aprendizaje, conocer ampliamente y específicamente el contenido curricular pertinente a su función y trabajo para planear en correspondencia a ello su programa de trabajo bajo el tejido de las finalidades, propósitos, objetivos y metas educativas consideradas.

A la par, debe de conocer sus deberes, obligaciones y hasta sanciones a las que se puede hacer acreedor como aspectos reguladores de su comportamiento dentro de la institución educativa, así como también las correspondientes al estudiante para saber hasta adonde exigirle sin sobrepasar sus derechos. Además de entender y manejar profesionalmente la enseñanza debe entender y comprender como se da o se puede dar el aprendizaje de sus estudiantes, así como las razones o motivos de que este no se dé o se dé parcialmente, debe autoconocerse y tener plena conciencia acerca de sus valores personales, el reconocimiento de sus fortalezas y debilidades como docente y persona, para tener claridad sobre sus metas educacionales y utilizar su enseñanza como medio para alcanzar tales propósitos, tener un adecuado equilibrio emocional para poder manejar pertinentemente las habilidades interpersonales para promover relaciones adecuadas con los estudiantes (Cejas, M., Mendoza, D., Alban, C., Frías, É., 2020). Si bien podría darse el caso de que un mal docente puede sentirse mucho mejor docente de lo que realmente es, la diferencia con un docente profesional

es que éste sabría reconocer sus fallas y limitaciones, sería sensible y abierto a la retroalimentación recibida de sus alumnos; en cambio, el primero sería soberbio y actuaría con prepotencia impidiendo cualquier crítica y, por lo tanto, cualquier mejora a su labor (Efecto Dunning-Kruger).

#### 4. ALGO DE LO QUE SE HA ENCONTRADO RESPECTO A LA CALIDAD EDUCATIVA

En los últimos años, los estudios, las investigaciones y las reflexiones respecto a la calidad educativa en educación superior día a día aumentan, este interés por entender y proponer acciones pertinentes al respecto ha sido consecuencia, como ya se mencionó, de las presiones política, económicas y sociales. Por ejemplo, para la UNESCO hay dos principios que caracterizan lo que puede ser la definición de una educación de calidad, el primero considera que el desarrollo cognitivo del educando es el objetivo explícito más importante de todo sistema educativo y el segundo hace hincapié en el papel que desempeña la educación en la promoción de las actitudes y los valores relacionados con una buena conducta cívica, así como en la creación de condiciones propicias para el desarrollo afectivo y creativo del educando, razón por la cual la supraestructura (conjunto de elementos ideológicos, políticos, jurídicos e institucionales), la estructura (parte organizativa visible diseñada para el buen funcionamiento de la administración y planta docente con el fin de lograr los objetivos educativos) y a infraestructura (conjunto de instalaciones, redes, servicios y medios técnicos necesarios para el buen funcionamiento de la institución) deberán de estar articulados institucionalmente en función de ese objetivo en reciprocidad, es decir repercutir de abajo hacia arriba y de arriba hacia abajo (SCIMAGO INSTITUTIONS RANKINGS., 2024).

Para la Secretaría de Educación Pública (México), la calidad educativa va asociada a la capacidad de la planta docente para realizar con alto desempeño y eficiencia las funciones básicas de docencia, investigación, generación y aplicación innovadora de conocimiento, tutoría y gestión académico administrativa (Fernández Fassnacht, E., 2017). Por otro lado Fresan determina que la calidad debe de valorarse y medirse desde un nivel micro relativo al nivel institucional y uno macro relativo al sistema educativo, pero en interrelación, por lo cual cuando uno de ellos falla o es deficiente repercute en el otro generando una baja en la calidad educativa y por el contrario, cuando ambos trabajan en armonía activa y dialéctica para cumplir la función de ayudar a la integración educativa, profesional y social, el programa académico es reconocido como programa de calidad certificado y acreditado por organismos evaluadores internos y externos (Citado por: Castañon Duque, G.A. & García Serna, L., 2012).

Por su parte, Arredondo expone que debido a que la educación es un proceso que al estar a la par e inmerso con otros fenómenos sociales es complejo y no se produce monóticamente sólo en el aula, laboratorio o clínicas y precisamente porque hay grupos humanos, sociedad, cultura e historia en interacción, el problema de la calidad se da cuando ese ambiente social en que se desenvuelve la educación se modifica, como está sucediendo actualmente, ya que los resultados del sistema educativo que deberían de estar estrechamente relacionados con las expectativas y necesidades colectivas, laborales y procesos propios del sistema se desfasan y producen un sinfín de deficiencias en el proceso educativo-formativo (Citado por: Arredondo, C.M., Ortega Iza, E.J., Nagless Parra, K. (2020). Castañón y García concluyeron que la calidad de la educación superior no puede medirse en términos absolutos, porque depende de los objetivos y propósitos que la institución educativa se haya planteado, esto debido a que cuando se intenta medir la calidad ésta se compara con una idea homologada, colectiva y universal de lo que debe ser sin considerar que cada institución se encuentra inmersa en un contexto con variables y factores diferente, este error se hace visible cuando se plantean de manera general los aspectos a considerar como revisión de la matrícula, áreas de conocimiento, programa de estudio, vinculación con el sector productivo en contraste con las repercusiones o transformaciones que trae a la sociedad y procesos para determinar la pertinencia social del programa académico en aspectos del impacto social, concluyendo que el concepto de calidad depende en gran parte del todo de cada institución y de qué tan atenta está de su entorno social considerando los aspectos políticos, económicos, culturales y sociales (Castaño Duque, G.A., García Serna, L., 2012).

