

Estudos em Ciências Exatas e da Terra

Desafios, Avanços e Possibilidades

Alireza Mohebi Ashtiani
(organizador)

VOL III



EDITORA
ARTEMIS
2025

Estudos em Ciências Exatas e da Terra

Desafios, Avanços e Possibilidades

Alireza Mohebi Ashtiani
(organizador)

VOL III



EDITORA
ARTEMIS
2025



O conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons Atribuição-Não-Comercial NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Direitos para esta edição cedidos à Editora Artemis pelos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento, desde que sejam atribuídos créditos aos autores, e sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A responsabilidade pelo conteúdo dos artigos e seus dados, em sua forma, correção e confiabilidade é exclusiva dos autores. A Editora Artemis, em seu compromisso de manter e aperfeiçoar a qualidade e confiabilidade dos trabalhos que publica, conduz a avaliação cega pelos pares de todos manuscritos publicados, com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

Editora Chefe	Prof. ^a Dr. ^a Antonella Carvalho de Oliveira
Editora Executiva	M. ^a Viviane Carvalho Mocellin
Direção de Arte	M. ^a Bruna Bejarano
Diagramação	Elisangela Abreu
Organizador	Prof. Dr. Alireza Mohebi Ashtiani
Imagem da Capa	Abstract Style Landscapes /123RF
Bibliotecário	Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Conselho Editorial

Prof.^a Dr.^a Ada Esther Portero Ricol, *Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”*, Cuba
Prof. Dr. Adalberto de Paula Paranhos, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil
Prof. Dr. Agustín Olmos Cruz, *Universidad Autónoma del Estado de México*, México
Prof.^a Dr.^a Amanda Ramalho de Freitas Brito, Universidade Federal da Paraíba, Brasil
Prof.^a Dr.^a Ana Clara Monteverde, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina
Prof.^a Dr.^a Ana Júlia Viamonte, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), Portugal
Prof. Dr. Ángel Mujica Sánchez, *Universidad Nacional del Altiplano*, Peru
Prof.^a Dr.^a Angela Ester Mallmann Centenaro, Universidade do Estado de Mato Grosso, Brasil
Prof.^a Dr.^a Begoña Blandón González, *Universidad de Sevilla*, Espanha
Prof.^a Dr.^a Carmen Pimentel, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil
Prof.^a Dr.^a Catarina Castro, Universidade Nova de Lisboa, Portugal
Prof.^a Dr.^a Cirila Cervera Delgado, *Universidad de Guanajuato*, México
Prof.^a Dr.^a Cláudia Neves, Universidade Aberta de Portugal
Prof.^a Dr.^a Cláudia Padovesi Fonseca, Universidade de Brasília-DF, Brasil
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos, Universidade Federal da Grande Dourados, Brasil
Dr. Cristo Ernesto Yáñez León – New Jersey Institute of Technology, Newark, NJ, Estados Unidos
Prof. Dr. David García-Martul, *Universidad Rey Juan Carlos de Madrid*, Espanha
Prof.^a Dr.^a Deuzimar Costa Serra, Universidade Estadual do Maranhão, Brasil
Prof.^a Dr.^a Dina Maria Martins Ferreira, Universidade Estadual do Ceará, Brasil
Prof.^a Dr.^a Edith Luévano-Hipólito, *Universidad Autónoma de Nuevo León*, México
Prof.^a Dr.^a Eduarda Maria Rocha Teles de Castro Coelho, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal
Prof. Dr. Eduardo Eugênio Spers, Universidade de São Paulo (USP), Brasil
Prof. Dr. Eloi Martins Senhoras, Universidade Federal de Roraima, Brasil
Prof.^a Dr.^a Elvira Laura Hernández Carballido, *Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo*, México



