

CIÊNCIAS SOCIALMENTE APLICÁVEIS:

INTEGRANDO SABERES E
ABRINDO CAMINHOS

JORGE JOSÉ MARTINS RODRIGUES
MARIA AMÉLIA MARQUES

(Organizadores)

VOL VIII



EDITORA
ARTEMIS

2023

CIÊNCIAS SOCIALMENTE APLICÁVEIS:

INTEGRANDO SABERES E
ABRINDO CAMINHOS

JORGE JOSÉ MARTINS RODRIGUES
MARIA AMÉLIA MARQUES
(Organizadores)

VOL VIII



EDITORA
ARTEMIS

2023



O conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons Atribuição-Não-Comercial NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Direitos para esta edição cedidos à Editora Artemis pelos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento, desde que sejam atribuídos créditos aos autores, e sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A responsabilidade pelo conteúdo dos artigos e seus dados, em sua forma, correção e confiabilidade é exclusiva dos autores. A Editora Artemis, em seu compromisso de manter e aperfeiçoar a qualidade e confiabilidade dos trabalhos que publica, conduz a avaliação cega pelos pares de todos manuscritos publicados, com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

Editora Chefe	Prof. ^a Dr. ^a Antonella Carvalho de Oliveira
Editora Executiva	M. ^a Viviane Carvalho Mocellin
Direção de Arte	M. ^a Bruna Bejarano
Diagramação	Elisangela Abreu
Organizadores	Prof. Dr. Jorge José Martins Rodrigues Prof. ^a Dr. ^a Maria Amélia Marques
Imagem da Capa	ciempies
Bibliotecário	Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Conselho Editorial

Prof.^a Dr.^a Ada Esther Portero Ricol, *Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”*, Cuba
Prof. Dr. Adalberto de Paula Paranhos, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil
Prof. Dr. Agustín Olmos Cruz, *Universidad Autónoma del Estado de México*, México
Prof.^a Dr.^a Amanda Ramalho de Freitas Brito, Universidade Federal da Paraíba, Brasil
Prof.^a Dr.^a Ana Clara Monteverde, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina
Prof.^a Dr.^a Ana Júlia Viamonte, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), Portugal
Prof. Dr. Ángel Mujica Sánchez, *Universidad Nacional del Altiplano*, Peru
Prof.^a Dr.^a Angela Ester Mallmann Centenaro, Universidade do Estado de Mato Grosso, Brasil
Prof.^a Dr.^a Begoña Blandón González, *Universidad de Sevilla*, Espanha
Prof.^a Dr.^a Carmen Pimentel, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil
Prof.^a Dr.^a Catarina Castro, Universidade Nova de Lisboa, Portugal
Prof.^a Dr.^a Cirila Cervera Delgado, *Universidad de Guanajuato*, México
Prof.^a Dr.^a Cláudia Neves, Universidade Aberta de Portugal
Prof.^a Dr.^a Cláudia Padovesi Fonseca, Universidade de Brasília-DF, Brasil
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos, Universidade Federal da Grande Dourados, Brasil
Prof. Dr. David García-Martul, *Universidad Rey Juan Carlos de Madrid*, Espanha
Prof.^a Dr.^a Deuzimar Costa Serra, Universidade Estadual do Maranhão, Brasil
Prof.^a Dr.^a Dina Maria Martins Ferreira, Universidade Estadual do Ceará, Brasil
Prof.^a Dr.^a Edith Luévano-Hipólito, *Universidad Autónoma de Nuevo León*, México
Prof.^a Dr.^a Eduarda Maria Rocha Teles de Castro Coelho, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal
Prof. Dr. Eduardo Eugênio Spers, Universidade de São Paulo (USP), Brasil
Prof. Dr. Eloi Martins Senhoras, Universidade Federal de Roraima, Brasil
Prof.^a Dr.^a Elvira Laura Hernández Carballedo, *Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo*, México

Prof.ª Dr.ª Emilas Darlene Carmen Lebus, *Universidad Nacional del Nordeste/ Universidad Tecnológica Nacional, Argentina*
Prof.ª Dr.ª Erla Mariela Morales Morgado, *Universidad de Salamanca, Espanha*
Prof. Dr. Ernesto Cristina, *Universidad de la República, Uruguay*
Prof. Dr. Ernesto Ramírez-Briones, *Universidad de Guadalajara, México*
Prof. Dr. Fernando Hitt, *Université du Québec à Montréal, Canadá*
Prof. Dr. Gabriel Díaz Cobos, *Universitat de Barcelona, Espanha*
Prof.ª Dr.ª Gabriela Gonçalves, *Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), Portugal*
Prof. Dr. Geoffroy Roger Pointer Malpass, *Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Brasil*
Prof.ª Dr.ª Gladys Esther Leoz, *Universidad Nacional de San Luis, Argentina*
Prof.ª Dr.ª Glória Beatriz Álvarez, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*
Prof. Dr. Gonçalo Poeta Fernandes, *Instituto Politécnico da Guarda, Portugal*
Prof. Dr. Gustavo Adolfo Juarez, *Universidad Nacional de Catamarca, Argentina*
Prof. Dr. Håkan Karlsson, *University of Gothenburg, Suécia*
Prof.ª Dr.ª Iara Lúcia Tescarollo Dias, *Universidade São Francisco, Brasil*
Prof.ª Dr.ª Isabel del Rosario Chiyon Carrasco, *Universidad de Piura, Peru*
Prof.ª Dr.ª Isabel Yohena, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*
Prof. Dr. Ivan Amaro, *Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Brasil*
Prof. Dr. Iván Ramon Sánchez Soto, *Universidad del Bío-Bío, Chile*
Prof.ª Dr.ª Ivânia Maria Carneiro Vieira, *Universidade Federal do Amazonas, Brasil*
Prof. Me. Javier Antonio Albornoz, *University of Miami and Miami Dade College, Estados Unidos*
Prof. Dr. Jesús Montero Martínez, *Universidad de Castilla - La Mancha, Espanha*
Prof. Dr. João Manuel Pereira Ramalho Serrano, *Universidade de Évora, Portugal*
Prof. Dr. Joaquim Júlio Almeida Júnior, *UniFIMES - Centro Universitário de Mineiros, Brasil*
Prof. Dr. Jorge Ernesto Bartolucci, *Universidad Nacional Autónoma de México, México*
Prof. Dr. José Cortez Godínez, *Universidad Autónoma de Baja California, México*
Prof. Dr. Juan Carlos Cancino Díaz, *Instituto Politécnico Nacional, México*
Prof. Dr. Juan Carlos Mosquera Feijoo, *Universidad Politécnica de Madrid, Espanha*
Prof. Dr. Juan Diego Parra Valencia, *Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín, Colômbia*
Prof. Dr. Juan Manuel Sánchez-Yáñez, *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México*
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro, *Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil*
Prof. Dr. Leinig Antonio Perazolli, *Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil*
Prof.ª Dr.ª Livia do Carmo, *Universidade Federal de Goiás, Brasil*
Prof.ª Dr.ª Luciane Spanhol Bordignon, *Universidade de Passo Fundo, Brasil*
Prof. Dr. Luis Fernando González Beltrán, *Universidad Nacional Autónoma de México, México*
Prof. Dr. Luis Vicente Amador Muñoz, *Universidad Pablo de Olavide, Espanha*
Prof.ª Dr.ª Macarena Esteban Ibáñez, *Universidad Pablo de Olavide, Espanha*
Prof. Dr. Manuel Ramiro Rodríguez, *Universidad Santiago de Compostela, Espanha*
Prof.ª Dr.ª Márcia de Souza Luz Freitas, *Universidade Federal de Itajubá, Brasil*
Prof. Dr. Marcos Augusto de Lima Nobre, *Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil*
Prof. Dr. Marcos Vinicius Meiado, *Universidade Federal de Sergipe, Brasil*
Prof.ª Dr.ª Mar Garrido Román, *Universidad de Granada, Espanha*
Prof.ª Dr.ª Margarida Márcia Fernandes Lima, *Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil*
Prof.ª Dr.ª María Alejandra Arecco, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*
Prof.ª Dr.ª Maria Aparecida José de Oliveira, *Universidade Federal da Bahia, Brasil*
Prof.ª Dr.ª Maria Carmen Pastor, *Universitat Jaume I, Espanha*
Prof.ª Dr.ª Maria do Céu Caetano, *Universidade Nova de Lisboa, Portugal*
Prof.ª Dr.ª Maria do Socorro Saraiva Pinheiro, *Universidade Federal do Maranhão, Brasil*
Prof.ª Dr.ª Maria Gracinda Carvalho Teixeira, *Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil*