Trabajos realizados en relación a la resignificación de conceptos teóricos, metodológicos, evaluación y certificación, Martín Calvo, al respecto señala que actualmente la mayoría de las instituciones educativas debido a la baja calidad educativa que hay deberán realizar procesos de modernización de su estructura y funcionamiento para generar un compromiso real con la calidad educativa, aplicar técnicas modernas de gestión, planeación, evaluación y análisis de resultados, desarrollar estrategias de mejoramiento continuo y productividad, articular la planeación con la inversión para una eficiencia en la ejecución del presupuesto y simplificar los trámites y los procesos educativos a través de innovaciones pedagógicas y metodológicas, replantear la fundamentación epistemológica curricular e introducir cambios curriculares y de flexibilización en los planes de estudio, estrechar los vínculos con el entorno internacional, mejorar la participación en redes y grupos de investigación entre la planta docente, aumentar el número de docentes con un mayor nivel de formación pedagógica, didáctica, psicológica, sociológica y filosófica y con

motivación para participación en mesas de análisis respecto a las políticas de equidad e inclusión en la educación superior (Martín Calvo, J.F., 2018).

Por otra parte, Jayson y colaboradores refirieron que entre las debilidades y amenazas que enfrenta actualmente la educación superior están la infraestructura deficiente y en muchos casos obsoleta, un débil sentido de pertenencia a la institución, carencia de un efectivo instrumento para autovalorar la calidad del proceso formativo y de aprendizaje, condiciones asociativas deficientes para garantizar una adecuada apropiación del conocimiento y los saberes, concluyendo que la calidad en los procesos educativos depende enormemente de las condiciones de los espacios e insumos para la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes que tengan las Universidades (Andrey Bernate, J., Guataquira Romero, A., Natalia Romero, E., Carina Reyes, E., 2020).

Si comparamos, revisamos y analizamos los diferentes discursos presentados (y la gran mayoría de los no presentados) encontraremos similitudes y aproximaciones en sus conclusiones con lo que sucede al interior de la UAO/UAZ, por un lado y respecto al estudiante el lograr su desarrollo cognitivo, la generación de actitudes, conductas y valores apropiados, su desarrollo efectivo y creativo, por otro lado, respecto al docente, debe tener un adecuado desempeño, eficiencia y resultados en sus funciones de docencia, investigación, generación y aplicación innovadora de conocimiento, tutoría y gestión académico administrativa, funciones y resultados medibles desde un nivel micro y uno macro pero en interrelación, saber y entender que el proceso educativo se lleva a cabo dentro de un ambiente social y por lo tanto sus resultados se modifican continuamente dependiendo de las expectativas y necesidades colectivas, laborales y procesos propios del sistema, que la calidad de la educación superior no puede medirse en términos absolutos, porque depende de los objetivos y propósitos que la institución educativa se haya planteado, que urge la modernización de sus espacios físicos, equipos e insumos, que se requiere que la planta docente trabaje bajo la dimensión de las innovaciones pedagógicas y metodológicas, que se necesita la revisión y actualización del fundamento epistemológica curricular continuamente, introducir flexibilización en los planes de estudio, generar la internacionalización, incrementar la cooperación en redes y grupos de investigación, mayor número de docentes con formación pedagógica, didáctica, psicológica, sociológica y filosófica y con motivación, mayor participación en mesas de análisis y discusión sobre equidad e inclusión, etc., todo esto denota que el problema de la calidad educativa, por lo menos en Latinoamérica es similar en sus dimensiones y propuesta de solución.

## 5. CONCLUSIONES

Hablar de calidad educativa en la UAO/UAZ citando o mencionando solamente los conceptos de eficiencia, eficacia, productividad y acreditación resulta demasiado fácil, lo complicado y complejo empieza cuando se empiezan a desentrañar las nociones a partir de sus elementos, más aún, cuando se establecen las dinámicas y factores a identificar y se trata de relacionarlos con aspectos y factores externos como los movimientos y exigencias del mercado laboral, el avance de la ciencia y la tecnología, el crecimiento del conocimiento y las dinámicas de las políticas económicas y sociales del propio sistema educativo y nacional, situación que continuamente llevan a la reformulación de nuevas directrices educativas y alternativas, por lo cual la valoración de la calidad se convierte en un ente amorfo e imperfecto que continuamente en muchas de sus partes pierde vigencia y se hacen obsoleta y en otras poco comprensibles debido a su continua transformación y alteración.

Este señalamiento se suscita a partir de las continuas presiones que tiene la unidad académica hacia la exigencia de su consolidación a partir de la implementación de procesos de reingeniería curricular. Desafortunadamente es muy común que aún no se termina de arraigar la aplicación del nuevo modelo curricular planeado y proyectado para lograr la mejorar en la calidad cuando ya se tiene que empezar a pensar en los nuevos cambios para actualizar el modelo curricular debido a señalamientos internos o externos de las instancias evaluadoras, situación que hace difícil el afianzamiento y fortalecimiento de una propuesta educativa duradera y permanente, esta situación aparentemente poco probable pero real ocasiona que sea tan dificultoso disponer de una propuesta de modelo educativo-académico coherente y vinculado entre las necesidades y exigencias internas y las externas y que pueda ser objetivado implícita y explícitamente en la Misión, Visión y Objetivos Institucionales

Bajo esa lógica, resulta aún más preocupante que la gran mayoría de la planta docente no conozca y comprenda la propuesta curricular y la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje implícita y explícita en el modelo educativo para su aplicación; a pesar de que día a día se diga oficialmente interna y externamente que la institución educativa está trabajando por el cambio y retomando el camino de la calidad, en los hechos no sucede así, pues en los procesos de enseñanza y aprendizaje que se suscitan al interior de salones, laboratorios y clínicas no se expresan esos cambios pues sigue siendo notorio las formas tradicionales de enseñar, medir y valorar el aprendizaje así como las formas de apropiarse y reproducir el conocimiento por parte de los estudiantes.