Prof.^a Dr.^a Emilas Darlene Carmen Lebus, *Universidad Nacional del Nordeste/ Universidad Tecnológica Nacional, Argentina*
 Prof.^a Dr.^a Erla Mariela Morales Morgado, *Universidad de Salamanca, Espanha*
 Prof. Dr. Ernesto Cristina, *Universidad de la República, Uruguay*
 Prof. Dr. Ernesto Ramírez-Briones, *Universidad de Guadalajara, México*
 Prof. Dr. Fernando Hitt, *Université du Québec à Montréal, Canadá*
 Prof. Dr. Gabriel Díaz Cobos, *Universitat de Barcelona, Espanha*
 Prof.^a Dr.^a Gabriela Gonçalves, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), Portugal
 Prof.^a Dr.^a Galina Gumovskaya – Higher School of Economics, Moscow, Russia
 Prof. Dr. Geoffroy Roger Pointer Malpass, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Brasil
 Prof.^a Dr.^a Gladys Esther Leoz, *Universidad Nacional de San Luis, Argentina*
 Prof.^a Dr.^a Glória Beatriz Álvarez, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*
 Prof. Dr. Gonçalo Poeta Fernandes, Instituto Politécnico da Guarda, Portugal
 Prof. Dr. Gustavo Adolfo Juarez, *Universidad Nacional de Catamarca, Argentina*
 Prof. Dr. Guillermo Julián González-Pérez, *Universidad de Guadalajara, México*
 Prof. Dr. Håkan Karlsson, *University of Gothenburg, Suécia*
 Prof.^a Dr.^a Iara Lúcia Tescarollo Dias, Universidade São Francisco, Brasil
 Prof.^a Dr.^a Isabel del Rosario Chiyon Carrasco, *Universidad de Piura, Peru*
 Prof.^a Dr.^a Isabel Yohena, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*
 Prof. Dr. Ivan Amaro, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Brasil
 Prof. Dr. Iván Ramon Sánchez Soto, *Universidad del Bío-Bío, Chile*
 Prof.^a Dr.^a Ivânia Maria Carneiro Vieira, Universidade Federal do Amazonas, Brasil
 Prof. Me. Javier Antonio Alborno, *University of Miami and Miami Dade College, Estados Unidos*
 Prof. Dr. Jesús Montero Martínez, *Universidad de Castilla - La Mancha, Espanha*
 Prof. Dr. João Manuel Pereira Ramalho Serrano, Universidade de Évora, Portugal
 Prof. Dr. Joaquim Júlio Almeida Júnior, UniFIMES - Centro Universitário de Mineiros, Brasil
 Prof. Dr. Jorge Ernesto Bartolucci, *Universidad Nacional Autónoma de México, México*
 Prof. Dr. José Cortez Godínez, Universidad Autónoma de Baja California, México
 Prof. Dr. Juan Carlos Cancino Diaz, Instituto Politécnico Nacional, México
 Prof. Dr. Juan Carlos Mosquera Feijoo, *Universidad Politécnica de Madrid, Espanha*
 Prof. Dr. Juan Diego Parra Valencia, *Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín, Colômbia*
 Prof. Dr. Juan Manuel Sánchez-Yáñez, *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México*
 Prof. Dr. Juan Porras Pulido, *Universidad Nacional Autónoma de México, México*
 Prof. Dr. Júlio César Ribeiro, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil
 Prof. Dr. Leinig Antonio Perazolli, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil
 Prof.^a Dr.^a Livia do Carmo, Universidade Federal de Goiás, Brasil
 Prof.^a Dr.^a Luciane Spanhol Bordignon, Universidade de Passo Fundo, Brasil
 Prof. Dr. Luis Fernando González Beltrán, *Universidad Nacional Autónoma de México, México*
 Prof. Dr. Luis Vicente Amador Muñoz, *Universidad Pablo de Olavide, Espanha*
 Prof.^a Dr.^a Macarena Esteban Ibáñez, *Universidad Pablo de Olavide, Espanha*
 Prof. Dr. Manuel Ramiro Rodríguez, *Universidad Santiago de Compostela, Espanha*
 Prof. Dr. Manuel Simões, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal
 Prof.^a Dr.^a Márcia de Souza Luz Freitas, Universidade Federal de Itajubá, Brasil
 Prof. Dr. Marcos Augusto de Lima Nobre, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil
 Prof. Dr. Marcos Vinicius Meiado, Universidade Federal de Sergipe, Brasil
 Prof.^a Dr.^a Mar Garrido Román, *Universidad de Granada, Espanha*
 Prof.^a Dr.^a Margarida Márcia Fernandes Lima, Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil
 Prof.^a Dr.^a María Alejandra Arecco, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*
 Prof.^a Dr.^a Maria Aparecida José de Oliveira, Universidade Federal da Bahia, Brasil
 Prof.^a Dr.^a Maria Carmen Pastor, *Universitat Jaume I, Espanha*
 Prof.^a Dr.^a Maria da Luz Vale Dias – Universidade de Coimbra, Portugal

Prof.ª Dr.ª Maria do Céu Caetano, Universidade Nova de Lisboa, Portugal
 Prof.ª Dr.ª Maria do Socorro Saraiva Pinheiro, Universidade Federal do Maranhão, Brasil
 Prof.ª Dr.ª MªGraça Pereira, Universidade do Minho, Portugal
 Prof.ª Dr.ª Maria Gracinda Carvalho Teixeira, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil
 Prof.ª Dr.ª María Guadalupe Vega-López, *Universidad de Guadalajara, México*
 Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Pato, Instituto Politécnico de Viseu, Portugal
 Prof.ª Dr.ª Maritza González Moreno, *Universidad Tecnológica de La Habana, Cuba*
 Prof.ª Dr.ª Mauriceia Silva de Paula Vieira, Universidade Federal de Lavras, Brasil
 Prof. Dr. Melchor Gómez Pérez, Universidad del País Vasco, Espanha
 Prof.ª Dr.ª Ninfa María Rosas-García, Centro de Biotecnología Genómica-Instituto Politécnico Nacional, México
 Prof.ª Dr.ª Odara Horta Boscolo, Universidade Federal Fluminense, Brasil
 Prof. Dr. Osbaldo Turpo-Gebera, *Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Peru*
 Prof.ª Dr.ª Patrícia Vasconcelos Almeida, Universidade Federal de Lavras, Brasil
 Prof.ª Dr.ª Paula Arcoverde Cavalcanti, Universidade do Estado da Bahia, Brasil
 Prof. Dr. Rodrigo Marques de Almeida Guerra, Universidade Federal do Pará, Brasil
 Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares, Universidade Federal do Piauí, Brasil
 Prof. Dr. Sergio Bitencourt Araújo Barros, Universidade Federal do Piauí, Brasil
 Prof. Dr. Sérgio Luiz do Amaral Moretti, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil
 Prof.ª Dr.ª Silvia Inés del Valle Navarro, *Universidad Nacional de Catamarca, Argentina*
 Prof.ª Dr.ª Solange Kazumi Sakata, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN)- USP, Brasil
 Prof.ª Dr.ª Stanislava Kashtanova, *Saint Petersburg State University, Russia*
 Prof.ª Dr.ª Susana Álvarez Otero – Universidad de Oviedo, Espanha
 Prof.ª Dr.ª Teresa Cardoso, Universidade Aberta de Portugal
 Prof.ª Dr.ª Teresa Monteiro Seixas, Universidade do Porto, Portugal
 Prof. Dr. Valter Machado da Fonseca, Universidade Federal de Viçosa, Brasil
 Prof.ª Dr.ª Vanessa Bordin Viera, Universidade Federal de Campina Grande, Brasil
 Prof.ª Dr.ª Vera Lúcia Vasilévski dos Santos Araújo, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil
 Prof. Dr. Wilson Noé Garcés Aguilar, *Corporación Universitaria Autónoma del Cauca, Colômbia*
 Prof. Dr. Xosé Somoza Medina, *Universidad de León, Espanha*