Prof.^a Dr.^a Maria Lúcia Pato, Instituto Politécnico de Viseu, Portugal
Prof.^a Dr.^a Maritza González Moreno, *Universidad Tecnológica de La Habana*, Cuba
Prof.^a Dr.^a Mauriceia Silva de Paula Vieira, Universidade Federal de Lavras, Brasil
Prof.^a Dr.^a Ninfa María Rosas-García, Centro de Biotecnología Genómica-Instituto Politécnico Nacional, México
Prof.^a Dr.^a Odara Horta Boscolo, Universidade Federal Fluminense, Brasil
Prof. Dr. Osbaldo Turpo-Gebera, *Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa*, Peru
Prof.^a Dr.^a Patrícia Vasconcelos Almeida, Universidade Federal de Lavras, Brasil
Prof.^a Dr.^a Paula Arcoverde Cavalcanti, Universidade do Estado da Bahia, Brasil
Prof. Dr. Rodrigo Marques de Almeida Guerra, Universidade Federal do Pará, Brasil
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares, Universidade Federal do Piauí, Brasil
Prof. Dr. Sergio Bitencourt Araújo Barros, Universidade Federal do Piauí, Brasil
Prof. Dr. Sérgio Luiz do Amaral Moretti, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil
Prof.^a Dr.^a Silvia Inés del Valle Navarro, *Universidad Nacional de Catamarca*, Argentina
Prof.^a Dr.^a Solange Kazumi Sakata, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN)- USP, Brasil
Prof.^a Dr.^a Stanislava Kashtanova, *Saint Petersburg State University*, Russia
Prof.^a Dr.^a Teresa Cardoso, Universidade Aberta de Portugal
Prof.^a Dr.^a Teresa Monteiro Seixas, Universidade do Porto, Portugal
Prof. Dr. Valter Machado da Fonseca, Universidade Federal de Viçosa, Brasil
Prof.^a Dr.^a Vanessa Bordin Viera, Universidade Federal de Campina Grande, Brasil
Prof.^a Dr.^a Vera Lúcia Vasilévski dos Santos Araújo, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil
Prof. Dr. Wilson Noé Garcés Aguilar, *Corporación Universitaria Autónoma del Cauca*, Colômbia
Prof. Dr. Xosé Somoza Medina, *Universidad de León*, Espanha

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

C569 Ciências socialmente aplicáveis [livro eletrônico] : integrando saberes e abrindo caminhos: vol. VIII / Organizadores Jorge Rodrigues, Maria Amélia Marques. – Curitiba, PR: Artemis, 2023.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

Edição bilingue

ISBN 978-65-87396-81-1

DOI 10.37572/EdArt_300523811

1. Ciências sociais aplicadas – Pesquisa – Brasil. 2. Abordagem interdisciplinar do conhecimento. I. Rodrigues, Jorge José Martins. II. Marques, Maria Amélia.

CDD 307

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422



APRESENTAÇÃO

O oitavo volume desta coleção segue a lógica dos livros anteriores. Procura apresentar ao leitor uma coletânea de artigos sobre problemáticas que são transversais ao campo das ciências sociais aplicadas.

Sendo discutível, na metodologia seguida na organização dos vários volumes procurou-se privilegiar artigos que abordassem novas tendências e/ou problemáticas transversais relevantes, adotassem metodologias mais holísticas e/ou modelos de investigação aplicada, apresentassem estudos de caso nacionais e/ou internacionais e procurassem ser reflexivos. Nesse contexto, o presente volume está organizado em três grandes eixos – Programação, Sustentabilidade, Educação e redes sociais.

Na construção da estrutura de cada eixo procurou-se seguir uma lógica em que cada artigo possa contribuir para uma melhor compreensão do artigo seguinte, gerando-se um fluxo de conhecimento acumulado que se pretende fluido e em espiral crescente.

Assim, o eixo Programação é constituído por um conjunto de oito artigos. A programação pode ser entendida como um conjunto de actividades que visam transformar tarefas repetitivas e monótonas em rotinas cooperativas e colaborativas. Estas rotinas são algoritmos e modelos matemáticos geradores de informação estruturada e eficiente que, apesar da sua racionalidade limitada, é útil para a tomada de decisões, sejam individuais ou de grupo.

O eixo Sustentabilidade junta um conjunto de sete artigos que, em comum, contribuem para a construção da responsabilidade social. As mudanças climáticas estão a perturbar a vida de milhões de pessoas no planeta, com especial ênfase nas regiões rurais mais pobres e com impacto negativo na economia. Assim, exigem-se políticas públicas inclusivas que incentivem o uso de materiais multíusos, amigos do ambiente. Os resíduos sólidos urbanos necessitam de ser melhor geridos e as empresas deverão ser incentivadas a incorporar aquelas políticas nas suas estratégias, para reforço dos seus valores, conforto e bem-estar dos seus constituintes.

O eixo Educação e redes sociais tem seis artigos. As principais teorias de liderança parecem apontar para que esta seja contingencial, podendo ser ensinada e as respectivas competências treinadas e melhoradas. Todo o ensino, presencial ou a distância, tem os seus pontos fortes e pontos fracos. Exigem-se comportamentos éticos, nomeadamente em ambiente de redes sociais, para evitar fraudes quer com os conteúdos quer com a respectiva avaliação, com eventuais traumas psicológicos em quem é visado.

Com a disponibilização deste livro e seus artigos esperamos que os mesmos gerem inquietude intelectual e curiosidade científica, procurando a satisfação de novas necessidades e descobertas, motor de todas as fontes de inovação.

Jorge Rodrigues, ISCAL/IPL, Portugal
Maria Amélia Marques, IPS/ESCE, Portugal

SUMÁRIO

PROGRAMAÇÃO

CAPÍTULO 1..... 1

NUMERICAL CALCULATION BASED ON AGILE PROGRAMMING DEVELOPMENT TRAINING

Ángel Rubén Barberis

Lorena Elizabeth Del Moral Sachetti

Jorge Alberto Silvera

 https://doi.org/10.37572/EdArt_3005238111

CAPÍTULO 2..... 11

DISEÑO DE UN ROBOT MÓVIL PARA LA VALIDACION EXPERIMENTAL DE CONTROLADORES EN EL SEGUIMIENTO DE PARED

Jaime Franco Gutiérrez

Moisés García Villanueva

Salvador Ramírez Zavala

 https://doi.org/10.37572/EdArt_3005238112

CAPÍTULO 3..... 23

FAMÍLIAS ESTRUTURADAS DE MATRIZES ESTOCÁSTICAS SIMÉTRICAS

Cristina Paula da Silva Dias

Carla Maria Lopes da Silva Afonso dos Santos

João Tiago Praça Nunes Mexia

 https://doi.org/10.37572/EdArt_3005238113

CAPÍTULO 4..... 35

ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA DE LOS ALGORITMOS MEDIANTE EL USO DE LAS FUNCIONES DE LANDAU

José Francisco Villalpando Becerra

María José Aceves Sepúlveda

 https://doi.org/10.37572/EdArt_3005238114

CAPÍTULO 5..... 46

ANÁLISIS DE FTIR EN BREAS DE ALQUITRÁN DE HULLA

Juanita Yazmín Guevara Chávez

Fátima Pamela Lara Castillo

Griselda Berenice Escalante Ibarra

 https://doi.org/10.37572/EdArt_3005238115

CAPÍTULO 6.....52

DE LA RACIONALIDAD LIMITADA A LA RACIONALIDAD FINANCIERA EN LOS ESTUDIANTES DE LA UAEMEX (UNIDAD ACADÉMICA PROFESIONAL CUAUTITLÁN IZCALLI)