Es claro que no habrá certificación de calidad continua en la UAO/UAZ si no se modifica la idea de la representación social que tienen los docentes respecto a la enseñanza y a modificación de su aplicación así como la de los estudiantes respecto a su aprendizaje; pensar en una enseñanza de calidad que le abone a la calidad integral de la institución educativa implica pensar conceptual, teórica y metodológicamente en como impartir con innovación y versatilidad los contenidos adscrito en el plan de estudios, para ello primero que nada se requiere que el docente sea un profesional de la docencia y pueda despertar el interés por aprender en los estudiantes, considere al aprendizaje más importante que la enseñanza y que ambos tengan la comprensión de la realidad histórico social que permea en se momento para que quede claro lo que se espera de ellos y alcanzar esa finalidad, pero sobre todo, en el caso de los docentes realizar un verdadero análisis respecto a lo que es factible exigirle en relación al estatus de su contratación y escalafón de pago. Ofrecer al estudiantado oportunidades de retroalimentación y enseñarlos a tener un auto aprendizaje, tener metas claras y factibles, desarrollar estrategias para lograr que el estudiante sea cada vez más independiente y tenga un mejor control de su aprendizaje debería ser la principal preocupación administrativa de la institución educativa pero no es así, la mayoría de las autoridades educativas dedican prácticamente el total de su tiempo en administrar las diversa y complejas problemáticas y dificultades que se les prestan relegando a un segundo o hasta tercer momento la planeación y aplicación de acciones para recuperar o mantener esa calidad tan señalada.

Entonces bajo esa lógica, el docente deber ser un profesional con humildad y también estar abierto al aprendizaje nuevo, ser generoso para compartir lo que sabe y conocer a sus alumnos para adaptar sus conocimientos a sus características, expectativas y deseos y no al revés, ser organizado y capaz de presentar el contenido en sus clases de manera lógica y entendibles citando ejemplos coloquiales y propios de la vida en general y del campo disciplinar, ser atento y expedito para responder adecuadamente las preguntas de sus estudiantes, enfatizando los puntos más importantes, reconocer el momento oportuno para hacer preguntas para verificar que hayan comprendido, además de crear una atmósfera adecuada para el aprendizaje y estimular la participación de los estudiantes.

Como nos pudimos dar cuenta, hablar de la calidad educativa odontológica en educación superior, como ya se mencionó, resulta muy fácil y sencillo cuando solos se hace de manera enunciativa, pero cuando realmente se quiere trabajar de forma seria, ordenada, sistemática y metodológicamente para lograr consolidar un programa académico de calidad, se deberá en un primer momento contar con el apoyo y participación

de las autoridades educativas y realizar una planeación estratégica y metodológica por un pequeño grupo de docente con formación y capacitación en trabajo colectivo y en equipo y ser reconocidos por sus pares como líderes confiable, en segundo lugar realizar talleres de concientización entre el colectivo de los cuatro sectores (administrativo, docentes, alumnos y trabajadores) respecto a que se entiende por calidad educativa, su importancia y finalidad, por último y como tercer lugar, contar con condiciones, infraestructura e insumos para realizar lo planeado. Todo esto implica un primer momento de planeación-propuestas, y en un segundo momento la ejecución e implementación de las propuestas.

## BIBLIOGRAFÍA

Alcántara Santuario, A. (2007). Dimensiones de la calidad en educación superior. Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM. Revista Reencuentro, núm. 50, diciembre. Consultado en: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.redalyc.org/pdf/340/34005004.pdf>.

Andrey Bernate, J., Guataquira Romero, A., Natalia Romero, E., Carina Reyes, E.. (2020). Satisfacción de la Calidad Educativa en Educación Superior. Revista PodiumNo. 38, junio-noviembre. Consultado en. [https://scielo.senescyt.gob.ec/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2588-09692020000100037](https://scielo.senescyt.gob.ec/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2588-09692020000100037).

Arjona Granados, M.P., Lira Arjona, A., & Maldonado Mesta, E.A. (2022). Los sistemas de gestión de la calidad y la calidad educativa en instituciones públicas de Educación Superior de México. Revista RETOS. Revista de Ciencias de la Administración y Economía, Vol. 12, No. 24. Consultado en: <https://doi.org/10.17163/ret.n24.2022.05>.

Barreda Medina, R. F., Ubillús Reyes, J., Cevallos López, G. E., & Chocobar Reyes, E. J. (2025). Consecuencias del Efecto Dunning–Kruger en los Estudiantes: Una Revisión Sistemática (2021 – 2025). Revista Ciencia y Reflexión, Vol. 4, No. 2. Consultado en: <https://doi.org/10.70747/cr.v4i2.472>.

