

# Estudos em Ciências Exatas e da Terra

Desafios, Avanços e Possibilidades

Alireza Mohebi Ashtiani  
(organizador)

 EDITORA  
ARTEMIS  
2023

# Estudos em Ciências Exatas e da Terra

Desafios, Avanços e Possibilidades

Alireza Mohebi Ashtiani  
(organizador)

 EDITORA  
ARTEMIS  
2023



O conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons Atribuição-Não-Comercial NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Direitos para esta edição cedidos à Editora Artemis pelos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento, desde que sejam atribuídos créditos aos autores, e sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A responsabilidade pelo conteúdo dos artigos e seus dados, em sua forma, correção e confiabilidade é exclusiva dos autores. A Editora Artemis, em seu compromisso de manter e aperfeiçoar a qualidade e confiabilidade dos trabalhos que publica, conduz a avaliação cega pelos pares de todos manuscritos publicados, com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

<b>Editora Chefe</b>	Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira
<b>Editora Executiva</b>	M. <sup>a</sup> Viviane Carvalho Mocellin
<b>Direção de Arte</b>	M. <sup>a</sup> Bruna Bejarano
<b>Diagramação</b>	Elisangela Abreu
<b>Organizador</b>	Prof. Dr. Alireza Mohebi Ashtiani
<b>Imagem da Capa</b>	Abstract Style Landscapes /123RF
<b>Bibliotecário</b>	Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

#### Conselho Editorial

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ada Esther Portero Ricol, *Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”*, Cuba  
Prof. Dr. Adalberto de Paula Paranhos, Universidade Federal de Uberlândia  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Amanda Ramalho de Freitas Brito, Universidade Federal da Paraíba  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Clara Monteverde, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Júlia Viamonte, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), Portugal  
Prof. Dr. Ángel Mujica Sánchez, *Universidad Nacional del Altiplano*, Peru  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Angela Ester Mallmann Centenaro, Universidade do Estado de Mato Grosso  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Begoña Blandón González, *Universidad de Sevilla*, Espanha  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Carmen Pimentel, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Catarina Castro, Universidade Nova de Lisboa, Portugal  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cirila Cervera Delgado, *Universidad de Guanajuato*, México  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cláudia Neves, Universidade Aberta de Portugal  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cláudia Padovesi Fonseca, Universidade de Brasília-DF  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos, Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof. Dr. David García-Martul, *Universidad Rey Juan Carlos de Madrid*, Espanha  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Deuzimar Costa Serra, Universidade Estadual do Maranhão  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Dina Maria Martins Ferreira, Universidade Estadual do Ceará  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Edith Luévano-Hipólito, *Universidad Autónoma de Nuevo León*, México  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Eduarda Maria Rocha Teles de Castro Coelho, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal  
Prof. Dr. Eduardo Eugênio Spers, Universidade de São Paulo  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhoras, Universidade Federal de Roraima, Brasil  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elvira Laura Hernández Carballido, *Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo*, México



Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Emilas Darlene Carmen Lebus, *Universidad Nacional del Nordeste/ Universidad Tecnológica Nacional, Argentina*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Erla Mariela Morales Morgado, *Universidad de Salamanca, Espanha*  
Prof. Dr. Ernesto Cristina, *Universidad de la República, Uruguay*  
Prof. Dr. Ernesto Ramírez-Briones, *Universidad de Guadalajara, México*  
Prof. Dr. Gabriel Díaz Cobos, *Universitat de Barcelona, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Gabriela Gonçalves, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), Portugal  
Prof. Dr. Geoffroy Roger Pointer Malpass, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Gladys Esther Leoz, *Universidad Nacional de San Luis, Argentina*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Glória Beatriz Álvarez, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*  
Prof. Dr. Gonçalo Poeta Fernandes, Instituto Politécnico da Guarda, Portugal  
Prof. Dr. Gustavo Adolfo Juarez, *Universidad Nacional de Catamarca, Argentina*  
Prof. Dr. Håkan Karlsson, *University of Gothenburg, Suécia*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Iara Lúcia Tescarollo Dias, Universidade São Francisco, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Isabel del Rosario Chiyon Carrasco, *Universidad de Piura, Peru*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Isabel Yohena, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*  
Prof. Dr. Ivan Amaro, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Brasil  
Prof. Dr. Iván Ramon Sánchez Soto, *Universidad del Bío-Bío, Chile*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Ivânia Maria Carneiro Vieira, Universidade Federal do Amazonas, Brasil  
Prof. Me. Javier Antonio Alborno, *University of Miami and Miami Dade College, Estados Unidos*  
Prof. Dr. Jesús Montero Martínez, *Universidad de Castilla - La Mancha, Espanha*  
Prof. Dr. João Manuel Pereira Ramalho Serrano, Universidade de Évora, Portugal  
Prof. Dr. Joaquim Júlio Almeida Júnior, UniFIMES - Centro Universitário de Mineiros, Brasil  
Prof. Dr. Jorge Ernesto Bartolucci, *Universidad Nacional Autónoma de México, México*  
Prof. Dr. José Cortez Godinez, Universidad Autónoma de Baja California, México  
Prof. Dr. Juan Carlos Cancino Diaz, Instituto Politécnico Nacional, México  
Prof. Dr. Juan Carlos Mosquera Feijoo, *Universidad Politécnica de Madrid, Espanha*  
Prof. Dr. Juan Diego Parra Valencia, *Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín, Colômbia*  
Prof. Dr. Juan Manuel Sánchez-Yáñez, *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México*  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil  
Prof. Dr. Leinig Antonio Perazolli, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Livia do Carmo, Universidade Federal de Goiás, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Luciane Spanhol Bordignon, Universidade de Passo Fundo, Brasil  
Prof. Dr. Luis Fernando González Beltrán, *Universidad Nacional Autónoma de México, México*  
Prof. Dr. Luis Vicente Amador Muñoz, *Universidad Pablo de Olavide, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Macarena Esteban Ibáñez, *Universidad Pablo de Olavide, Espanha*  
Prof. Dr. Manuel Ramiro Rodríguez, *Universidad Santiago de Compostela, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Márcia de Souza Luz Freitas, Universidade Federal de Itajubá, Brasil  
Prof. Dr. Marcos Augusto de Lima Nobre, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil  
Prof. Dr. Marcos Vinicius Meiado, Universidade Federal de Sergipe, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Mar Garrido Román, *Universidad de Granada, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Margarida Márcia Fernandes Lima, Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria Aparecida José de Oliveira, Universidade Federal da Bahia, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria Carmen Pastor, *Universitat Jaume I, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria do Céu Caetano, Universidade Nova de Lisboa, Portugal  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria do Socorro Saraiva Pinheiro, Universidade Federal do Maranhão, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria Lúcia Pato, Instituto Politécnico de Viseu, Portugal



Prof.ª Dr.ª Maritza González Moreno, *Universidad Tecnológica de La Habana*, Cuba  
Prof.ª Dr.ª Mauriceia Silva de Paula Vieira, Universidade Federal de Lavras, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Ninfa María Rosas-García, Centro de Biotecnología Genómica-Instituto Politécnico Nacional, México  
Prof.ª Dr.ª Odara Horta Boscolo, Universidade Federal Fluminense, Brasil  
Prof. Dr. Osbaldo Turpo-Gebera, *Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa*, Peru  
Prof.ª Dr.ª Patrícia Vasconcelos Almeida, Universidade Federal de Lavras, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Paula Arcoverde Cavalcanti, Universidade do Estado da Bahia, Brasil  
Prof. Dr. Rodrigo Marques de Almeida Guerra, Universidade Federal do Pará, Brasil  
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares, Universidade Federal do Piauí, Brasil  
Prof. Dr. Sergio Bitencourt Araújo Barros, Universidade Federal do Piauí, Brasil  
Prof. Dr. Sérgio Luiz do Amaral Moretti, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Sílvia Inés del Valle Navarro, *Universidad Nacional de Catamarca*, Argentina  
Prof.ª Dr.ª Solange Kazumi Sakata, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares. Universidade de São Paulo (USP), Brasil  
Prof.ª Dr.ª Stanislava Kashtanova, *Saint Petersburg State University*, Russia  
Prof.ª Dr.ª Teresa Cardoso, Universidade Aberta de Portugal  
Prof.ª Dr.ª Teresa Monteiro Seixas, Universidade do Porto, Portugal  
Prof. Dr. Valter Machado da Fonseca, Universidade Federal de Viçosa, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Vanessa Bordin Viera, Universidade Federal de Campina Grande, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Vera Lúcia Vasilévski dos Santos Araújo, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil  
Prof. Dr. Wilson Noé Garcés Aguilar, *Corporación Universitaria Autónoma del Cauca*, Colômbia  
Prof. Dr. Xosé Somoza Medina, *Universidad de León*, Espanha

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

E82 Estudos em Ciências Exatas e da Terra: Desafios, Avanços e Possibilidades / Organizador Alireza Mohebi Ashtiani. – Curitiba, PR: Artemis, 2023.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Digital Editions

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

Edição bilíngue

ISBN 978-65-87396-74-3

DOI 10.37572/EdArt\_240223743

1. Ciências exatas e da terra – Pesquisa – Brasil. I. Ashtiani, Alireza Mohebi.

CDD 509

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**



## APRESENTAÇÃO

As ciências exatas e da terra têm uma importância muito especial e são consideradas a origem e a base principal do progresso de outras áreas de conhecimento, que ganharam destaque com a evolução tecnológica e a complexidade dos desafios humanos.