Marco Antonio Piña Sandoval

Fermin Leonel Reyes

Montserrat Piña Cárdenas

Jorge Rogelio Zenteno Domínguez

 https://doi.org/10.37572/EdArt_3005238116

CAPÍTULO 7 63

SLIDING MODE CONTROLLER-OBSERVER EXPERIMENTAL DESIGN FOR THE TWO-TANK HYDRAULIC SYSTEM TAKAGI-SUGENO MODELING

Ángel Garibo

Marco A. Rodríguez

Juan M. de la Torre

Marisela Y. Hernández

Juan Anzures Marín

Salvador Ramírez Zavala

 https://doi.org/10.37572/EdArt_3005238117

CAPÍTULO 8.....77

ESTUDO DE TERMINOLOGIA CONTROLADA PARA TRADUÇÃO AUTOMÁTICA COM BASE EM CORPORA DE MANUAIS DE INSTRUÇÕES DE ELECTRODOMÉSTICOS

尹雪璐 Xuelu Yin

甄钊 Zhao Zhen

 https://doi.org/10.37572/EdArt_3005238118

SUSTENTABILIDADE

CAPÍTULO 9.....92

CLIMATE SHOCKS AND THE US ECONOMY

Dejan Romih

Arne Baruca

 https://doi.org/10.37572/EdArt_3005238119

CAPÍTULO 10.....107

EMPODERAMIENTO DETONADOR DE CRECIMIENTO ECONÓMICO ANTE
LOS PROBLEMAS SOCIALES QUE ENFRENTAN LAS MUJERES RURALES
EMPREENDEDORAS QUE VENDEN PESCADO EN LA PERIFERIA DEL MERCADO
PÚBLICO MANUEL LARRAINZAR EN TONALÁ, CHIAPAS

Isabel Pérez Pérez

Graciela de Paz

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381110

CAPÍTULO 11..... 120

PERSONAL FACTORS INFLUENCING SINGLE-USE PLASTIC PACKAGING
CONSUMPTION: A QUALITATIVE APPROACH

María del Carmen Franco Gómez

Kristel Rojas Campoverde

Javier Solano Solano

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381111

CAPÍTULO 12 141

LA GESTIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS URBANOS: UNA VISIÓN DE ESTUDIANTES Y
CIUDADANOS DE CHILPANCINGO, GUERRERO, MÉXICO

Ciro Andraca Sánchez

Justiniano González González

Alejandra Hitahii Muñoz García

María Cristina Santiago Dionisio

Paulino Bueno Domínguez

Manuel Mendoza Mojica

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381112

CAPÍTULO 13.....152

LA RESPONSABILIDAD SOCIAL CORPORATIVA EN LAS EMPRESAS ECUATORIANAS

Alexandra Auxiliadora Mendoza Vera

Pablo Edison Ávila Ramírez

Angélica María Indacochea Vásquez

Martha Margarita Minaya Macías

Gina Gabriela Loor Moreira

Janeth Virginia Intriago Vera

Jorge Luis Loor Tello

Fernando José Veloz Párraga

Maritza Alexandra Ávila Ramírez

Jhonny Antonio Ávila Ramírez

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381113

CAPÍTULO 14..... 167

LAS EMPRESAS FAMILIARES DEL MEDIO RURAL Y SU FORTALEZA EN LA RELACIÓN CON SUS EMPLEADOS

Alma Delia Inda

Gloria Muñoz del Real

Jackeline Hernández Bejarano

Olga Lidia Gutiérrez Gutiérrez

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381114

CAPÍTULO 15..... 178

HUARACHES KWARACHI-INNOVA: CAMINANDO HACIA UN FUTURO ECO-AMIGABLE

Adriana Calderón Gutiérrez

José Roberto Jiménez Echeverría

Liliana Venegas Michel

Armando García Echeverría

Alejandra Delgado Urbina

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381115

EDUCAÇÃO E REDES SOCIAIS

CAPÍTULO 16..... 189

MODELO DE CARACTERIZACIÓN DE LIDERAZGO

Omar Alejandro Guirette Barbosa

Claudia Guadalupe Lara Torres

Emanuel Magallanes Ulloa

Beatriz Adriana Rodríguez González

Selene Castañeda Burciaga

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381116

CAPÍTULO 17 200

CHIAKI ISHII – UMA PESQUISA NARRATIVA SOBRE O ATLETA QUE ALAVANCOU O JUDÔ NO BRASIL A PARTIR DAS COMPETÊNCIAS DO ESPORTISMO

Rodrigo Guimarães Motta

Neusa Maria Bastos Fernandes dos Santos

Wagner Castropil

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381117

CAPÍTULO 18219

TRANSFORMING TRADITIONAL PROFESSIONAL DEVELOPMENT INTO BLENDED LEARNING COMMUNITIES

Cristo Ernesto Yáñez León

James M. Lipuma

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381118

CAPÍTULO 19230

IMPACTO FINANCIERO Y PSICOLÓGICO DEL FRAUDE INFORMÁTICO EN LOS MIEMBROS DE LAS COMUNIDADES EDUCATIVAS DE GUAYAQUIL

Yesenia Karina Alcívar Rendón

Diana Carolina Arriaga León

Damián Enrique Dattus Torres

Douglas Daniel Díaz Torres

Susana Mirella Gómez Cabrera

Alexandra Elizabeth Tituaña Montoya

Eraldo Voltaire Vargas Sánchez

María Yolanda Vera Vera

María Eufemia Villao Ordoñez

Olga Angélica Viteri Campoverde

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381119

CAPÍTULO 20249

LAS REDES SOCIALES COMO MEDIO DE DIFUSIÓN DE LA COMUNIDAD LGBTQ+ EN VERACRUZ

Rossy Lorena Laurencio Meza

María del Pilar Anaya Avila

Carlos Eduardo Anaya Avila

Kevin Eloy Cué Rosales

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381120

CAPÍTULO 21261

A TEORIA HIPODÉRMICA E A OPERACIONALIDADE DO MODELO DE COMUNICAÇÃO DE LASSWELL EM TEMPO DE REDES SOCIAIS: O CASO DE CHARLOTTESVILLE (EUA, 2017)

Paulo Bruno Alves

 https://doi.org/10.37572/EdArt_30052381121

SOBRE OS ORGANIZADORES296

ÍNDICE REMISSIVO 297

CAPÍTULO 3

FAMÍLIAS ESTRUTURADAS DE MATRIZES ESTOCÁSTICAS SIMÉTRICAS

Data de submissão: 01/04/2023

Data de aceite: 18/04/2023

Cristina Paula da Silva Dias

Polytechnic Institute of Portalegre
NOVAMATH – Center for Mathematics
and Applications, SST
New University of Lisbon
Lisbon – Portugal
<https://orcid.org/0000-0001-6350-5610>

Carla Maria Lopes da Silva Afonso dos Santos

Polytechnic Institute of Beja
NOVAMATH – Center for Mathematics
and Applications, SST
New University of Lisbon
Lisbon – Portugal
<https://orcid.org/0000-0002-0077-1249>

João Tiago Praça Nunes Mexia

Department of Mathematics and
NOVAMATH – Center for Mathematics
and Applications, SST
New University of Lisbon
Lisbon - Portugal
<https://orcid.org/0000-0001-8620-0721>