Brito Laredo, J. (2018). Calidad educativa en las instituciones de educación superior: evaluación del síndrome de burnout en los profesores. RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, Vol. 8, No. 16. Consultado en: <https://doi.org/10.23913/ride.v8i16.356>.

Castañón Duque, G.A., García Serna, L. (2012). Una revisión teórica de la calidad de la educación superior en el contexto colombiano. Revista Educación y Educadores. vol.15, no.2, mayo-agosto. Consultado en: [http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0123-12942012000200005&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0123-12942012000200005&script=sci_arttext).

Cejas, M., Mendoza, D., Alban, C., Frías, É. (2020). Caracterización del perfil de las competencias laborales en el docente universitario. Revista Científica Electrónica de Ciencias Humanas. No. 45. Consultada en <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7407376>.

Citado por: Arredondo, C.M., Ortega Izaio, E.J., Nagless Parra, K. (2020). Implementación de las herramientas tecnológicas de la información y la comunicación (TIC) en la educación actual. Diplomado en pedagogía y herramientas tecnológicas en la educación. Universidad Central Del Valle Del Cauca "UCEVA". Consultado en: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://repositorio.uceva.edu.co/bitstream/handle/20.500.12993/1428/T00031669.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

Fernández Fassnacht, E. (2017). Una mirada a los desafíos de la educación superior en México. Revista *Innovación educativa, México*, Vol. 17, No. 74. Consultado en [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-26732017000200183&lng=es&tling=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-26732017000200183&lng=es&tling=es).

Guzmán, J.C. (2011). La calidad de la enseñanza en educación superior ¿Qué es una buena enseñanza en este nivel educativo?. Revista Perfiles educativos, No. 33. Consultado en: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-26982011000500012&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982011000500012&lng=es&tlng=es).

Hernández de Figueredo, O. (2022). El docente actual y su perspectiva reflexiva sobre calidad educativa. Revista Prohominum, Vol. 2, No. 3. Consultado en: <https://doi.org/10.47606/ACVEN/PH0011>.

Martín Calvo, J.F., (2018). Calidad educativa en la educación superior colombiana: una aproximación teórica. Revista Sophia Vol. 14, No. 2, julio-diciembre. Consultado en: [http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S1794-89322018000200004&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S1794-89322018000200004&script=sci_arttext).

SCIMAGO INSTITUTIONS RANKINGS. (2024). Las prescripciones de la UNESCO en los Informes Mundiales sobre el Aprendizaje y la Educación: un análisis sobre Calidad y Evaluación para la Educación de Jóvenes y Adultos. Revista Educar, No. 40. Consultado en: <https://www.scielo.br/j/er/a/mJpjbDnLXWRWHYDRz6cf96k/?lang=es>.

Ventura, A.C. (2011). Estilos de aprendizaje y prácticas de enseñanza en la universidad: Un binomio que sustenta la calidad educativa. Revistas Perfiles educativos, No. 33. Consultado en: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-26982011000500013&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982011000500013&lng=es&tlng=es).

# CAPÍTULO 16

## 40 YEARS AS A FOSSIL PROSPECTOR, COLLECTOR, AND EXHIBITION MAKER

Data de submissão: 10/04/2026

Data de aceite: 28/04/2026

**H.J. “Kirby” Siber, Dr.sc.h.c.**

Aathal Dinosaur Museum  
Seegräben, Switzerland

**ABSTRACT:** This perspective surveys four decades of fossil collecting and exhibition work and reflects on the role of private and independent initiatives in advancing paleontology. Drawing on case studies from the Green River Formation (USA), the White River Badlands (USA), the Pisco Formation (Peru), and multiple quarries in the Morrison Formation (Wyoming, USA), it documents the recovery, curation, and scientific use of significant vertebrate fossils. Collections assembled from Green River fish and rare Eocene birds were acquired by the Smithsonian Institution; a comprehensive White River assemblage was later purchased and displayed by the University of Zurich. Field campaigns in Peru, conducted under permits, led to the excavation of five Miocene whales and the construction of the Museo de Sitio de Sacaco to protect an *in situ* specimen. Work at the Howe and Dana quarries yielded numerous articulated

dinosaurs – including *Camarasaurus*, *Stegosaurus*, *Allosaurus*, and diplodocids – some later described as new taxa, such as *Kaatedocus siberi* and *Galeamopus pabsti*. These efforts culminated in public exhibitions at the Sauriermuseum Aathal, annual attendance of approximately 70,000–90,000 visitors, more than 50 resulting scientific publications, and, in 2020, the donation of ten major Morrison specimens to the University of Zurich. Against this empirical backdrop, the article argues that blanket restrictions on fossil collecting risk excluding early-career enthusiasts and reducing specimen recovery. It proposes that accessibility for research, rather than ownership status, should be the principal criterion for evaluating collections, and advocates structured collaboration between private collectors and publicly funded institutions to maximize the discovery, documentation, and long-term preservation of fossil resources.

**KEYWORDS:** fossil collecting; private collections; Morrison Formation; Green River Formation; science–policy collaboration; Sauriermuseum Aathal.