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) **(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

E82 Estudos em Ciências Exatas e da Terra: Desafios, Avanços e Possibilidades III / Organizador Alireza Mohebi Ashtiani. – Curitiba, PR: Artemis, 2025.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

Edição bilíngue

ISBN 978-65-81701-75-8

DOI 10.37572/EdArt_101225758

1. Ciências exatas e da terra – Pesquisa – Brasil. I. Ashtiani, Alireza Mohebi.

CDD 509

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422



PRÓLOGO

O volume III de **Estudos em Ciências Exatas e da Terra: Desafios, Avanços e Possibilidades** reúne um conjunto plural de pesquisas que refletem a vitalidade, a complexidade e o caráter interdisciplinar das ciências contemporâneas. Os dez capítulos aqui apresentados, provenientes de diversos países e contextos institucionais, oferecem um panorama abrangente dos desafios científicos atuais e das soluções inovadoras que emergem do diálogo entre matemática, física, química, engenharia, geociências, sustentabilidade ambiental e desenvolvimento territorial, reafirmando a amplitude teórica e aplicada dessas áreas.

Para favorecer a leitura e destacar as afinidades conceituais entre os temas, a obra foi organizada em três eixos temáticos que evidenciam os diferentes modos pelos quais o conhecimento científico se articula com problemas reais e necessidades sociais urgentes, propondo uma aproximação integradora e contemporânea das Ciências Exatas e da Terra.

1. Modelagem Matemática, Simulação, Processos Físicos e Engenharia Aplicada

O primeiro eixo reúne estudos orientados pela lógica da modelagem, da caracterização de materiais e da investigação de sistemas físico-químicos complexos. Aqui, a matemática desempenha um papel central, seja na descrição do crescimento populacional, na interpretação de curvas de relações molares ou na análise termoestrutural de concretos refratários usados na indústria siderúrgica. A ênfase comum está na busca por métodos rigorosos de análise, na construção de modelos interpretativos e na compreensão dos comportamentos materiais sob diferentes condições. Esses capítulos mostram como a formulação matemática e a experimentação se complementam, de forma decisiva, na explicação de fenômenos fundamentais para a ciência e a engenharia, evidenciando a potência dos métodos quantitativos na resolução de problemas complexos.

2. Sustentabilidade, Meio Ambiente, Tecnologias de Remediação e Ecodesign

O segundo eixo destaca pesquisas alinhadas aos desafios ambientais contemporâneos, trazendo propostas inovadoras para o desenvolvimento de tecnologias limpas, novos materiais sustentáveis e soluções de remediação ecológica. Os capítulos abordam desde práticas de eco design em produtos plásticos, passando pela criação de adsorventes de origem agroindustrial, até aplicações de biomassa vegetal para remoção de contaminantes e estratégias que ampliam o desempenho energético de sistemas fotovoltaicos, articulando ciência de materiais e preocupações ambientais. O núcleo

unificador deste eixo é o compromisso com a sustentabilidade, com a valorização de resíduos, com a mitigação de impactos ambientais e com a promoção de alternativas tecnológicas responsáveis e acessíveis que dialogam diretamente com demandas sociais emergentes.

3. Território, Geociências e Desenvolvimento Agrário-Industrial

O terceiro eixo aborda temas relacionados à organização do espaço, à história das indústrias de base e às dinâmicas socioeconômicas ligadas ao uso da terra. Os capítulos discutem a trajetória de figuras marcantes das geociências, analisam políticas e práticas de consolidação fundiária em escala nacional e refletem sobre as transformações industriais que moldam setores-chave como o agrícola e o petrolífero. Ao articular perspectivas históricas, econômicas e territoriais, este eixo evidencia como as ciências exatas e da terra também se expressam na compreensão dos processos sociais e produtivos que estruturam países e regiões, demonstrando que a pesquisa científica contribui igualmente para interpretações críticas sobre o desenvolvimento nacional.

A estrutura temática proposta pretende, portanto, facilitar a leitura e realçar o alcance multidisciplinar das pesquisas reunidas. Cada eixo demonstra, a seu modo, como o rigor científico pode contribuir para o entendimento de problemas concretos e para o desenvolvimento de soluções inovadoras, sejam elas de caráter teórico, tecnológico ou socioambiental, reforçando o papel estratégico da ciência na construção de futuros possíveis.

Esperamos que esta obra inspire pesquisadores, estudantes e profissionais a aprofundar o diálogo entre diferentes áreas do conhecimento e a reconhecer, na diversidade temática aqui apresentada, novas possibilidades de investigação e ação.

Desejo a todos uma excelente leitura!