RESUMO: Neste artigo desenvolvem-se modelos da forma $M = \mu + \bar{E}$ de grau k para matrizes estocásticas simétricas, sendo μ a matriz média e \bar{E} uma matriz estocástica simétrica, com matriz média nula. Os modelos

são desenvolvidos a partir da análise espectral das respetivas matrizes médias μ . A informação contida na matriz estocástica pode ser condensada nos seus vetores de estrutura e na soma dos quadrados dos resíduos. Quando as matrizes de uma família correspondem aos tratamentos de um delineamento base, dizemos que a família é estruturada. Para além destes modelos, também se consideraram os modelos de famílias estruturadas. Os modelos destas famílias estão associados aos tratamentos de um delineamento base. A ação dos fatores que se consideram no delineamento base, sobre os vetores de estrutura é também analisada. A ação dos fatores, que se consideram no delineamento base, sobre os vetores de estrutura das matrizes da família será analisada. Utilizamos para isso a ANOVA (Análise de Variância) e técnicas relacionadas, no estudo da referida ação sobre combinações lineares das componentes dos vetores de estrutura sobre as m matrizes do modelo. As famílias estruturadas que consideramos têm, delineamentos base ortogonais, associados a partições ortogonais. A hipótese a ser testada, sobre a ação dos fatores no delineamento base, está associada a partições ortogonais. Mostraremos como realizar análises transversais e longitudinais para famílias de matrizes estocásticas simétricas com valor próprio dominante associado a modelos ortogonais.

PALAVRAS-CHAVE: Base design. Matrizes estocásticas simétricas. Modelos. Famílias estruturadas.

STRUCTURED FAMILIES OF SYMMETRIC STOCHASTIC MATRICES

ABSTRACT: In this paper we develop models of the form $M = \mu + \bar{E}$ of degree k for symmetric stochastic matrices, being μ the mean matrix and \bar{E} a symmetric stochastic matrix, with null mean matrix. The models are developed from the spectral analysis of the respective mean matrices μ . The information contained in a stochastic matrix can be condensed into its structure vectors and the sum of squares of the residuals. When the matrices of a family correspond to the treatments of a base design, we say that the family is structured. In addition to these models, models of structured families were also considered. The models of these families are associated to the treatments of a base design. The action of the factors considered in the base design on the structure vectors is also analysed. The action of the factors considered in the base design on the structure vectors of the family matrices will be analyzed. We use for this the ANOVA (Analysis of Variance) and related techniques, in the study of said action on linear combinations of the components of the structure vectors on the m matrices of the model. The structured families we consider have, orthogonal base delineations, associated with orthogonal partitions. The hypothesis to be tested, about the action of the factors in the base design, is associated with orthogonal partitions. We will show how to perform cross-sectional and longitudinal analyses for families of symmetric stochastic matrices with dominant eigenvalue associated to orthogonal models.

KEYWORDS: Base design. Symmetric stochastic matrix. Models. Structured families.

1 INTRODUÇÃO

O uso do par dado pelo valor próprio dominante e o correspondente vetor próprio, para condensar informação de uma matriz estocástica simétrica, mostrou ser muito útil, quando são consideradas séries de estudo, (Escoufier, 1973, 1978; Oliveira et al., 1999b).

Nestas séries de estudos consideram-se trios de matrizes (X, D, \dot{D}) , constituídos por uma matriz de dados X e duas matrizes de pesos, uma para objetos e outra para variáveis, D e \dot{D} , respetivamente. Quando os objetos são os mesmos para todos os estudos numa série a mesma diz-se do primeiro tipo. Quando as variáveis são as mesmas para todos os estudos numa série a mesma diz-se do segundo tipo. Escoufier (1978) definiu os operadores $A_i = X_i \dot{D}_i X_i^t D_i$, $i = 1, \dots, n$ e $B_i = X_i^t D_i X_i \dot{D}_i$, $i = 1, \dots, n$ para representar os estudos (X_i, D_i, \dot{D}_i) , $i = 1, \dots, n$, no caso de séries de primeiro e do segundo tipo, respetivamente.

De seguida obtém-se o produto interno $A_i | A_i = tr(A_i, A_i^t)$, $i = 1, \dots, k$ ou $B_j | B_j = tr(B_j, B_j^t)$, $i, j = 1, \dots, k$, onde tr corresponde ao traço da matriz. Estas são as matrizes cuja informação é condensada sempre que têm um valor próprio principal. Apresentamos de seguida uma formulação geral da condensação da informação numa matriz simétrica com um valor próprio dominante, tanto para matrizes singulares

como para famílias estruturadas cujas matrizes correspondem aos tratamentos de um delineamento base. Isto abre um vasto leque de aplicações possíveis.

Além de conjuntos singulares de estudos, podemos considerar famílias estruturadas cujas séries correspondem aos tratamentos de um delineamento base (Oliveira et al., 2007).

Os modelos serão obtidos a partir da análise espectral das matrizes médias $\boldsymbol{\mu}$, e são dados por

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\mu} + \bar{\mathbf{E}} = \sum_{j=1}^k \lambda_j \boldsymbol{\alpha}_j \boldsymbol{\alpha}_j^t + \bar{\mathbf{E}}, \quad (1)$$

com $(\lambda_j, \boldsymbol{\alpha}_j)$ os pares valores de valores próprios e vetores próprios de $\boldsymbol{\mu}$ e $\bar{\mathbf{E}}$ uma matriz estocástica simétrica (Areia, 2009; Dias, 2013). De forma a evitar a possibilidade de se obter um número grande de pequenos valores próprios, assume-se que $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_k$.

Sendo $\boldsymbol{\beta}_j = \lambda_j \boldsymbol{\alpha}_j, j = 1, \dots, k$, a informação contida na matriz \mathbf{M} pode ser condensada num vetor de estrutura dado por $\boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\beta}_1^t \dots \boldsymbol{\beta}_k^t]^t$, e por uma soma de quadrados de resíduos

$$V = \|\mathbf{M}\|^2 - \|\boldsymbol{\beta}\|^2, \quad (2)$$

onde $\|\cdot\|$ representa a norma euclidiana quer para matrizes quer para vetores.

A seguir, na secção 3, estudamos famílias estruturadas de matrizes estocásticas simétricas. As matrizes nestas famílias correspondem aos tratamentos de um delineamento base com efeitos fixos. Estudamos então a ação dos fatores do delineamento base sobre os vetores de estrutura das matrizes. Quando se assume que o primeiro valor próprio das matrizes é dominante, o tratamento do modelo pode ser aligeirado restringindo-o ao primeiro vetor estruturado das matrizes (Oliveira, et al., 1999b, 2007b).

2 MODELOS

Dada uma matriz $\mathbf{M} = [m_{ij}]$ aleatória simétrica $k \times k$, a respetiva matriz média $\boldsymbol{\mu}$ quando definida, será simétrica tendo a decomposição espectral

$$\boldsymbol{\mu} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \boldsymbol{\alpha}_i \boldsymbol{\alpha}_i^t, \quad (3)$$

vindo

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \boldsymbol{\alpha}_i \boldsymbol{\alpha}_i^t + \bar{\mathbf{E}}, \quad (4)$$

com $\bar{\mathbf{E}} = \frac{1}{2}(\mathbf{E} + \mathbf{E}^t)$ uma matriz estocástica simétrica com matriz média nula e \mathbf{E} uma matriz de erros, com $\text{vec}(\mathbf{E})$ normal com valor médio nulo e matriz de covariância $\sigma^2 \mathbf{I}_{n^2}$

(define-se $vec(\mathbf{E})$ como sendo o agrupamento dos vetores coluna da matriz \mathbf{E} , isto é, com $\mathbf{E} = [a_{ij}]_{n \times m}$, $vec(\mathbf{E}) = (a_{11}, \dots, a_{n1}, \dots, a_{1m}, \dots, a_{nm})$). Sendo $\boldsymbol{\mu}$ simétrica com característica k , ter-se-ão os pares $(\lambda_i, \boldsymbol{\alpha}_i)$ de valores próprios e vetores próprios, $i = 1, \dots, k$.