40 ANOS COMO PROSPECTOR,  
COLEIONADOR DE FÓSSEIS E  
IDEALIZADOR DE EXPOSIÇÕES

**RESUMO:** Este texto revisita quatro décadas de coleta e curadoria de fósseis, bem como de trabalho expositivo, e reflete sobre o

papel de iniciativas privadas e independentes no avanço da paleontologia. A partir de estudos de caso da Formação Green River (EUA), das Badlands do White River (EUA), da Formação Pisco (Peru) e de múltiplas frentes na Formação Morrison (Wyoming, EUA), documenta a recuperação, a curadoria e o uso científico de fósseis vertebrados significativos. Conjuntos reunidos de peixes de Green River e raras aves do Eoceno foram adquiridos pelo Smithsonian Institution; uma coleção abrangente do White River foi posteriormente comprada e exibida pela Universidade de Zurique. Campanhas de campo no Peru, conduzidas sob permissão, resultaram na escavação de cinco baleias miocenas e na construção do Museo de Sitio de Sacaco para proteger um espécime in situ. Os trabalhos nas pedreiras Howe e Dana renderam numerosos dinossauros articulados – incluindo Camarasaurus, Stegosaurus, Allosaurus e diplodocídeos – alguns posteriormente descritos como novos táxons, por exemplo Kaatedocus siberi e Galeamopus pabsti. Esses esforços culminaram em exposições públicas no Sauriermuseum Aathal, público anual de aproximadamente 70–90 mil visitantes, mais de 50 publicações científicas resultantes e, em 2020, a doação de dez importantes espécimes da Morrison para o museu paleontológico da Universidade de Zurique. Com base nesse panorama empírico, o artigo argumenta que restrições generalizadas à coleta de fósseis correm o risco de excluir entusiastas em início de carreira e reduzir a recuperação de espécimes. Propõe que a acessibilidade para pesquisa, e não o status de propriedade, seja o principal critério para avaliar coleções, e defende uma colaboração estruturada entre colecionadores privados e instituições públicas a fim de maximizar a descoberta, a documentação e a preservação de longo prazo dos recursos fossilíferos.

**PALAVRAS-CHAVE:** coleta de fósseis; coleções privadas; Formação Morrison; Formação Green River; colaboração ciência-política.

Looking back at my career in collecting fossils from around the globe, my feelings are mixed for the future of young people who would like to enter this field. I am joyful about having been able to collect so many wonderful fossils, which otherwise would most likely still be in the field, weathering away. But I am also sorrowful about the recent trend toward banning or restricting the collecting of fossils – often encouraged by professional paleontologists themselves. In my view, such measures are counterproductive and largely prevent young fossil enthusiasts from entering this field of science, either as advanced amateurs or independent professionals. I strongly doubt that a career similar to mine would still be possible for future generations.

But let me first recount some of the highlights of my life as a fossil collector and prospector. My first significant fossil experience started in the Green River Formation of Wyoming, Utah, and Colorado. I used to travel regularly to the United States in the 1970s and 1980s to visit the various commercial fish quarries in Wyoming. There, I found

not only the familiar, eminently commercial fish fossils for sale, but also, occasionally, other fossils such as leaves, insects, crocodiles, turtles, and birds. Inspired by the great collections of the Upper Jurassic Solnhofen area, I started a collection of every kind of fossil I could get my hands on. Since, at that time, there was not much available in the way of literature, I eventually published a small book in German on the fossils of the Green River Formation.

Picture 1. Collecting Green River fossils from Wyoming.



After some years of collecting and expanding the collection with the help of a professionally trained preparator, word must have gotten around that my collection contained rare Green River specimens, especially birds. One day I received a call from the Smithsonian Institution in Washington, D.C., expressing interest in purchasing my entire collection, which they did. So, my Green River Collection ended up at a very large public institution. Some of the pieces are today on public display, and some serve as research specimens, especially the Eocene birds. During the 1970s, I developed a passion for other fossils too, this time from the White River Badlands.

Picture 2. Collecting oligocene Badlands fossils from South Dakota.



My friends from South Dakota took me out into the field, to places where they collected Oligocene turtles, oreodonts, camels, horses, rhinos, rabbits, and other fossils. There I was introduced to this fantastic, unique landscape of the Big Badlands and to the art of collecting vertebrate fossils. At that time, large parts of the South Dakota Badlands were still open to collecting. Soon another large collection grew and grew. Eventually, I was able to add some of my own finds, which I had found in corresponding rock layers in Wyoming or Nebraska. Together with specimens purchased from local collectors, I put these Oligocene fossils on display at our premises in Aathal, Switzerland. I believe this was the first time that a major collection of White River Badlands fossils was shown anywhere in Europe. This brought the attention of the University of Zurich, which eventually purchased the entire collection for its Paleo Department, where it is today on public display.

Pictures 3 and 3.1. Sibers Badlands collection exhibited at the University of Zürich.



In 1985, I lived for a year in Lima, Peru. During this time, I became aware of the immensely rich fossil deposits of the coastal Pisco Formation, containing mostly Miocene fossil whales, dolphins, sea lions, various sharks, crocodiles, birds, and other marine life.

Under a permit from the Natural History Museum of Lima, Peru, and the Peruvian Institute of Culture, I organized over a dozen field trips to the fossiliferous areas, lasting from one week to over a month at a time. All in all, I spent over a year of my life prospecting and digging in this very special place along the southern coast of Peru, a place that often looks like the Sahara Desert because of its many sand dunes.

Picture 4. The whales of the Pisco formation at the Sacaco Plains in Peru.