Alireza Mohebi Ashtiani

SUMÁRIO

MODELAGEM MATEMÁTICA, SIMULAÇÃO, PROCESSOS FÍSICOS E ENGENHARIA APLICADA

CAPÍTULO 1.....1

THERMOSTRUCTURAL BEHAVIOR OF A REFRACTORY CONCRETE FOR LADLE FURNACE

Edgardo Benavidez

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1012257581

CAPÍTULO 2.....17

HOJAS DE CÁLCULO PARA PREDECIR CURVAS DE RELACIONES MOLARES EN SISTEMAS DONDE SE FORMAN COMPLEJOS DE INCLUSIÓN ENTRE FÁRMACOS (FAR) Y CICLODEXTRINAS (CD)

Alberto Rojas-Hernández

Daniel Alejandro Ramos-Hernández

Linda Alzucena Luna-Ortega

Lucero Hernández-García

María Teresa Ramírez-Silva

Jorge Martínez-Guerra

Manuel Eduardo Palomar-Pardavé

Giaan Arturo Álvarez-Romero

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1012257582

CAPÍTULO 3..... 33

MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO APLICADAS À DINÂMICA DE FILAS EM SERVIÇOS

Alireza Mohebi Ashtiani

Tatielen Demarchi

Pedro Henrique Rodrigues Petrelli

Rebeca Mitiko Ito Faria

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1012257583

CAPÍTULO 4.....47

MATHEMATICAL METHODS IN POPULATION DYNAMICS

Alberto Gutiérrez Borda

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1012257584

SUSTENTABILIDADE, MEIO AMBIENTE, TECNOLOGIAS DE REMEDIAÇÃO E
ECODESIGN

CAPÍTULO 5..... 56

REMOCIÓN DE CROMO (VI) EN SOLUCIÓN ACUOSA POR LA BIOMASA DE LA
CASCARA DE SEMILLA DE GIRASOL (*Helianthus annuus*)

Pedro Pablo Zapata Hernández

Claudia M. Martínez Rodríguez

Adriana Rodríguez Pérez

Juan Fernando Cárdenas González

Víctor Manuel Martínez Juárez

Ismael Acosta Rodríguez

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1012257585

CAPÍTULO 6.....67

DE RESIDUO AGROINDUSTRIAL A SOLUCIÓN AMBIENTAL: DISEÑO DE
ADSORBENTES CATIÓNICOS SUSTENTABLES A PARTIR DE SUBPRODUCTOS DE
LA SOJA

Malena Castagnino Schirmer

Nerina Meglio

Gonzalo Benedetti

Fernando Ariel Bertoni

Enrique David Victor Giordano

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1012257586

CAPÍTULO 7.....72

ENFRIAMIENTO DE PANEL FOTOVOLTAICO PARA AUMENTAR SU DESEMPEÑO
ELÉCTRICO

Vicente Flores Lara

Jorge Bedolla Hernández

Carlos Alberto Mora Santos

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1012257587

CAPÍTULO 8..... 81

ECODESIGN: SHAPING A SUSTAINABLE FUTURE WITH PLASTIC PRODUCTS

Ana Barroso

André Gomes

Bruno Sousa

Ângelo Marques

Rui Oliveira

Filipa Carneiro

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1012257588

TERRITÓRIO, GEOCIÊNCIAS E DESENVOLVIMENTO AGRÁRIO-INDUSTRIAL

CAPÍTULO 9..... 98

EL DR. BRACACCINI, SU PASO POR YPF (1932-1955)

Ricardo Juan Calegari

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1012257589

CAPÍTULO 10..... 109

DEVELOPMENT OF AGRICULTURAL LAND CONSOLIDATION IN RUSSIA ON THE
PLATFORM OF LAND MARKET

Alexander Sagaydak

Anna Sagaydak

 https://doi.org/10.37572/EdArt_10122575810

SOBRE O ORGANIZADOR..... 120

ÍNDICE REMISSIVO 121

CAPÍTULO 4

MATHEMATICAL METHODS IN POPULATION DYNAMICS

Data de submissão: 03/11/2025

Data de aceite: 20/11/2025

Alberto Gutiérrez Borda

Faculty of Sciences, National University of
San Luis Gonzaga – Ica, Perú
<https://orcid.org/0000-0001-6260-2419>

ABSTRACT: Without a doubt, the study in mathematical modeling is current, it is of vital importance in ecological studies, naturally some arise in population dynamics, highlighting the role of mathematical analysis that allows optimizing decision making in a certain behavior. The main objective is the study of the logistic model, to give way to the classic model of the Lotka -Volterra type without diffusion. At the end, an analysis of the model case with diffusion is made, and much attention is paid to linear and nonlinear models. Algorithmic results make sense to explain natural phenomena, growth that can be: a cell, an organ, a human being, a plant or a population, better if it is a fundamental problem of biology.

KEYWORDS: population dynamics; model without dissemination; diffusion model.

1. INTRODUCTION

Mathematics is useful in the study of certain phenomena that exhibit important characteristics. Linear and nonlinear models exist, and their study is currently relevant in the scientific community. To describe nonlinear models, one must understand how linear models operate and function; since they are not exact, approximations are made for the most part. In general, for unpredictable results, theories are not definitive, which allows for the refinement of theories and sustained work on the experimental aspect. The fact is that nonlinear models explain a greater number of phenomena.

A concern about the subject is evident in the work of the Belgian demographer Verhulst (1845), using data on the North American population from 1870 to 1840 to predict its population up to the year 1930; his hypothesis was that it would continue to satisfy the logistic equation.

Another important theoretical reference is found in the study by marine

biologist Umberto D'Ancona, (Israel, et al., 2002; Margalef, 1998), in relation to the variations of fish populations, their growth was associated with competition for food.

A fundamental problem in biology is growth: cell, organ, plant, human, population. For this essential case, we have the differential equation.

$$\frac{dx(t)}{dt} = kx(t) \quad (1)$$

the general solution of (1) is

$$P(t) = ce^{kt} \quad (2)$$

where it behaves as a positive constant (Malthus, 1998). It can be deduced that growth occurs if $k > 0$, while decay occurs for $k < 0$. A flaw observed in equation (1) and the associated solution (2) is that when $k > 0$, then it turns out that $x \rightarrow \infty$ when $t \rightarrow \infty$, as time passes, growth is unlimited, which is in conflict with reality, especially if we consider that after a certain time a cell stops growing, just like a human being, having reached a maximum size.