Sejam $(\theta_i, \boldsymbol{\gamma}_i)$, $i = 1, \dots, n$ os pares de valores próprios e vetores próprios da matriz \mathbf{M} com $\theta_1 \geq \dots \geq \theta_n$. De acordo com [6], utilizamos os $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_i = \theta_i^{1/2} \boldsymbol{\gamma}_i$, $i = 1, \dots, k$ para estimar os vetores de estrutura $\boldsymbol{\beta}_i = \lambda_i^{1/2} \boldsymbol{\alpha}_i$. Assim, com $\mathbf{m}_1, \dots, \mathbf{m}_n$, os vetores coluna da matriz \mathbf{M} , tem-se

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}}_i = \mathbf{M} \boldsymbol{\gamma}_i = \mathbf{M}^t \boldsymbol{\gamma}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1^t \boldsymbol{\gamma}_i \\ \vdots \\ \mathbf{m}_n^t \boldsymbol{\gamma}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_1^t \mathbf{m}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\gamma}_i^t \mathbf{m}_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$= (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\gamma}_i^t) \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{m}_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$= (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\gamma}_i^t) \mathbf{Z}, \quad i = 1, \dots, k$$

com \otimes a indicar o produto matricial de Kronecker, tendo-se $\mathbf{Z} = vec(\mathbf{M})$. Assim, $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_i$, $i = 1, \dots, k$ terá vetor médio

$$E(\tilde{\boldsymbol{\beta}}_i) = (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\gamma}_i^t) \boldsymbol{\eta}, \quad i = 1, \dots, k, \quad (7)$$

e matriz de covariância

$$\Sigma(\tilde{\boldsymbol{\beta}}_i) = \sigma^2 (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\gamma}_i^t) \mathbf{L} (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\gamma}_i), \quad i = 1, \dots, k. \quad (8)$$

com $\mathbf{L} = \Sigma(\mathbf{Z})$.

Se \mathbf{M} tem grau k e os $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1, \dots, \tilde{\boldsymbol{\beta}}_k$ forem bons estimadores dos $\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_k$, e $\boldsymbol{\gamma}_1, \dots, \boldsymbol{\gamma}_k$ bons estimadores de $\boldsymbol{\alpha}_1, \dots, \boldsymbol{\alpha}_k$, teremos

$$\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{M} - \sum_{i=1}^k \boldsymbol{\beta}_i \boldsymbol{\alpha}_i^t \approx \mathbf{M} - \sum_{i=1}^k \tilde{\boldsymbol{\beta}}_i \boldsymbol{\gamma}_i^t = \mathbf{M} - \sum_{i=1}^k (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\gamma}_i^t) \mathbf{Z} \boldsymbol{\gamma}_i^t \quad (9)$$

vindo

$$vec \left(\sum_{i=1}^k (\mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\gamma}_i^t) \mathbf{Z} \boldsymbol{\gamma}_i^t \right) = \sum_{i=1}^k (\boldsymbol{\gamma}_i \otimes \mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\gamma}_i^t) \mathbf{Z}, \quad (10)$$

pelo que, com

$$\mathbf{W} = \sum_{i=1}^k (\boldsymbol{\gamma}_i \otimes \mathbf{I}_n \otimes \boldsymbol{\gamma}_i^t), \quad (11)$$

teremos,

$$\mathbf{R} = (\mathbf{I}_{n^2} - \mathbf{W})\mathbf{Z}, \quad (12)$$

vindo a matriz de covariâncias de \mathbf{R} dada por

$$\Sigma(\mathbf{R}) = \sigma^2(\mathbf{I}_{n^2} - \mathbf{W})\mathbf{L}(\mathbf{I}_{n^2} - \mathbf{W}^t). \quad (13)$$

Enquanto \mathbf{R} pode ser considerado como um vetor de resíduos,

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}} = [\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1^t, \dots, \tilde{\boldsymbol{\beta}}_k^t]^t, \quad (14)$$

será o vetor de estrutura global ajustado (Mexia, 1990 e 1995).

Os vetores \mathbf{R} e $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ desempenham um papel importante na inferência e, uma vez que, estes vetores não são independentes, é necessário encontrar um vetor dos resíduos homocedástico e independente do vetor $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{B}\mathbf{Z}$, com

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Y}_i^t \\ \vdots \\ \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Y}_k^t \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Aplicando o método de ortogonalização de Gram-Schmidt aos vetores coluna da matriz de covariância

$$\Sigma(\mathbf{R}; \tilde{\boldsymbol{\beta}}) = (\mathbf{I}_{n^2} - \mathbf{W})\mathbf{L}\mathbf{B}^t, \quad (16)$$

a qual tem característica r , obtêm-se r vetores ortonormalizados $\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_r$. Sejam $\boldsymbol{\delta}_i, i = 1, \dots, n^2$ os vetores com n^2 componentes, dos quais $n^2 - 1$ são nulos e a i -ésima componente é igual a um. Aplicando novamente o método de Gram-Schmidt aos vetores $\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_r, \boldsymbol{\delta}_1, \dots, \boldsymbol{\delta}_{n^2-r}$, obtêm-se não só os vetores $\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_r$ mas também os vetores linha da matriz $\mathbf{A}: a_1, \dots, a_{n^2-r}$.

Sendo a matriz de covariância \mathbf{AR} dada por

$$\Sigma(\mathbf{AR}) = \sigma^2\mathbf{A}(\mathbf{I}_{n^2} - \mathbf{W})\mathbf{L}(\mathbf{I}_{n^2} - \mathbf{W}^t)\mathbf{A}^t,$$

se $\Sigma(\mathbf{AR})$ tem característica g terá valores próprios positivos v_1, \dots, v_g (uma vez que as matrizes de covariância não têm valores próprios negativos), associados aos vetores próprios $\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_g$.

Assim, com

$$\mathbf{G} = \mathbf{D} \left(v_1^{-1/2}, \dots, v_g^{-1/2} \right) [\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_g]^t,$$

sendo $\mathbf{D} \left(v_1^{-1/2}, \dots, v_g^{-1/2} \right)$, a matriz diagonal com elementos principais $v_1^{-1/2}, \dots, v_g^{-1/2}$, tem-se $\Sigma(\mathbf{GAR}) = \sigma^2 \mathbf{I}_g$ com

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{GAR} = (\dot{\mathbf{R}}_1, \dots, \dot{\mathbf{R}}_g), \quad (17)$$

um vetor de resíduos homocedástico. Quando a normalidade é assumida, $\dot{\mathbf{R}}$ e $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ serão independentes e normais. Somos, assim, levados a testar as hipóteses

$$H_{ok} : \dot{\mathbf{R}}_1, \dots, \dot{\mathbf{R}}_g \text{ i. i. d. } \sim N(0, \sigma^2),$$

utilizando a estatística

$$\tilde{F} = \frac{g \dot{\mathbf{R}}_0^2}{\sum_{j=1}^g \dot{\mathbf{R}}_j^2 - g \dot{\mathbf{R}}_0^2}, \quad (18)$$

para testar H_{ok} .

Sendo $\dot{\mathbf{R}}_0 = \frac{1}{g} \sum_{j=1}^g \dot{\mathbf{R}}_j$, \tilde{F} será o quociente de dois qui-quadrados independentes, com 1 e $g-1$ graus de liberdade. Se $\tilde{f}_{q/2}$ e $\tilde{f}_{1-q/2}$ são os quantis de probabilidades $q/2$ e $1-q/2$ respectivamente, para aquele quociente, então o intervalo $[\tilde{f}_{q/2}; \tilde{f}_{1-q/2}]$ contém a região de aceitação de nível q para o modelo e, a correspondente região de rejeição será $[0; \tilde{f}_{q/2}] \cup [\tilde{f}_{1-q/2}; +\infty[$. Quando H_{ok} não se verifica, o numerador e denominador de F terá parâmetros de não centralidade δ_1 e δ_2 . Haverá alternativas à hipótese H_{ok} em que δ_1 predomina sobre δ_2 (δ_2 predomina sobre δ_1) e, em que F tende a tomar valores superiores (inferiores) aos que tomaria, caso H_{ok} se verificasse. Quando a hipótese não é rejeitada, σ^2 pode ser estimado por $\hat{\sigma}^2 = \frac{\|\dot{\mathbf{R}}\|^2}{g}$.