De modo geral, pode-se dizer que as importantes conquistas dos séculos passados e atuais se devem à atuação e ao avanço do campo das ciências exatas e da terra, que, através de desafios, situações e aplicações, avançaram e cruzaram as fronteiras tradicionais de outras áreas de conhecimento, resolvendo problemas complexos que abrangem diversas áreas: a isto chamamos “interdisciplinaridade”.

Diante dessa realidade, o primeiro volume de **“Estudos em Ciências Exatas e da Terra: Desafios, Avanços e Possibilidades”** publicado pela Editora Artemis e apresentado em 10 capítulos, tem por objetivo dar um panorama geral dos desafios, avanços e possibilidades que envolvem essa área de conhecimento, tanto na teoria quanto na prática.

Os trabalhos aqui apresentados, de pesquisadores de diversos países, entre eles Argentina, Brasil, México, Paraguai, Portugal e Rússia, oferecem aos leitores e interessados a oportunidade de ampliar seus conhecimentos e adquirir uma visão mais profunda da área.

Alireza Mohebi Ashtiani

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

APLICACIÓN DE LA BIOMASA DE LA CÁSCARA DE AGUACATE (*Persea americana*) PARA LA ELIMINACIÓN DE CROMO (VI) DE AGUAS CONTAMINADAS

Ismael Acosta Rodríguez  
Adriana Rodríguez Pérez  
Juan Fernando Cárdenas González  
Víctor Manuel Martínez Juárez

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2402237431](https://doi.org/10.37572/EdArt_2402237431)

### **CAPÍTULO 2..... 10**

CARACTERIZAÇÃO QUÍMICA DE EXTRATOS BRUTOS OBTIDOS DE DOIS FUNGOS ENDOFÍTICOS ISOLADOS DE *COCHLOSPERMUM REGIUM*

João Vitor Fonseca Montel  
Gleys Kellen Aquino Moraes  
Sara Bruna Souza Dantas  
Vanessa Mara Chapla

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2402237432](https://doi.org/10.37572/EdArt_2402237432)

### **CAPÍTULO 3..... 18**

COMPARACIÓN DEL CONTENIDO FENÓLICO EN MUESTRAS DE TÉ NEGRO Y VERDE COMERCIALES MEDIANTE EL MÉTODO DE FOLIN-CIOCALTEU

Daniela Yusbizareth Rodríguez Jiménez  
Candy Andreina Montaña Pérez  
Martha Edith Cansino Marentes  
Rogelio Fernández Argüelles  
Javier German Rodríguez Carpena  
Gabriela María Ávila Villarreal

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2402237433](https://doi.org/10.37572/EdArt_2402237433)

### **CAPÍTULO 4..... 24**

QUÍMICA: DESARROLLANDO ENSEÑANZA VIRTUAL EN LA PANDEMIA

Susana Juanto  
Gerónimo Prado  
Lucas Emanuel Mardones

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2402237434](https://doi.org/10.37572/EdArt_2402237434)

**CAPÍTULO 5..... 36**

VARIACIÓN EN EL CARBONO ORGÁNICO DEL SUELO EN DISTINTOS SISTEMAS PRODUCTIVOS: CONSECUENCIAS AMBIENTALES Y PRODUCTIVAS PARA EL SO BONAERENSE

Nico Digüero  
M.A. Luna  
L.M. Molina  
H.J. Hernández  
P.I. Pesatti  
G.M. González

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2402237435](https://doi.org/10.37572/EdArt_2402237435)

**CAPÍTULO 6..... 43**

STUDY OF MECHANICAL BEHAVIOUR AND CORRELATIONS WITH PHYSICAL AND CHEMICAL PROPERTIES OF SOLID CERAMIC BRICKS IN ASUNCIÓN

Roberto Alejandro Rojas Holden  
Juan de Dios Jacobo

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2402237436](https://doi.org/10.37572/EdArt_2402237436)

**CAPÍTULO 7..... 63**

COMPARISON OF ANALYTICAL AND NUMERICAL SOLUTIONS TO THE STRESSES PROBLEM IN A CYLINDRICAL SHELL WITH A CIRCULAR HOLE

Stanislava V Kashtanova  
Alexey V Rzhonsnitskiy

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2402237437](https://doi.org/10.37572/EdArt_2402237437)

**CAPÍTULO 8.....70**

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ALTIMÉTRICOS MEDIANTE LA ARTICULACIÓN ENTRE CÁTEDRAS DE DISTINTAS ÁREAS

Claudio Eduardo Justo  
Viviana Angélica Costa

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2402237438](https://doi.org/10.37572/EdArt_2402237438)

**CAPÍTULO 9.....79**

CARACTERIZACIÓN DE LA CORTEZA DE TRANSICIÓN Y LÍMITE CORTICAL CONTINENTAL-OCEÁNICO EN EL MARGEN CONTINENTAL ARGENTINO

María Alejandra Arecco

Patricia Alejandra Larocca

Francisco Ruiz

Guillermo Domingo Pizarro

María Florencia Canero

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_2402237439](https://doi.org/10.37572/EdArt_2402237439)