The function $P(t)$ follows an unbounded exponential growth pattern. In most cases, this differential equation provides an unrealistic model of population growth, thus generating controversy between what is predicted and what is observed.

To make changes, one can cite the Belgian mathematician and biologist P.F. Verhulst, who around 1840 was interested in mathematical formulations to predict the populations of several countries; this equation is

$$\frac{dP(t)}{dt} = P(t)(k - bP(t)) \quad (3)$$

where the initial condition is $P(0) = P_0$, that is, an initial population P_0 at an initial time $t=0$, and where k and b are positive constants. Later, equation (3) became known as the *logistic equation*, whose solution is called *the logistic function*, and therefore its graph is also a *logistic curve*. It turns out that when the population is very large, equation (3) does not provide a very accurate result regarding population growth.

An exhaustive analysis of this equation, for $k > 0$, where k represents a constant average birth rate, when the average death rate is assumed, at any given instant, to be proportional to the population $P(t)$, then, if $\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt}$ is the growth rate per individual in a population (Boyce and DiPrima, 2005), we have

$$\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt} = (\text{tasa media de natalidad}) - (\text{tasa media de mortalidad})$$

$$\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt} = k - bP(t) \quad (4)$$

In this case b , a positive constant of proportionality is considered, where multiplying (4) by $P(t)$ yields equation (3), (Gutiérrez, 2019). On the other hand, if equation (4) is written as $\frac{dP(t)}{dt} = kP(t) - bP^2(t)$, the term $-bP^2(t)$ with $b > 0$ is interpreted as an inhibition or competition term. How is it k with respect to b ? The question remains open.

2. ESTIMATION EQUATION

First, we want to show that the solution of (4) is bounded when $t \rightarrow \infty$. The equation is nonlinear, but separable $\frac{dP}{kP - bP^2} = dt$, $P(0) = P_0$, it is solvable see (Gutiérrez, 2019; Scudo, 1971)

$$P(t) = \frac{kP_0}{bP_0 + (k - bP_0)e^{-kt}} \quad (5)$$

in equation (5), given that time can elapse without limit, when $t \rightarrow \infty$, being $k > 0$, we obtain

$$P_{\max} = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{kP_0}{bP_0 + (k - bP_0)e^{-kt}} \right], \text{ from which}$$

$$P_{\max} = \frac{k}{b} \quad (6)$$

Result (6) confirms that a growth limit occurs $P(t)$, as biological facts dictate, and further underscores the validity of this mathematical model. To analyze result (5), it would be useful to assign two times to $P(t)$, let these times be $t = 1$ and $t = 2$, with some unit of time, resulting in the populations P_1 and P_2 respectively. Using equation, we obtain, for $t = 1$

$$P_1 = \frac{\frac{k}{b}}{1 + \left(\frac{\frac{k}{b}}{P_0} - 1 \right) e^{-k}} \quad (a)$$

of (a)

$$\frac{k}{b}(1 - e^{-k}) = \frac{1}{P_1} - \frac{e^{-k}}{P_0} \quad (b)$$

Similarly, when $t = 2$, one has

$$P_2 = \frac{\frac{k}{b}}{1 + \left(\frac{\frac{k}{b}}{P_0} - 1 \right) e^{-2k}} \quad (c)$$

of (c),

$$\frac{k}{b}(1 - e^{-2k}) = \frac{1}{P_2} - \frac{e^{-2k}}{P_0} \quad (d)$$

Clearly the idea is to obtain $\frac{k}{b}$ and that depend on P_0 , P_2 and P_2 , we proceed from (b) and (c) to divide each member respectively. $1 + e^{-k} = \frac{P_1(P_0 - P_2e^{-2k})}{P_2(P_0 - P_1e^{-k})}$ Thus, it turns out

$$e^{-k} = \frac{P_0(P_2 - P_1)}{P_2(P_1 - P_0)} \quad (7)$$

Substituting equation (7) into result (b), we get

$$\frac{k}{b} = \frac{P_1^2 - P_0P_2}{P_1(P_0P_1 - 2P_0P_2 + P_1P_2)} \quad (8)$$

Thus, the maximum population is a limit value of $P(t)$, and depends on P_0 , P_1 and P_2 , that is $P(t)_{\max} = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \frac{k}{b} = \frac{P_1^2 - P_0P_2}{P_1(P_0P_1 - 2P_0P_2 + P_1P_2)}$.

3. MODEL WITHOUT DISSEMINATION

A model is established that is based on the following assumptions:

- (a) A fish population is divided into two mutually exclusive classes: on one side, the *predators* (selachians) and on the other, the *prey*, with $u(t)$ y being $v(t)$ the number of fish of each class at time t .
- (b) During the growth of each of the classes, only the number of their respective individuals and the number of contacts per unit of time between the two species are involved.

The objective is to determine the growth of predators, which is affected proportionally and negatively by their number (due to food scarcity) and proportionally and positively by the number of prey. Conversely, prey growth is affected proportionally and positively by their number (reproductive effect) and proportionally and negatively by the number of contacts. Considering the absence of fishing intensity and based on the interpretation of the derivative (Edwards and Penney, 2009), Vito Volterra proposed the model

$$\begin{aligned} \frac{du(t)}{dt} &= u(t)(m - nv(t)) \\ \frac{dv(t)}{dt} &= v(t)(-p + qu(t)) \end{aligned} \quad (9)$$

In equation (9), indicates time, while m, n, p and are positive constants that explain the indicated proportionalities; that is, these constants affect the growth of the species positively or negatively. It turns out that this same model was proposed by Lotka for some problems involving concentrations and chemical reactions (Lotka, 1925). Therefore, system (9) is also called the *Lotka -Volterra model*.