Part of the agreement with the Peruvian authorities was that I would build a museum structure over a well-known large fossil whale specimen situated near the Pan-American Highway, a specimen that was in danger of being lost to the heavy wind erosion of the area or to vandals. I therefore drew up plans to protect and save this spectacular whale specimen in a museum building we called the “Museo de Sitio de Sacaco,” which is situated near Kilometer 540 on the Pan-American Highway South. This museum still exists today, after surviving several earthquakes. It also contains written and graphic information regarding marine life in the Miocene age.

My part of the agreement enabled me to dig up five fossil whale specimens, which we subsequently excavated over the following seven years. Two of these whale specimens went to German museums (Stuttgart and Karlsruhe – Picture 5), and two went to Japanese museums (Gamagori and Kanagawa Prefectural Museum). A fifth whale we kept for our own museum, the Sauriermuseum Aathal, which opened its doors in 1992. Prof. Pilleri, from the Brain Institute at the University of Bern, Switzerland, published two volumes on the Cetacea from the Miocene of Peru, essentially using material found, excavated, and prepared by our group.

Picture 5. Fossil whale «Juan» now at the Natural History Museum of Karlsruhe, Germany.



After the whales from Peru, my interests shifted to dinosaurs. In 1990, I reopened a famous site, the Howe Dinosaur Quarry in North Central Wyoming (USA), where Barnum Brown of the American Museum of Natural History had excavated the remains of at least 25 medium-sized sauropods in 1934. This project kept our group busy for 14 entire years and was eminently successful.

Pictures 6. Digging dinosaurs at the Howe Quarries in Wyoming, USA.



Pictures 7, and 7.1. Kirby Siber and Ben Pabst exposing big sauropod bones at the Howe Ranch in Wyoming.



After the original historic site dug by Brown was exhausted in 1991, we located a new site on the same ranch, which yielded even better results. In short succession, we

excavated a very well-preserved *Camarasaurus* skeleton (E.T.) (Pictures 8 and 8.1), several partial diplodocid skeletons, a *Stegosaurus* (Victoria), a nearly complete *Allosaurus* (Big Al Two) (Pictures 9 and 9.1), an *Othnielosaurus* specimen (Barbara), and the rare sauropod baby (Toni), only about 2 m in size and nearly complete except for the skull. (Picture 10)

Pictures 8 and 8.1. «E.T.» - one of the most completed *Camarasaurus* ever found.



Pictures 9 and 9.1. One of the completest dinosaur skeleton ever found. *Allosaurus* «Big Al Two».



Picture 10. Rare juvenil sauropod baby named «Toni», from the Howe-Stephens Quarry, Wyoming, USA.



In 2001, we moved to a new site nearby and excavated another very complete Stegosaur (Lilly) and a new type of sauropod, which was eventually described by Emanuel Tschopp as *Galeamopus pabsti*. (Picture 11) Emanuel Tschopp and Octávio Mateus had earlier already described one of our early sauropod finds from the original Howe Quarry. They named it *Kaatedocus siberi*.

Picture 11. Siber team with *Galeamopus pabsti*.



After some difficulties arose regarding the rights to the fossils of the Howe Ranch – a former owner who had registered the fossil rights in his name and the present owner fought in court about who really owned these rights – the Siber Team moved to the Dana Quarry near Ten Sleep, Wyoming, about 80 miles south of the Howe Quarry. The Dana Quarry also lies in the Morrison Formation and yielded for our team a very large and quite complete diplodocid specimen (Arapahoe). The team also excavated, in 2003, a very well-preserved Stegosaur (Sarah/Sophie) (Picture 12), now at the British Museum in London, and obtained from the same place, the Red Canyon Ranch, a quite complete *Camptosaurus* specimen to complete its collection of Morrison dinosaurs.

Picture 12. Stegosaurus «Sarah» - one of the most completed skeleton. Now at the British Museum in London.



To date, the Sauriermuseum Aathal's collection of Morrison dinosaurs comprises ten important specimens. They are on public display and have already been the study objects of numerous scientific investigations, resulting in more than 50 publications. Around 70,000–90,000 visitors come to see these dinosaurs every year.

Picture 13. Exhibition room at Siber's Sauriermuseum Aathal in Switzerland.



In September 2020, all ten dinosaur specimens collected by the Siber Team were donated to the University of Zurich's paleontological museum.

It therefore seems absurd to me that the collection of the Sauriermuseum Aathal, which is registered as a private enterprise, is often considered a “private collection” unsuitable for serious research work, as if this collection were stashed away in a private home. It seems to me that accessibility to scientific research should be the criterion, not ownership. I think we should see what is best for paleontology.

Traditionally, collectors and advanced amateurs have contributed in numerous ways to this science.

If private collecting and state-sponsored paleontology could work together in a spirit of cooperation, it would result in a far greater number of important fossils being saved. The real work is saving all the unknown fossil treasures that are still out there somewhere on or near the surface of the earth, and that have no chance of ever being collected and studied because of the lack of adequate staff who have the means to properly collect and save them.