**CAPÍTULO 10..... 94**

HYDROLOGICAL CHARACTERISTICS OF THE SUBMARINE GROUNDWATER DISCHARGES AT OLHOS DE ÁGUA, ALGARVE, PORTUGAL – FREEZE PROJECT

Fátima Sousa

Helena Frazão

Judite Fernandes

Dmitri Boutov

Francisco Leitão

Pedro Range

Gabriela Carrara

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_24022374310](https://doi.org/10.37572/EdArt_24022374310)

**SOBRE O ORGANIZADOR.....107**

**ÍNDICE REMISSIVO ..... 108**

## CAPÍTULO 8

### RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ALTIMÉTRICOS MEDIANTE LA ARTICULACIÓN ENTRE CÁTEDRAS DE DISTINTAS ÁREAS

*Data de submissão: 03/02/2023*

*Data de aceite: 17/02/2023*

**Claudio Eduardo Justo**

UIDET: IMApEC

Ciencias Básicas

Facultad de Ingeniería

Universidad Nacional de La Plata

Buenos Aires, Argentina

<https://orcid.org/0000-0003-3576-8071>

**Viviana Angélica Costa**

UIDET: IMApEC

Ciencias Básicas

Facultad de Ingeniería

Universidad Nacional de La Plata

Buenos Aires, Argentina

<https://orcid.org/0000-0003-1782-5378>

**RESUMEN:** La enseñanza del Álgebra Lineal nunca ha resultado tarea sencilla. Especialmente cuando se necesitaba avanzar respecto del ámbito de la manipulación algebraica de las ecuaciones a dotar de significado al proceso construcción de las matrices que conforman dichos sistemas. Para resolver esta circunstancia es que se comenzó en el año 2014 una actividad extracurricular mediante la realización de un trabajo profesional que requiriese el modelado de las observaciones mediante ecuaciones lineales. El trabajo elegido fue el establecimiento de

una red altimétrica en el campus de nuestra Facultad de Ingeniería en la ciudad de La Plata. Una red altimétrica comprende un conjunto de alturas respecto del nivel medio del mar para lugares específicos de una obra. El modelado de los desniveles medidos en función de las alturas es de rápida comprensión. Esto facilitó concentrar la atención de los estudiantes hacia conceptos más abstractos como el déficit de rango y la inconsistencia. Estos se visualizan con mayor naturalidad cuando son trasladados a la situación cotidiana que enfrentaría el ingeniero en una obra. Para esta actividad se recurrió a la articulación entre dos cátedras. Una perteneciente al Área de las Ciencias Básicas donde se estudian los contenidos del álgebra lineal y la segunda perteneciente a la carrera de Ingeniería en Agrimensura donde se estudian las incertidumbres en las mediciones. Las asignaturas pertenecen al segundo año y tercer año respectivamente de la carrera de agrimensura. De esta forma, en un mismo espacio, convivieron y trabajaron estudiantes de distintos años propiciándose la enseñanza entre pares.

**PALABRAS CLAVE:** Álgebra Lineal. Problemas Altimétricos. Articulación entre Cátedras de Ciencias Básicas y de Ingeniería en Agrimensura. Enseñanza entre Pares.

#### 1 INTRODUCCIÓN

En este artículo se presentan los resultados de una actividad de articulación

entre dos Áreas de la Facultad de Ingeniería de la UNLP (FI) que combina tanto la docencia, la investigación, como la extensión, y que se viene desarrollando desde hace dos años (segundo semestre de 2014) en forma continua. La misma consiste en la resolución de una tarea profesional que es de incumbencia del Ingeniero Agrimensor mediante herramientas matemáticas que se enseñan en la asignatura Matemática C del Ciclo Básico (tercer semestre) de esta Facultad, cuyos contenidos corresponden a los de Álgebra Lineal.

La tarea profesional es ofrecida por la cátedra de Cálculo de Compensación (quinto semestre) de la carrera Ingeniero Agrimensor y tiene por objetivo dotar de cotas y sus respectivas incertidumbres a las ménsulas altimétricas (marcas físicas) que existen en muchos de los edificios de la Facultad. Se denominan cotas a las alturas respecto de un nivel tomado como referencia, en este caso, el nivel medio del mar de Mar del Plata (nivel de referencia para la red del Instituto Geográfico Nacional) de las ménsulas empotradas. Para este trabajo se adopta un sistema de alturas topográfico para el cual existe una relación constante entre la variación de alturas geométricas y la variación del potencial gravimétrico. Bajo esta hipótesis se modelan las superficies equipotenciales con esferas concéntricas. Esto deja de ser cierto para puntos lo suficientemente alejados (Wolf y Brinker, 1998).