Na prática pode ajustar-se o modelo baixando o valor de k até se obter uma rejeição. Salienta-se que, $\tilde{f}_p = f_{1,g-1,p}$, com $f_{1,g-1,p}$ será o quantil de ordem p -th para a distribuição central F , que terá 1 e $g-1$ graus de liberdade.

3 FAMÍLIAS ESTRUTURADAS

Depois de considerarmos os modelos isolados, estudamos agora o caso das famílias estruturadas de modelos. Um primeiro exemplo destas famílias é o dos delineamentos multi-regressionais (Carvalho et al., 2015; Moreira et al., 2005a). Assim, para cada tratamento de um delineamento base, temos uma regressão linear sobre as mesmas variáveis.

As matrizes dos valores das variáveis controladas e a variância do erro, são assumidas como sendo as mesmas para as diferentes regressões, (Carvalho et al., 2015). A inferência para esta família de regressões está centrada nos vetores de coeficientes

ou, mais geralmente, nos vetores estimáveis, conduzindo a resultados interessantes (Mexia, 1987; Carvalho et al., 2015; Moreira et al., 2005a, 2005b; Moreira et al., 2007, 2008; Cantarina, 2012).

Estes modelos, numa família estruturada, correspondem aos tratamentos de um delineamento base com efeitos fixos. O caso mais interessante é quando a ausência de efeitos e interações para os fatores do delineamento base estão associados aos espaços de uma partição ortogonal

$$R^d = \boxplus_{j=1}^m \varpi_j$$

Considerando que os vetores linha, g_j , das matrizes A_j constituem uma base ortonormal para $\varpi_j, j=1, \dots, m$, tem-se a soma de quadrados dada por

$$S_j = \|A_j Y\|^2, j = 1, \dots, m, \quad (19)$$

onde Y é um vetor cujas componentes correspondem aos tratamentos de um delineamento base. Por exemplo, se os modelos numa família estruturada são para matrizes estocásticas simétricas com o primeiro valor próprio dominante, então será dada ênfase a ação dos fatores sobre o delineamento base dos primeiros vetores de estrutura para os quais temos os estimadores

$$\tilde{\beta}_1(h) = (\tilde{\beta}_{1,1}(h) \dots \tilde{\beta}_{1,n}(h)), h = 1, \dots, d. \quad (20)$$

Estamos, pois, no caso equilibrado em que a Análise de Variância e as técnicas a ela associadas são robustas para calcular os vetores de componentes homólogas dos primeiros vetores de estrutura estimados

$$Z(l) = (\tilde{\beta}_{1,l}(1) \dots \tilde{\beta}_{1,l}(d)), l = 1, \dots, n. \quad (21)$$

(Ito, 1980; Scheffé, 1959).

Os resultados obtidos permitem realizar inferência transversal e longitudinal. Na primeira trabalha-se com as componentes homólogas do vetor de estrutura, e na segunda trabalha-se com vetores de contrastes nas componentes desse vetor

$$Z(c) = (c^t \tilde{\beta}_1(1), \dots, c^t \tilde{\beta}_1(d)). \quad (22)$$

Por forma a se evitarem repetições, representa-se por \dot{z} o vetor sobre o qual será efetuada a análise de variância. As somas dos quadrados são dadas por

$$S_j = \|A_j \dot{z}\|^2, j = 1, \dots, m, \quad (23)$$

salienta-se, agora, que a hipótese associada a pode ser escrita como

$$H_{0,j}: \mathbf{A}_j \boldsymbol{\eta} = 0_{g_j}, j = 1, \dots, m, \quad (24)$$

com $\boldsymbol{\eta}$ o vetor médio de $\mathbf{Z}(c)$. Esta hipótese verifica-se se e só se $\boldsymbol{\eta} \in \omega_j, j=1, \dots, m$, com ω_j o complemento ortogonal de $\bar{\omega}_j, j=1, \dots, m$.

Em geral, utilizamos a soma da soma de quadrados das interações de ordem superior para estimar o erro. Seja \mathcal{D} o conjunto de índices destas interações, então com

$$\begin{cases} S = \sum_{j \in \mathcal{D}} S_j \\ g = \sum_{j \in \mathcal{D}} g_j \end{cases}, \quad (25)$$

tem-se a estatística de teste

$$\mathcal{F}_j = \frac{g}{g_j} \frac{S_j}{S}, j \notin \mathcal{D}, \quad (26)$$

com g_j e g graus de liberdade (Mexia, 1990 e 1995).

Quando se tem u fatores com $J_1 \dots J_u$ níveis no delineamento base, ter-se-á $2^u \subset \bar{u} = \{1, \dots, u\}$ conjuntos de

$$n = \prod_{i=1}^u u_i,$$

Admitamos que se tem u fatores com $J_1 \dots J_u$ níveis no delineamento base, e que se consideram todas as combinações possíveis dos mesmos. Estas combinações corresponderão aos tratamentos, havendo, pois, tratamentos. Além do valor médio geral, há que considerar os efeitos dos níveis dos vários fatores e as interações para as várias combinações de níveis dos conjuntos de mais de um fator. Identificando os fatores com os seus índices os conjuntos de fatores serão os sub-conjuntos de

$$\bar{u} = \{1, \dots, u\}.$$

Dado $\varphi \subseteq \bar{u}$, se $\#(\varphi)=0$, obtém-se o conjunto vazio correspondendo-lhe o valor médio geral; se $\#(\varphi)=1$ corresponder-lhe-ão os efeitos dos níveis do único factor com índice em φ . Quando $\#(\varphi)>1$, corresponderão as interações entre conjuntos de níveis de fatores em φ .

Assim, para se obter a soma de quadrados para os efeitos e interações see (Dias, 2013), têm-se as matrizes

$$\mathbf{A}(\varphi) = \otimes_{l=1}^u \mathbf{A}_l(\varphi); \varphi \subseteq \bar{u}, \quad (27)$$

onde \otimes indica o produto de Kronecker de matrizes

$$\mathbf{A}_l(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{J_l}} \mathbf{1}_{J_l}^t, l \notin \varphi \\ \mathbf{T}_{J_l}, l \in \varphi \end{cases}, l = 1, \dots, u; \varphi \subseteq \bar{u}, \quad (28)$$

sendo \mathbf{T}_{J_l} obtida retirando a primeira linha igual a $\frac{1}{\sqrt{J_l}} \mathbf{1}_{J_l}^t$ a uma matriz ortogonal quando $l \in \varphi$. Assim, $\mathbf{A}(\varphi)$ tem característica $J_l \times J_l$ com

$$g(\varphi) = \prod_{l \in \varphi} (J_l - 1); \varphi \subseteq \bar{u}, \quad (29)$$

graus de liberdade para a hipótese associada a φ .

A ordem da interação de um fator é o número de fatores tomados por ele menos um, pelo que agora se pode tomar

$$D_h = \{\varphi, \#(\varphi) \geq h\}, \quad (30)$$

vindo

$$\begin{cases} S = \sum_{\#(\varphi) \geq h} S(\varphi) \\ g = \sum_{\#(\varphi) \geq h} g(\varphi) \end{cases}, \quad (31)$$

com

$$S(\varphi) = \|\mathbf{A}(\varphi)\mathbf{Z}\|^2; \varphi \subseteq \bar{u}, \quad (32)$$

tendo-se a estatística

$$\mathcal{F} = \frac{g}{g(\varphi)} \frac{S(\varphi)}{S}, \#(\varphi) < h, \quad (33)$$

com $g(\varphi)$ e g graus de liberdade.