3.1. MODEL ANALYSIS

Equation (19) is a system of first-order ordinary differential equations. According to the provided data, it presents different types of solutions where the initial condition is fundamental. $(u(0), v(0)) = (u_0, v_0)$ A biological interpretation of this system is facilitated, with primary interest being the solutions that $u(t), v(t)$ are both positive, regardless of the initial condition $t \geq 0$. With these limitations, the following solutions are distinguished:

- (i) Equilibrium solutions. Those that change over time. We have when $u_0=0, v_0=0$, then $u(t)=0, v(t)=0$, that is, is the zero solution. For the case where $u_0 = \frac{p}{q}$, $v_0 = \frac{m}{n}$, the solution is also constant.

- (ii) Semi-trivial solutions. This is when the species has no individuals. In this case, one could have,

$$\text{Yes } u_0=u_0, v_0=0 \text{ with } u_0 > 0 \text{ this system it turns out } \begin{aligned} \frac{du(t)}{dt} &= mu(t) \text{ (s)} \\ \frac{dv(t)}{dt} &= 0 \end{aligned}$$

In this case (s) is a separable equation whose solution is written as $u(t)=ce^{mt}$, if $u_0=u_0$, then $c=u_0$, therefore $u(t)=u_0 e^{mt}$. For $v(t)=c_1$ with $v_0=0$ results $c_1=0$, therefore $v(t)=0$. Therefore, the only solution is $(u(t), v(t)) = (u_0 e^{mt}, 0)$. If $(u_0, v_0) = (0, v_0)$ with $v_0=0$, produces the system $\frac{du}{dt} = 0, \frac{dv(t)}{dt} = -pv(t)$. Therefore, the solution is $(u(t), v(t)) = (0, v_0 e^{-pt})$.

- (iii) State of non-trivial coexistence. This occurs when both components are non-trivial and positive. In this case, in system (12), if the initial condition satisfies $u_0 > 0, v_0 > 0$, then the unique resulting solution $(u(t), v(t))$ satisfies $u(t) > 0, v(t) > 0, \forall t > 0$, and the set of points of the form $\{(u(t), v(t))/t \geq 0\}$

It is a closed curve in $\mathbb{R}^2$, this implies that the solution is periodic.

Specifically, if $(u(t), v(t))$ it is a coexistence state for (9), then by applying the inverse function theorem, it follows $\frac{dv}{du} = \frac{v(-p + qu)}{u(m - nv)}$ that, being an equation of separable variables, the solution is given by $\ln(|v|^m |u|^n) = nv + qu + c$, which exponentiating and making it $c_1 = e^c$ results,

$$v^m u^p = c_1 e^{nv} e^{qu} \quad (10)$$

for some constant c_1 . It is shown that the curve of equation (13) is closed at $\mathbb{R}^2$ (Lee, 1967).

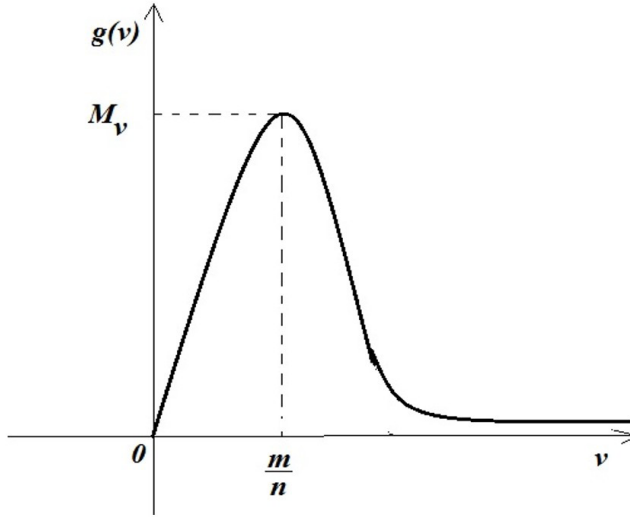
Lemma 1. For $u > 0, v > 0$ the equation given in (13) describes a closed curve.

Proof . Given $u > 0, v > 0$, let us consider the functions $f(u) = \frac{u^p}{e^{qu}}, g(v) = \frac{v^m}{e^{nv}}$,

The behavior of these functions is determined. It is observed that $g(0)=0, g(\infty)=0$ since it is positive, it is $v > 0$ observed that the function has a critical point and reaches a maximum value at. $g(v)$ Differentiating the function $g, \frac{dg(v)}{dv} = \frac{v^{m-1}(m-nv)}{e^{nv}}$ by doing $\frac{dg(v)}{dv} = 0, e^{nv} > 0$ we obtain that $v = \frac{m}{n}$, so $g(v)$ it has a critical point and reaches a maximum value at $g\left(\frac{m}{n}\right) = \frac{\left(\frac{m}{n}\right)^m}{e^m} = M_v$.

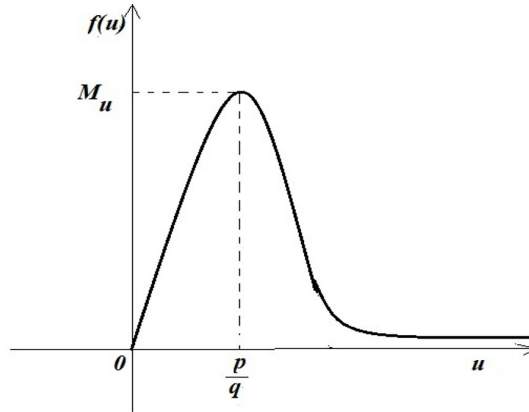
It can be seen that the graph is a curve with an extreme maximum and asymptotic to the X-axis, as shown in Figure 1.