La resolución del problema requiere modelar matemáticamente una situación real, utilizando herramientas del Álgebra Lineal, en especial, la construcción de matrices, sus operaciones, resolver sistemas de ecuaciones lineales y el emplear el Método de Mínimos Cuadrados ante la presencia inevitable, en esta tarea profesional, de sistemas de ecuaciones lineales inconsistentes. Esta área de la matemática es conocida como de difícil comprensión, por esto, varios investigadores recomiendan, para un mejor aprendizaje, motivar los contenidos desde la geometría y desde la ingeniería aplicada (Carlson, Johnson, Lay & Porter, 1993; Dorier, 2003; Hillel, 2000; Hillel, Sierpinska, & Trgalova, 1999).

El trabajo es realizado por alumnos de Matemática C (tercer semestre), y de Cálculo de Compensación (quinto semestre) de la carrera Ingeniero Agrimensor. También se inscribieron para la actividad algunos estudiantes de las carreras de Ingeniería Civil e Ingeniería Hidráulica, así como un egresado de la carrera de Ingeniero Agrimensor.

Esta actividad, poco frecuente, permite el trabajo entre pares de distintos años, enfocados en resolver conjuntamente un trabajo profesional real con las herramientas matemáticas provistas por las cátedras convocantes.

Como se dijo, se persiguen con esta actividad varios objetivos. Entre ellos, acercar al alumno menos avanzado en la carrera, al modelado de situaciones topográficas

relativamente simples y que lo prepararán para encarar situaciones más complejas. Entendemos el modelado matemático de un problema como un proceso intelectual que incluye las capacidades de estructurar la situación que se va a modelar, traducir la realidad a una estructura matemática, interpretar los modelos matemáticos en términos reales, trabajar con un modelo matemático, reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados, así de este modo lo definen Blomhøj (2008) y de la Fuente Martínez (2009).

Otro de los objetivos, es el de motivar al alumno del Área de Ciencias Básicas, en el aprendizaje de la matemática de una forma diferente a la habitual en esta Área, donde en general los conocimientos se estudian aislados de las demás disciplinas (física y química) y descontextualizados de las distintas especialidades de la ingeniería y del ejercicio profesional. De este modo, el aprendiz, estudia la matemática otorgándole a la misma una utilidad y significado en la resolución de problemas de su carrera arribando naturalmente a una situación de aprendizaje significativo donde se ve enfrentado a problemas reales que debe resolver reemplazando al ejercicio creado con fines didácticos. Las metas constituyen la principal variable que influyen en la motivación. En nuestro caso, se encuentra centrada en la realización de una tarea, que puede dar origen a algunos tipos de motivación, las denominadas de competencia e intrínseca. Según Farías y Pérez (2010), estos tipos de motivación son aquellas por las cuales el estudiante es atrapado por el tema de estudio, o bien por ser de su interés, a veces no tanto por los contenidos sino por los procedimientos que se utilizan para ello, provocando que el aprendiz se sienta a gusto o cómodo con aquello que realiza.

Para los alumnos avanzados, el desarrollo de la actividad propuesta, tiene por objetivo el de transmitir conocimiento a sus pares menos avanzados. Algunos investigadores afirman que es clave en el proceso educativo generar espacios de este estilo. Se aprende solo, pero también, y sobre todo, con otros, en el diálogo con otros y con el entorno social. De esta forma, trabajar en conjunto entre pares, optimiza el tiempo de aula. También, los alumnos avanzados se relacionan con sus conocimientos anteriores (en este caso, conocimientos matemáticos) permitiéndoles reafirmarlos, ampliarlos, cuestionarlos y hasta ponerlos en duda para proponer nuevas miradas y abordajes.

Finalmente, esta actividad contribuye a integrar y dar continuidad a los contenidos de estudio en las distintas áreas de las carreras, y dar respuesta a los estudiantes a la pregunta ¿Qué puedo hacer con lo que estoy estudiando en mi ejercicio profesional?

## 2 PARTE EXPERIMENTAL

Los participantes de la actividad realizaron el trabajo de campo en el predio de la Facultad de Ingeniería. El problema consistió en determinar las cotas y su incertidumbre estándar para el conjunto de ménsulas de esta Facultad. Se seleccionaron los siguientes puntos del predio: Agrimensura Viejo (Av), Partenón (P), Hidráulica (H), Construcciones (C), Química 1 (Q1), Química 2 (Q2), Decanato (D), Agrimensura Nuevo (An), como se observa en la imagen satelital de la Figura 1.

El Área Departamental Agrimensura proveyó el instrumental utilizado: varios equipos de nivelación automáticos de marca Sokkia, con sus respectivos trípodes y miras. A pedido de los alumnos se utilizó también un equipo digital, de última generación, con miras con código de barras.