## ACERCA DEL ORGANIZADOR



**Ramon González Calvet** (1964) es licenciado (1986) y doctor en Química Fundamental por la Universitat de Barcelona (1993). También obtuvo el máster en Matemáticas para profesores por la Universitat Autònoma de Barcelona (1995). Ganó las oposiciones a profesor de matemáticas de secundaria (1987) y fue catedrático de secundaria (2008). Actualmente está jubilado. Ha enseñado álgebra geométrica (de Clifford) a profesores en diversas escuelas de verano, de donde surgió el *Treatise of Plane Geometry through Geometric Algebra* (2007). Durante muchos años hasta el confinamiento, también formó a graduados y

profesores interinos que querían ganar las oposiciones a profesor de matemáticas de secundaria. Sus investigaciones se centran principalmente en interfaces electrificadas, álgebra geométrica, el problema de los  $n$  cuerpos, la geometría diferencial, la mecánica celeste y los relojes de sol. Su aterrizaje en el problema de los  $n$  cuerpos fue accidental. En su etapa de estudiante en la facultad de química, se dio cuenta de que el hamiltoniano electrónico del átomo de helio no podía ser deducido de ninguna manera lógica, puesto que el problema de los tres cuerpos no tenía solución general conocida. En consecuencia, se planteó y resolvió cómo expresar la energía cinética en términos de las velocidades relativas, lo que le permitió obtener las ecuaciones del movimiento clásico de los tres y  $n$  cuerpos en términos de coordenadas y aceleraciones relativas. Después, también dedujo los hamiltonianos de los correspondientes problemas cuánticos, que era su objetivo inicial. Aplicó su hamiltoniano de los tres cuerpos al estudio de los niveles de energía vibracional del dióxido de carbono, y de la energía electrónica del átomo de helio, corrigiendo los hamiltonianos dados previamente por otros autores. Después de describir analíticamente el movimiento del sistema Sol-Tierra-Luna en una serie de tres artículos, y de estudiar la dinámica y evolución del sistema solar en una serie de cinco artículos resumidos en el primer capítulo del libro *Planets, Moons, and Beyond: Unveiling the Mysteries of the Solar System* (2026), sus últimos artículos tratan sobre el billar como modelo de la adsorción de moléculas sobre una superficie, y sobre la forma de los glóbulos rojos. Su tesis doctoral sobre termodinámica de interfases electrificadas todavía permanece inédita, aunque su contenido fue parcialmente explicado en algunos artículos.

## ÍNDICE ALFABÉTICO

### A

Análisis Comparativo 100, 111, 157

Aprendizaje 84, 85, 86, 97, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 109, 110, 112, 113, 114, 117, 118, 126, 127, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 149, 153, 156, 158, 159, 160, 161, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 172, 173, 177, 178, 180, 183, 184, 185, 186, 187, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 198, 202, 203, 205, 206, 208, 209, 212, 215, 216, 217, 219

Aprendizaje Basado en Proyectos 178, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 190, 192, 193

Aprendizaje profundo 99, 100, 101, 102, 103

### C

Calidad educativa 159, 206, 207, 208, 209, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219

Ciencias de la salud 206, 207

Coeficientes del virial 17, 23, 24, 27

Competencias 116, 118, 119, 121, 124, 128, 134, 136, 166, 176, 177, 178, 181, 183, 184, 185, 186, 187, 190, 191, 192, 206, 209, 210, 211, 212, 218

Competencias digitales 116

Competencia transversal 175, 177, 182

Contraction semigroups 1

Correlación estadística 116, 119, 121

### D

Desempeño docente percibido 138, 144, 146, 149, 155, 157, 158, 160, 161

Didáctica de la matemática 129, 134

Dinámica molecular 32, 48

Dissipative operators 1

Diversidad 129, 130, 131, 132, 134, 135, 136, 143, 162

Docencia universitaria 174, 207

DUA 129, 134

### E

Educación ambiental 184, 185, 186

Educación matemática inclusiva 129, 131, 132, 134, 135, 136

Educación superior 116, 117, 165, 175, 176, 183, 184, 185, 186, 191, 192, 206, 207, 210, 211, 213, 214, 215, 217, 218, 219

Electro-estimulador 67, 69, 70, 71, 72, 74, 76, 80  
Electroterapia 67, 69, 72, 76, 77, 78, 79, 82, 83  
Equidade educativa 129, 131  
Estatística 17, 116, 119, 121, 151, 154, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 172, 171, 173, 174  
Estudantes 116, 117, 119, 121, 122, 123, 125, 126, 127, 128, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 148, 149, 150, 151, 152, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 164, 166, 167, 168, 171, 173, 174, 175, 181, 183, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 194, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 208, 209, 210, 211, 212, 215, 216, 217, 218  
Estudantes de medicina 194, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205  
Estudios de ingeniería 175, 181  
Ética 127, 142, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182

## F

Formação profissional 186, 207  
Fossil collecting 220  
Foundation Models 99, 100, 101  
Fourier analysis 1, 16

## G

Gas de esferas blandas 17, 28  
Gas de esferas duras 17, 23, 25, 26, 30  
Gráficos Vectoriais 84, 86, 87, 88, 89, 90, 95  
Green River Formation 220, 221, 222

## H

Habilidades investigativas 116, 119, 121, 122, 123, 124, 127  
Hille-Yosida theorem 1

## I

Inteligência artificial 99, 100, 101, 102, 116, 117, 118, 119, 122, 124, 125, 127  
Inteligência Artificial Generativa 99, 100  
Interacção Humano Máquina 84  
Isoterma del billar 17

## J

Justicia social 129, 131, 133, 134, 135, 136

## L

Liderazgo 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 146, 147, 149, 150, 151, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 177, 183, 185, 186, 188, 189, 190, 191, 192

## M

Matemáticas 16, 44, 74, 90, 91, 129, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 149, 151, 152, 154, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 167, 168, 169, 173, 174