Como alternativa pode ser considerado o caso em que se tem os estimadores $\tilde{\sigma}_h^2$ para $h=1, \dots, d$. Isto é, não se rejeita a homocedasticidade do vetor \mathbf{R}_h , $h=1, \dots, d$ para nenhuma matriz da família. Aplicando o teste Chi-quadrado de Bartlett a

$$H_{0,j}: \sigma_1^2 = \dots = \sigma_d^2 = \sigma^2, j = 1, \dots, m \quad (34)$$

e, no caso, desta hipótese não ser rejeitada, podemos utilizar o estimador

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{d} \sum_{h=1}^d \tilde{\sigma}_h^2, \quad (35)$$

com g_h o número de componentes de \mathbf{R}_h , $h = 1, \dots, d$ e

$$\bar{g} = \sum_{h=1}^d g_h. \quad (36)$$

Assim, para testar todas as $H_{0j}, j = 1, \dots, m$, usamos a estatística

$$\mathcal{F}_j = \frac{1}{g_j} \frac{S_j}{\bar{\sigma}^2}, j = 1, \dots, m, \quad (37)$$

tendo agora g_j e \bar{g} graus de liberdade para $F_j, j = 1, \dots, m$.

4 CONCLUSÕES

Neste artigo vimos como ajustar e validar modelos assentes na análise espectral de matrizes médias de matrizes estocásticas simétricas. Consegue-se assim uma formulação que permite condensar a informação contida numa matriz estocástica simétrica num par constituído por um vetor $\tilde{\beta}$ de estrutura ajustado e numa soma V de quadrados de resíduos. Esta condensação é paralela á que se tem para regressões lineares sendo então $\tilde{\beta}$ o vetor dos coeficientes ajustados e, continuando V a ser uma soma de quadrados de resíduos.

Esta possibilidade de condensação da informação contida numa matriz estocástica simétrica, torna estes modelos adequados para o estudo de famílias estruturadas. Nestas famílias os modelos correspondem aos tratamentos de um delineamento base. Assim, ao analisar-se uma tal família pode-se ir mais fundo do que quando se trabalha apenas com um modelo, já que, se pode estudar a ação dos fatores do delineamento base sobre os parâmetros dos modelos da família. No estudo apresentado considerou-se o caso de famílias estruturadas de modelos com delineamento base ortogonal, o que corresponde a estar-se numa situação de equilíbrio. Realizam-se análises de variância para estudar a ação dos fatores do delineamento base sobre combinações lineares $\mathbf{a}^t \beta_1, \dots, \mathbf{a}^t \beta_m$ das componentes dos vetores de estrutura das matrizes da família. Quando $\mathbf{a} = \delta_i$ a análise incidirá sobre as i -ésimas componentes dos vetores de estrutura. Temos então, como vimos, uma Análise Transversal. Se a soma das componentes for nula, será um vetor de contraste e temos uma, Análise Longitudinal.

5 AGRADECIMENTOS

This work is funded by national funds through the FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., under the scope of the project UIDB/00297/2020 (Center for Mathematics and Applications).

REFERÊNCIAS

Areia, A. (2009). **Séries Emparelhadas de Estudos**. Ph.D. Thesis, University of Évora, Évora.

Cantarinha, A., (2012). **Resultados Assintóticos para Famílias Estruturadas de Modelos Colectivos. Aplicação aos Fogos Florestais em Portugal Continental**, Ph.D. Thesis, Universidade de Évora.

- Carvalho, F., Mexia, J. T., Santos C. & Nunes C. (2015). **Inference for types and structured families of commutative orthogonal block structures.** *Metrika*, 78, 337–372.
- Dias, C. (2013). **Models and Families of Models for Symmetric Stochastic Matrices.** Ph.D. Thesis, University of Évora, Évora.
- Escoufier Y. (1973). **Le Traitement des Variables Vectorielles.** *Biometrics* 29(5), 751-760.
- Escoufier Y., L. Hermier H. (1978). **A propos de la Comparaison Graphique des Matrices de Variance.** *Biom. J.* 20(5), 477-483.
- Ito, P. K. (1980). **Robustness of Anova and Macanova Test Procedures**, P. R. Krishnaiah (ed), Handbook of Statistics¹, Amsterdam: North Holland, pp. 199-236.
- Lavit C. (1988). **Analyse Conjointe de Tableaux Quantitatifs.** Collection Méthods+ Programmes, Masson, Paris.
- Lavit C., Escoufier Y., Sabatier R., Traissac P. (1994). **The ACT (STATIS method).** *Computation Statistics & Data Analysis*, 97-119.
- Mexia, J. T. (1990). **Best Linear Unbiased Estimates, Duality of F Tests and the Scheffé Multiple Comparison Method in Presence of Controlled Heteroscedasticity.** *Comp. Stat & Data Analysis*, 10(3), 271-281.
- Mexia, J. T. (1995). **Introdução à Inferência Estatística Linear.** Centro de Estudos de Matemática Aplicada. Edições Universitárias Lusófonas: Lisboa.
- Mexia, J. T. (1987). **Multi-treatment regression designs.** Trabalhos de Investigação, No 1. Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.
- Moreira E.E., Ribeiro A.B., Mateus E., Mexia J.T., Ottosen L.M. (2005a). **Regressional modelling of electrolytic removal of Cu, Cr and As from CCA timber waste: application to sawdust.** *Wood Sci Technol* 39(4), 291–309.
- Moreira E.E., Ribeiro A.B., Mateus E., Mexia J.T., Ottosen L.M. (2005b). **Regressional modelling of electrolytic removal of Cu, Cr and As from CCA timber waste: application to wood chips.** *Listy Biometryczne* 42(1), 11–23.
- Moreira E., Mexia J.T. (2007). **Multiple regression models with cross-nested orthogonal base model.** In: *Proceedings of the 56th session of the ISI 2007—International Statistical Institute, Lisboa.*
- Moreira E. (2008). **Família estruturada de modelos com base ortogonal: teoria e aplicações.** Ph.D. Thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa (in Portuguese).
- Oliveira M. M., Mexia, J. T. (1998). **Tests for the rank of Hilbert-Schmidt product matrices.** *Advances in Data Science and Classifications*, 619-625.
- Oliveira M. M., Mexia, J. T. (1999a). F tests for Hypothesis on the Structure.
- Vectors of Series. *Discussiones Mathematicae. Biometrical Letters*, 19(2), 345-353.
- Oliveira M. M., Mexia, J. T. (1999b). **Multiple Comparisons for Rank one Common Structures.** *Biometrical Letters*. 36(2), 159-167.

Oliveira M. M., Mexia, J. T. (2007). **ANOVA like analysis of matched series of studies with a common structure.** *Journal of Statistical Planning and Inference*, 137, 1862-1870.

Oliveira M. M., Mexia, J. T. (2007). **Modeling series of studies with a common structure.** *Computation Statistics and Data Analysis*, 51, 5876-5885.

Oliveira, M. M. & Mexia J. (1999b). **F Tests for Hypothesis on the Structure Vectors of Series.** *Discussiones Mathematicae*, 19(2), 345-353.

Oliveira, M. M. & Mexia, J. T. (2007b). **Modeling series of studies with a common structure.** *Computational Statistics & Data Analysis*, 51, 5876-5885.

Scheffé, H. (1959). **The Analysis of Variance.** New York: John Wiley & Sons.