Antes de iniciar la medición, se determinó la influencia del error instrumental en las observaciones, dado que el modelo matemático de las mismas no incluye la existencia del error instrumental. Luego para atenuar cualquier efecto residual se buscó respetar la equidistancia entre la mira y el equipo de nivelación durante todo el trabajo, según la Figura 2.

En esta etapa se hace énfasis en la importancia del correcto entendimiento del problema para poder modelar las observaciones apropiadamente.

Con el instrumental utilizado y las consideraciones mencionadas, los participantes midieron las diferencias de alturas desde Av a P, de P a H, de H a C, de C a Q2, de Q2 a D, de D a Q1, de Q1 a An y de An a Av (Cuadro 1).

Figura 1: Puntos seleccionados en el campus de la Facultad de Ingeniería.

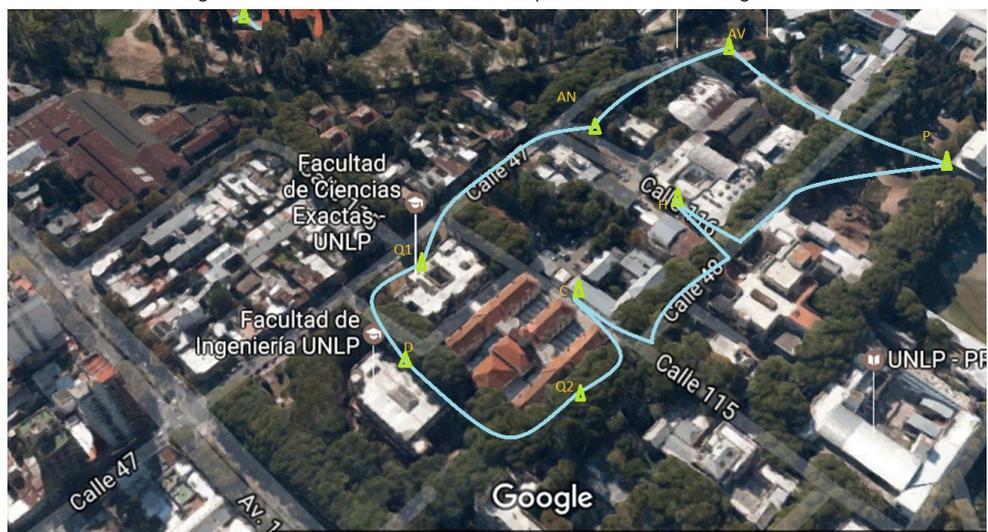


Figura 2. Esquema de trabajo.



### 3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Luego de realizar la experimentación y obtenidas las mediciones del Cuadro 1, los participantes proceden a resolver el problema. Para ello cada tramo medido lo modelan matemáticamente mediante una ecuación lineal.

Cuadro 1. Diferencias de alturas observadas.

Edificio	Nomenclatura	Tramo	$\Delta h$
Agrimensura Viejo	Av	Av a P	+0.273m
Partenón	P	P a H	+1.606m
Hidráulica	H	H a C	+0.832m
Construcciones	C	C a Q2	+0.920m
Química 2	Q2	Q2 a D	-0.378m
Decanato	D	D a Q1	-0.108m
Química 1	Q1	Q1 a An	-0.858m
Agrimensura Nuevo	An	An a Av	-2.296m

Por ejemplo, para el primer tramo, entre el viejo edificio del Área Departamental Agrimensura y el Partenón proponen la ecuación

$$P - Av = 0.273$$

De esta forma logran un sistema de ecuaciones lineales del que se querrá obtener su solución, que en notación matricial tiene la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Av \\ P \\ H \\ C \\ Q2 \\ D \\ Q1 \\ An \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.273 \\ 1.606 \\ 0.832 \\ 0.920 \\ -0.378 \\ -0.108 \\ -0.858 \\ -2.296 \end{pmatrix}$$

La matriz del sistema y el término independiente son cargados en el software GeoGebra, que es libre, de fácil uso y acepta realizar cálculos matriciales dispuestos

como en una planilla de cálculo. Denotan  $A$ , a la matriz del sistema,  $X$  el vector de las incógnitas y  $b$  al vector del término independiente, para luego proceder con la búsqueda de su resolución. Para ello, analizan el sistema de ecuaciones, encontrando que la matriz  $A$  es singular (no invertible) con lo cual el sistema es compatible indeterminado o no tiene solución. Es decir que no existe ningún vector  $X$  tal que  $A.X$  sea igual a  $b$ . En este caso, el sistema no admite solución, porque el término independiente no es combinación lineal de las columnas de la matriz, o lo que es equivalente a decir que el vector  $b$  no pertenece al espacio columna de la matriz  $A$ . Esto es debido a que la suma de los desniveles, que debería ser cero, no lo es, por deberse la toma de observaciones a un proceso aleatorio. Entonces, en estos casos de incompatibilidad, se busca una alternativa que dé respuesta al problema.