Figure 1. Graph of $g(v)=v^n e^{mv}$.



For the function $f(u)$, we proceed similarly. We observe that $f(0)=0, f(\infty)=0$, since it is $u > 0$ and $e^{qu} > 0$ we have that it $f(u)$ is positive. Differentiating the function $f, \frac{df(u)}{du} = \frac{u^{q-1}(p-qu)}{e^{qu}}$, by doing $\frac{df(u)}{du} = 0$, we obtain that $u = \frac{p}{q}$, so $f(u)$ it has a critical point and reaches a maximum value at $f\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{\left(\frac{p}{q}\right)^p}{e^p} = M_u$, the graph is a curve with an extremum a maximum and asymptotic with the horizontal axis, as shown in figure 2.

Figure 2. Graph of $f(u)=u^p e^{qu}$.

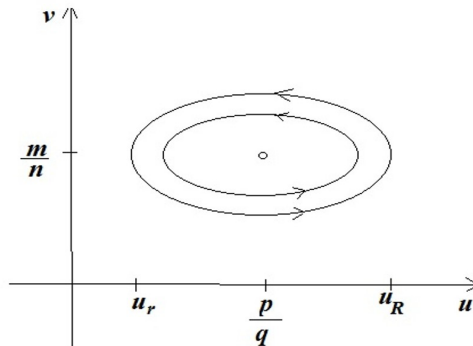


Therefore, according to the previous analysis, it is concluded that equation (9) does not admit solutions $u > 0, v > 0$ for some constant $c_1 > M_u M_v$, and for $c_1 = M_u M_v$ has the solution $u = \frac{p}{q}, v = \frac{m}{n}$. Then, it would only be necessary to consider the case when $c_1 = \delta M_v$, where δ is a positive number and $\delta < M_u$. It can be observed that the equation $\delta = \frac{u^p}{e^{qu}}$ admits one solution $u = u_r < \frac{p}{q}$ and another solution $u = u_R > \frac{p}{q}$. Therefore, the equation

$g(v) = \frac{v^m}{e^{-nv}} = \left(\frac{\delta}{u^p e^{-qu}} \right) M_v$, has no solution and if u is less than u_r , or greater than u_R . If $u = u_r$ or $u = u_R$ results only in the solution $v = \frac{m}{n}$, while for each u between u_r and u_R has two solutions $v_1(u)$ and $v_2(u)$. In this case, the lesser solution $v_1(u)$ is always less than $\frac{m}{n}$ and the greater solution $v_2(u)$ is always greater than $\frac{m}{n}$. When tends to u_r or u_R , then both $v_1(u)$ and $v_2(u)$ tend to $\frac{m}{n}$, (Blat, 1984; Logan, 1987).

Therefore, the curves defined by (10) are closed for u and v positive, and take the form as shown in Figure 3.

Figure 3. Orbit of (12) for u, v positives.



Lemma 2. Let be $(u(t), v(t))$ any coexistence state of (9), with period $T > 0$, then its average values are $\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$, $\bar{v} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt$, that is $\bar{u} = \frac{p}{q}$, $\bar{v} = \frac{m}{n}$.

Proof. This lemma specifies that the average values of $u(t)$ y $v(t)$ are the equilibrium values. From equation (12), we have

$$\frac{du(t)}{dt} = mu(t) - nu(t)v(t) \text{ and } \frac{1}{u} \frac{du(t)}{dt} = m - nv(t) \quad (d)$$

so that, in (d) integrating both sides $\frac{1}{T} \int_0^T \frac{u'(t)}{u(t)} dt = \frac{1}{T} \int_0^T (m - nv(t)) dt$, We have $\frac{1}{T} (Lnu(T) - Lnu(0)) = \frac{1}{T} \int_0^T m dt - \frac{n}{T} \int_0^T v(t) dt$, but since $u(T)=u(0)$, it turns out $0 = m - \frac{n}{T} \int_0^T v(t) dt$, that is, $\frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = \frac{m}{n}$. Therefore, $\bar{v} = \frac{m}{n}$. Similarly, from equation (9),

we have $\frac{dv(t)}{dt} = -pv(t) + qu(t)v(t)$ and $\frac{1}{v} \frac{dv(t)}{dt} = -p + qu(t)$ (m) so that in (m) integrating into both sides $\frac{1}{T} \int_0^T \frac{v'(t)}{v(t)} dt = \frac{1}{T} \int_0^T (-p + qu(t)) dt$

We have $\frac{1}{T} (Lnv(T) - Lnv(0)) = \frac{1}{T} \int_0^T p dt - \frac{q}{T} \int_0^T u(t) dt$, but since $v(T)=v(0)$, it turns out $0 = -p - \frac{q}{T} \int_0^T u(t) dt$, that is, $\frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{p}{q}$. Therefore, $\bar{u} = \frac{p}{q}$.

The analysis shows that even when it is not possible to obtain it $(u(t), v(t))$ explicitly, it is possible to calculate it $(\bar{u}, \bar{v})$, resulting in the fact that, regardless of the chosen coexistence state, it is always the case $(\bar{u}, \bar{v}) = \left(\frac{p}{q}, \frac{m}{n}\right)$.