Metodologías activas 184, 185, 186, 187, 189, 192

Modelos Multimodales 100

Morrison Formation 220, 228

## N

Nanoquímica 32, 48

## O

Odd-order differential operators 1, 16

Odontología 206, 207, 208

## P

Percepción 67, 138, 140, 143, 144, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 160, 161, 162, 176, 188, 189

Periodic Sobolev spaces 1, 16

Potencial de Lennard-Jones 17, 18, 28, 29

Private collections 220

Procesamiento de Lenguaje Natural 84, 88, 107, 112

Psicología 127, 165, 166, 167, 169, 173, 174

Python 84, 85, 87, 88, 89, 91, 97

## Q

Química Ambiental 183, 184, 185, 187, 188, 189, 192

Química de materiales 32, 48

## R

Reconocimiento de voz 84, 85, 86, 87, 88, 89, 94, 95, 96, 97, 98, 101, 102, 103, 108, 110

Redes Neuronales Convolucionales 99, 100, 101, 102, 104, 106, 113

Redes Neuronales Recurrentes 99, 100, 101, 102, 103, 106, 113

Región Ica 116, 119, 122

Responsabilidad profesional 175

Revisión sistemática 163, 194, 196, 197, 218

## S

Sauriermuseum Aathal 220, 221, 225, 229, 230

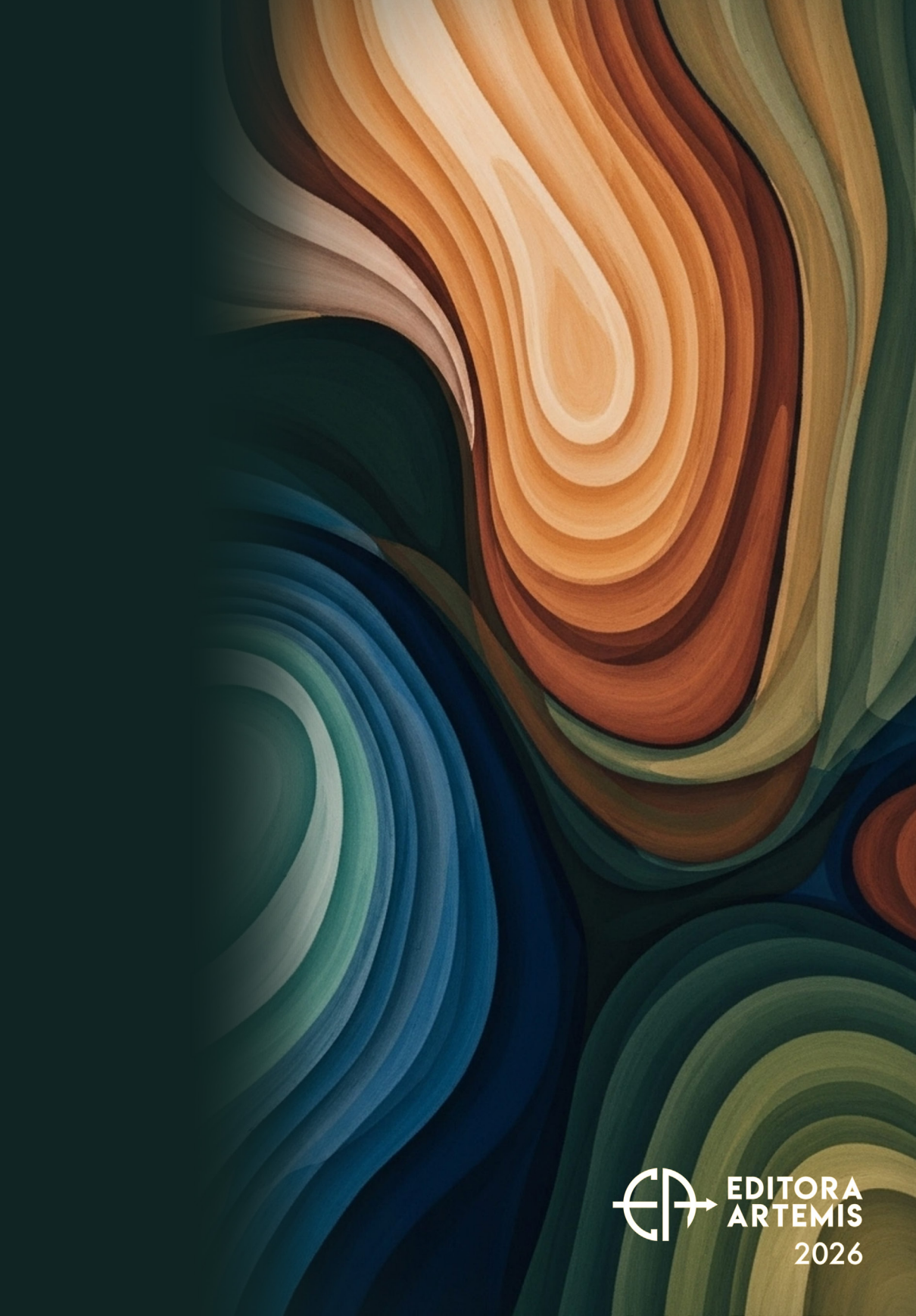
Science–policy collaboration 220

Sueño 194, 195, 196, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205

## T

TENS 66, 67, 69, 83

Transformadores 99, 100, 101, 109, 111



**EDITORA  
ARTEMIS**

**2026**