El método de Mínimos Cuadrados es una de ellas. Consiste en hallar la “mejor solución  $X$ ” al sistema de ecuaciones lineales incompatible  $A.X=b$ ,  $A$  de orden  $m \times n$  y  $b$  de orden  $m \times 1$ . Con “mejor solución” se refiere a que se busca  $X_0$  en  $R^n$  tal que verifique lo siguiente en norma 2:

$$\min_{X_0} \|A.X_0 - b\|$$

Denominando en este caso residuo al vector:

$$r = A.X_0 - b.$$

De esta manera el modelo lineal expresa la relación entre las observaciones y parámetros (cotas), incluyendo un residuo  $r$  de modo que por ejemplo la primera ecuación sería de la forma:

$$P - Av = 0.273 + r_{P-Av}$$

Para cualquier  $X \in R^n$ ,  $A.X$  es combinación lineal de las columnas de  $A$ , por lo que entonces el método busca el vector  $X_0$  que es combinación de las columnas de  $A$  que sea más “cercano” a  $b$ . Esto ocurre cuando  $A.X_0$  es la proyección ortogonal de  $b$  sobre el espacio columna de  $A$ , es decir que el vector  $(b - A.X_0)$  es ortogonal al vector  $A.Y$ ,  $\forall Y \in R^n$ . Entonces el producto escalar entre  $A.Y$  por  $(b - A.X_0)$  debe ser cero,  $\forall Y \in R^n$ : Se obtiene entonces:

$$Y^t A^t (b - A.X_0) = 0 \quad \forall Y \in R^n$$

$$Y^t A^t v = 0 \quad \forall Y \in R^n$$

Entonces:

$$Y^t (A^t.b - A^t.A.X_0) = 0 \quad \forall Y \in R^n$$

Se deduce que:

$$A^t A \cdot X_0 = A^t b$$

Al sistema de ecuaciones anterior se lo denomina sistema de ecuaciones normales (Lay, & Murrieta, 2007; Strang, 2007). Tal sistema es compatible determinado si la matriz  $A^t A$  es no singular y entonces en este caso la solución del sistema sería única e igual a:

$$X_0 = (A^t A)^{-1} A^t \cdot b$$

Pero en este problema la matriz  $A$  de coeficientes del sistema es singular. Entonces utilizando el dato conocido de la cota de  $Av=15,914m$  la reemplazan en el sistema y se obtiene uno nuevo cuya matriz de coeficientes tiene sus columnas linealmente independientes, lo que asegurará que la matriz  $A^t A$  sea no singular.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P \\ H \\ C \\ Q2 \\ D \\ Q1 \\ An \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16.187 \\ 1.606 \\ 0.832 \\ 0.920 \\ -0.378 \\ -0.108 \\ -0.858 \\ -18.296 \end{pmatrix}$$

Proceden entonces a hallar la solución del sistema de ecuaciones normales con este último sistema (incompatible), pero con columnas linealmente independientes, que denominaremos  $A^* \cdot X^* = b^*$ , obteniendo los valores para las cotas (Cuadro 2).

Cuadro 2. Cotas encontradas.

Edificio	Cotas (m)
Agrimensura Viejo	15.914
Partenón	16.188
Hidráulica	17.795
Construcciones	18.628
Química 2	19.549
Decanato	19.172
Química 1	19.065
Agrimensura Nuevo	18.208

Encontrado el vector solución, calculan el vector de residuos  $r=A \cdot X - b$ , que es constante e igual a  $r= (0.0011, 0.0011, 0.0011, 0.0011, 0.0011, 0.0011, 0.0011, 0.0011)^t$  y su norma 2 es  $\|A \cdot X - b\| = 0.0031$ .

Con estos resultados es posible comenzar un análisis estadístico de los mismos y que aportarán un conocimiento acerca de la variabilidad esperada de un trabajo realizado en similares condiciones.

## 4 CONCLUSIONES

Los resultados observados en esta actividad son de diversa índole académico:

- **Áulicos:** se dotó a los alumnos de un espacio donde desarrollar un trabajo continuo y progresivo durante dos años consecutivos en el estudio de contenidos que permiten la resolución de un trabajo profesional. Para los docentes implicó un acercamiento de los saberes que imparten y la posibilidad de desarrollar mejores estrategias de enseñanza.
- **Curriculares:** esta actividad permitió ver la necesidad de abordar en el grado, el estudio de sistemas de ecuaciones lineales sobre-determinados y del método de Mínimos Cuadrados.
- **Monitoreo/seguimiento de los estudiantes:** se logró observar la poca continuidad de los estudiantes de Ingeniero Agrimensor en la carrera durante el período trabajado: primer semestre 2015 al primer semestre 2016.
- **Presentación a congresos:** los primeros resultados fueron presentados en el XIX EMCI Nacional, XI Internacional, San Nicolás de los Arroyos en el año 2015.
- **Difusión y extensión:** se ofreció este espacio a la matrícula profesional por medio del Colegio de Distrito V del Consejo Profesional de Agrimensura. Se contó con la participación de un matriculado. Esta actividad profesional no se realizaba anteriormente como trabajo curricular en la carrera de Ingeniero Agrimensor.
- **Otros:** los resultados obtenidos de las ménsulas sirven de referencia para las diferentes tareas docentes de las asignaturas vinculadas a la Topografía y como material didáctico para quienes deseen trabajar con datos reales.
- La Facultad contará con una actualización permanente de su red altimétrica.