4. CONCLUSIONS

We can observe that model (9) does not account for how fishing intensity might affect the growth of a species. To address this, the following hypothesis is proposed: “the fishing intensity of a species u is directly proportional to the total population over time t and negatively impacts its growth.” This occurs similarly for the species v . Therefore, the new, corrected model is written

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= u(t)(m - nv(t)) - \varepsilon u(t) \\ \frac{dv}{dt} &= v(t)(-p + qu(t)) - \varepsilon v(t) \end{aligned} \quad (11)$$

where $\varepsilon > 0$ indicates the fishing intensity. The system given in (11) is the same as system (9), provided that $m < \varepsilon$, that is, $\frac{du}{dt} = u(t)(m - \varepsilon - nv(t))$ and $\frac{dv}{dt} = v(t)(-p - \varepsilon + qu(t))$; however, it must be specified that fishing reduces the population of edible fish at a rate $\varepsilon u(t)$, in the

same way as the sharks, at a rate $\varepsilon v(t)$. It can be deduced that the constant ε indicates the fishing intensity. Therefore, the average values of the corresponding solutions are $\bar{u} = \frac{p + \varepsilon}{q}$, $\bar{v} = \frac{m - \varepsilon}{n}$.

Finally, the decrease in the intensity of fishing; that is, decreasing it ε , causes a decrease in prey u and an increase in predators v ; this result corresponds to the Volterra principle (Volterra, 1931).

REFERENCES

- Boyce W. and DiPrima R. (2005), *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. Edit. Wiley.
- Blat, J. and Brown, K. J. (1984). *Bifurcation of steady-state solutions in predator prey and competition systems*. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh.
- Gutierrez B., Alberto. (2019). *Ecuaciones diferenciales ordinarias I*. Ica: Editorial Gráfica Señor de Luren.
- Edwards, C. Henry y Penney, David E. (2009), *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*, México: Pearson Education.
- Israel, G. and Gasca, A. M. (2002). *Letters between Umberto D'Ancona and Vito Volterra*. In the Numbers (pp. 130-200). Birkhauser Basel.
- Lee, E. B. and Markus, L. (1967). *Foundations of optimal control theory*. New York, Wiley-Interscience.
- Logan, J. D. (1987). *Applied Mathematics, a Contemporary Approach*. New York, Wiley-Interscience.
- Lotka, A. J. (1925). *Elements of Physical Biology*. USA, Williams and Wilkins.
- Malthus, T. R. (1998). *Ensayo sobre el principio de la población*, México, FCE.
- Margalef, R. (1998), *Ecología*, Madrid, Ediciones Omega.
- Scudo, F. M. (1971). *Vito Volterra and theoretical ecology*. Theoretical Population Biology, 2(1), 1-23.
- Volterra, V. (1931). *Lecons sur la Théorie Mathématique de la lutte pour la vie*. USA, Editorial Gauthier-Villars.

SOBRE O ORGANIZADOR

Alireza Mohebi Ashtiani possui graduação em bacharelado em Matemática, Matemática Aplicada, pela Amirkabir University of Technology (Polytechnic of Tehran), Teerã/Irã (2003), mestrado em Matemática Aplicada pelo Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan/Irã (2005) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) na área de Automação (2012). Foi bolsista de Pós-doutorado Júnior do CNPq no Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC/UNICAMP) e bolsista de Pós-doutorado da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) na Faculdade de Ciências Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas (FCA/UNICAMP). Desde 2013 é docente vinculado ao Departamento Acadêmico de Matemática do Campus Londrina da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), e atualmente, docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UTFPR, Campus Cornélio Procopio.

Alireza Mohebi Ashtiani

<http://lattes.cnpq.br/5025709771742662>

ÍNDICE REMISSIVO

A

Adsorción 58, 59, 61, 63, 64, 65, 67, 68, 70, 71
Agricultural land 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119
Agricultural land consolidation 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 118, 119
Agricultural land market 109, 110, 113, 116, 118, 119
Aguas residuales 57, 63, 64
Alumina 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16
Alumno-geólogo 98, 108

B

Biomasa 56, 57, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 69, 70
Biomimicry 81, 85, 96
Biorremediación 57, 62, 64, 68
Biorremediación química 68

C

Cascarilla de soja 67, 68, 69
Celulosa microcristalina 67, 68, 70, 71
Ciclodextrinas 17, 18, 19, 23, 28
Colorantes textiles 68
Cromo (VI) 56, 57, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66
Curcumina 18, 23, 24, 25, 26, 27, 28

D

Desempeño 72, 73, 74, 76, 79, 99, 100, 101, 102, 106
Diclofenaco 18, 28, 29, 30, 32
Diffusion model 47
Dilatometry 1, 4, 5, 7, 12, 13, 14, 15

E

Ecodesign 81, 82, 83, 85, 86, 93, 94, 95, 96, 97
Education 32, 55, 81, 85, 95, 97
Eléctrico 72, 73, 74, 76, 77, 78, 79
Enfriamiento 72, 74, 75, 76, 77, 78, 79

F

Filas 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 45, 46

Fotovoltaico 72, 74, 79

G

Geología 98, 100, 101, 102, 104, 105, 108

Geología estructural 98, 102

Girasol 56, 57, 59, 60, 64, 65

H

Hojas de cálculo 17, 18, 22

L

Land rent determinism 109, 113, 118

Legado 98, 99, 106

M

Método de relaciones molares 18, 24, 25, 26, 30, 31

Modelagem 33, 35, 38, 40, 46

Model without dissemination 47, 50

O

Oryol region 109, 115, 116, 117, 119

P

Panel 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79

Plastic 81, 90, 91, 92, 93, 95, 97

Population dynamics 47

R

Refractory 1, 2, 3, 4, 12, 13, 15, 16

Russia 109, 110, 113, 114, 115, 117, 118

S

Simulação 33, 35, 38, 40, 41, 43, 44, 45, 46

Síntesis one-pot 68

Sistemas 17, 18, 19, 21, 22, 23, 26, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 46, 58, 73

Spinel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16

Sustainability 81, 83, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 93, 94, 95, 97, 113, 118

X

XRD 1, 5, 9, 67, 68, 69

Y

YPF 98, 99, 100, 102, 103, 105, 106, 107, 108