SOBRE OS ORGANIZADORES

Jorge Rodrigues é economista. Licenciado, mestre e doutor em Gestão (ISCTE-IUL), com Agregação (UEuropeia). Mestre e pós-doutorado em Sociologia – ramo sociologia económica das organizações (FCSH NOVA). Professor coordenador com agregação no ISCAL – *Lisbon Accounting and Business School* / Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal. Exerceu funções de direção em gestão (planeamento, marketing, comercial, finanças) no setor privado, público e cooperativo. Contabilista certificado. É investigador integrado no Instituto Jurídico Portucalense. Ensina e publica nas áreas de empresa familiar e família empresária, estratégia e finanças empresariais, gestão global, governabilidade organizacional, marketing, planeamento e controlo de gestão, responsabilidade social e ética das organizações.

<https://orcid.org/0000-0001-7904-0061>

Maria Amélia Marques, Doutora em Sociologia Económica das Organizações (ISEG/ULisboa), Mestre em Sistemas sócio-organizacionais da atividade económica - Sociologia da Empresa (ISEG/ULisboa), Licenciada (FPCE/UCoimbra), Professora Coordenadora no Departamento de Comportamento Organizacional e Gestão de Recursos Humanos (DCOGRH) da Escola Superior de Ciências Empresariais, do Instituto Politécnico de Setúbal (IPS/ESCE), Portugal. Membro efetivo do CICE/IPS – Centro Interdisciplinar em Ciências Empresariais da ESCE/IPS. Membro e Chairman (desde 2019 da ISO-TC260 HRM Portugal. Tem várias publicações sobre a problemática da gestão de recursos humanos, a conciliação da vida pessoal, familiar e profissional, os novos modelos de organização do trabalho, as motivações e expectativas dos estudantes Erasmus e a configuração e dinâmica das empresas familiares. Pertence a vários grupos de trabalho nas suas áreas de interesses.

<https://orcid.org/0000-0002-7196-3838>

ÍNDICE REMISSIVO

A

Agile programming 1, 6
Agile training 1, 6
Alquitrán 46, 47, 48, 49, 50, 51
Alternatives to plastic 120, 132, 133, 135
Análisis de algoritmos 35, 36, 37, 38, 40, 42, 45

B

Base design 23, 24
Blended Learning 219, 220, 222, 223, 224, 226, 227, 228

C

Caracterización 51, 147, 189, 192, 193
Charlottesville 261, 262, 263, 273, 277, 278, 279, 281, 282, 283, 284, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295
Ciber espacio 231
Climate 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 226
Climate change 92, 93, 94, 95, 98, 99, 100, 101, 102, 103
Climate crisis 92, 98
Climate shock 92, 93, 94, 95, 98, 99, 100, 101, 102
Competências 61, 176, 194, 200, 201, 202, 203, 205, 206, 207, 210, 215, 216, 217, 218
Complejidad computacional 35, 37, 42, 43, 44
Compuestos aromáticos 46, 49
Comunicación 15, 64, 93, 158, 160, 169, 171, 175, 184, 190, 193, 194, 231, 232, 235, 248, 249, 252, 254, 255, 256, 257, 259, 260
Comunidad LGBTTTIQ+ 249, 251, 252, 255, 258
Consumer behavior 120, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 136, 137, 140
Control clásico 11, 18
Control difuso 11, 16, 17
Convivencia 167, 172, 173, 175, 231, 232, 245, 259
Corpora 77, 78, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88

E

Eco-amigables 179, 180, 185, 186

Economía 53, 54, 61, 62, 89, 92, 93, 107, 136, 164, 186, 206
Economy 92, 93, 94, 95, 96, 98, 99, 100, 101, 108, 124, 128, 132, 136, 138
Education 10, 122, 124, 126, 139, 151, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229
Effective instruction 219, 225
Eficiencia computacional 35
Empoderamiento 107, 112, 113, 114, 115, 117, 118, 119, 256
Empresa familiar 167, 168, 169, 170, 172, 173, 174, 175, 177
Empresas ecuatorianas 152, 153, 154, 163, 164
Entrevista focalizada 249, 252, 255
Esportismo 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 210, 216, 217, 218
Estándares internacionales 153, 158

F

Famílias estruturadas 23, 25, 28, 32
Fraude 195, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 237, 238, 240, 241, 244, 245
Funciones de Landau 35, 37, 40, 41, 43, 44, 45
Fuzzy logic control 22, 64

G

Grupos de intereses 153

H

Huaraches cómodos 178, 179, 182, 186, 187
Hulla 46, 47, 48, 49, 50, 51

I

Incertidumbre 52, 53, 55, 58, 60
Infrarojo 46
Instrumento 53, 107, 146, 172, 189, 193, 205, 217, 233, 263, 264, 265

J

Jornalismo 261, 262, 292, 293
Judô 200, 201, 202, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 218

K

K-12 219, 225
Kwarachi-Innova 178, 179, 180, 186, 187

L

Lasswell 261, 262, 263, 264, 265, 266, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 277, 281, 282, 284, 285, 288, 289, 292, 293, 294, 295

Liderazgo 112, 176, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196

LMI sliding modes observer 64

M

Manuais de instruções dos eletrodomésticos 77, 80, 81

Materiales sustentables 178, 179, 182, 184, 186, 187

Matrizes estocásticas simétricas 23, 25, 29, 32

Mercados públicos 107, 108, 113

Modelo 16, 23, 25, 28, 32, 56, 57, 64, 139, 144, 151, 160, 164, 167, 168, 169, 172, 173, 175, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 213, 216, 217, 218, 261, 262, 263, 264, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 277, 278, 281, 282, 284, 285, 288, 289, 292, 293, 294

Modelos 23, 25, 28, 29, 32, 33, 173, 174, 189, 190, 191, 259, 265, 294

Mujeres rurales 107, 109, 110, 111, 113, 114, 117, 118, 119

O

Online learning 219, 220, 222, 226, 227, 228

Online professional learning community 219, 221, 222, 228

Operaciones 36, 37, 38, 39, 40, 43, 44, 108, 154, 165, 167, 168, 171, 172, 173, 174, 175

P

Perspectiva de género 113, 118, 249, 252, 253, 255, 257, 259

Pesquisa narrativa 200, 201, 205, 216, 217

Phishing 231, 234, 235, 236, 237, 238, 241, 245, 246, 247

Población 53, 54, 109, 110, 111, 141, 142, 143, 145, 146, 147, 148, 150, 163, 236, 240, 246, 258, 260

Professional development 219, 220, 221, 222, 228, 229

Professional learning and training methods 219

Programming training 1, 6

Programming with scrum 1

Propiedad 15, 43, 161, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175

Q

Qualitative approach 120, 122, 153

R

Racionalidade financeira 52, 55

Racionalidade limitada 52, 53, 55, 56, 57, 60, 61

Redes sociais 239, 243, 244, 249, 251, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260

Relleno sanitario 141, 142, 144, 145, 148, 149

Resíduos sólidos urbanos 141, 142, 144, 147, 149, 150, 151

Responsabilidade social 152, 153, 154, 156, 158, 159, 160, 161, 163, 164, 165, 166

Robot móvel 11, 13, 14, 18, 22

S

Satisfação de gostos y necesidades 179

Scrum 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Single-use plastic packaging 120, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 133, 134, 135, 136

Sistemas de control 11, 12, 13, 22

Subproduto 46, 47, 50, 143

Sustainable consumption 120, 125, 126, 129, 130, 136

T

Takagi Sugeno fuzzy model 64, 65, 76

Teoria hipodérmica 261, 262, 263, 267, 268, 271, 272, 273, 293

Terminologia controlada 77

Toma de decisiones 15, 52, 53, 55, 56, 57, 59, 60, 115, 157, 169, 172, 192, 196

Tradução automática 77, 78, 79, 80, 82, 83, 85, 88, 89

U

United States 22, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 143, 151, 219, 262, 275, 286, 294

V

Variables 17, 33, 64, 65, 66, 67, 141, 142, 144, 146, 147, 148, 149, 163, 172, 173, 177

Virtualidade 231, 255