## BIBLIOGRAFÍA

Blomhøj, M. (2008). Modelización matemática-una teoría para la práctica. *Revista de Educación Matemática*, 23(2).

Carlson, D., Johnson, C. R., Lay, D. C., & Porter, A. D. (1993). The Linear Algebra Curriculum Study Group recommendations for the first course in linear algebra. *The College Mathematics Journal*, 24(1), 41-46.

de la Fuente Martínez, C. (2009). Modelos matemáticos, resolución de problemas y proceso de creación y descubrimiento en matemáticas. *Conexiones y aprovechamiento didáctico en secundaria. Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas*, 123-154.

Dorier, J. L. (2003). Teaching linear algebra at university. *arXiv preprint math/0305018*.

Fariás, D., & Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. *Formación universitaria*, 3(6), 33-40.

Hillel, J. (2000). Modes of description and the problem of representation in linear algebra. In *On the teaching of linear algebra* (pp. 191-207). Springer Netherlands.

Hillel, J., Sierpiska, A., & Trgalova, J. (1999). Teaching and Learning Linear Algebra with Cabri. *PME 23 Proceedings*.

Lay, D. C., & Murrieta, J. M. (2007). *Algebra lineal y sus aplicaciones*. J. E. M. Murrieta (Ed.). Pearson educación.

Strang, G. S. (2007). *Algebra lineal y sus aplicaciones*. Thomson.

Wolf P., Brinker R. (1998). *Topografía*. Alfaomega.

## SOBRE O ORGANIZADOR

**Alireza Mohebi Ashtiani** possui graduação em bacharelado em Matemática, Matemática Aplicada, pela Amirkabir University of Technology (Polytechnic of Tehran), Teerã/Irã (2003), mestrado em Matemática Aplicada pelo Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan/Irã (2005) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) na área de Automação (2012). Foi bolsista de Pós-doutorado Júnior do CNPq no Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC/UNICAMP) e bolsista de Pós-doutorado da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) na Faculdade de Ciências Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas (FCA/UNICAMP). Desde 2013 é docente vinculado ao Departamento Acadêmico de Matemática do Campus Londrina da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), e atualmente, docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UTFPR, Campus Cornélio Procopio.

Alireza Mohebi Ashtiani

<http://lattes.cnpq.br/5025709771742662>

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Agrimensura 70, 73, 74, 76, 77

Algarve 94, 95, 96, 97, 99, 104, 105, 106

Algebra Lineal

Álgebra Lineal 70, 71, 78

Antioxidantes 11, 16, 19

Articulación entre Cátedras de Ciencias Básicas y de Ingeniería en Agrimensura 70

### B

Bending 43, 54, 55, 57

Bioadsorción 1, 2, 4, 5

Biomosas naturales 2, 3, 6

Borde Oceánico-Continental 80, 82

### C

Camellia sinensis 18, 19, 23

Carbono orgánico 36, 37, 38, 39

Cerrado 10, 11, 16

Circular cutout 63, 69

Cochlospermum regium 10, 11, 12, 17

Compression 43, 44, 47, 50, 54, 56, 57, 59, 60

Corteza Continental-Oceánica De Transición 80

Cromo (VI) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

CTD 95, 97, 98, 99, 101, 102, 103, 104, 106

Cylindrical shell 63, 64, 69

### E

Enseñanza entre Pares 70

Enseñanza presencial 25

Enseñanza virtual 24, 25, 34

Evaluaciones virtuales 25

Experimentos caseros 25, 26, 28, 29, 30, 35

## F

Flavonoides 19

Fungos endofíticos 10, 11, 12, 15, 16, 17

## L

Low walls 43, 44, 45, 47, 56, 57

## M

Margem Continental Argentino 79, 80, 81, 82, 83, 93

Metabólitos secundários 10, 12, 16, 19

Modelado gravimétrico 2D 80, 82, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 91

## O

Olhos de Água 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106

## P

Portugal 94, 95, 105, 106

Problemas Altimétricos 70

## S

Shell theory 63

Submarine Groundwater Discharge (SGD) 95

Suelos 2, 3, 36, 37, 38, 40, 41, 61

## U

Usos y manejos 36, 37, 38, 41