

# CIÊNCIAS SOCIALMENTE APLICÁVEIS:

INTEGRANDO SABERES E  
ABRINDO CAMINHOS

JORGE JOSÉ MARTINS RODRIGUES  
MARIA AMÉLIA MARQUES

(Organizadores)

VOL VII



EDITORA  
ARTEMIS

2022

# CIÊNCIAS SOCIALMENTE APLICÁVEIS:

INTEGRANDO SABERES E  
ABRINDO CAMINHOS

JORGE JOSÉ MARTINS RODRIGUES  
MARIA AMÉLIA MARQUES

(Organizadores)

VOL VII



EDITORA  
ARTEMIS

2022



O conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons Atribuição-Não-Comercial NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Direitos para esta edição cedidos à Editora Artemis pelos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento, desde que sejam atribuídos créditos aos autores, e sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A responsabilidade pelo conteúdo dos artigos e seus dados, em sua forma, correção e confiabilidade é exclusiva dos autores. A Editora Artemis, em seu compromisso de manter e aperfeiçoar a qualidade e confiabilidade dos trabalhos que publica, conduz a avaliação cega pelos pares de todos manuscritos publicados, com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

<b>Editora Chefe</b>	Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira
<b>Editora Executiva</b>	M. <sup>a</sup> Viviane Carvalho Mocellin
<b>Direção de Arte</b>	M. <sup>a</sup> Bruna Bejarano
<b>Diagramação</b>	Elisângela Abreu
<b>Organizadores</b>	Prof. Dr. Jorge José Martins Rodrigues Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Maria Amélia Marques
<b>Imagem da Capa</b>	ciempies
<b>Bibliotecário</b>	Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

#### Conselho Editorial

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ada Esther Portero Ricol, *Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”*, Cuba  
Prof. Dr. Adalberto de Paula Paranhos, Universidade Federal de Uberlândia  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Amanda Ramalho de Freitas Brito, Universidade Federal da Paraíba  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Clara Monteverde, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Júlia Viamonte, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), Portugal  
Prof. Dr. Ángel Mujica Sánchez, *Universidad Nacional del Altiplano*, Peru  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Angela Ester Mallmann Centenaro, Universidade do Estado de Mato Grosso  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Begoña Blandón González, *Universidad de Sevilla*, Espanha  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Carmen Pimentel, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Catarina Castro, Universidade Nova de Lisboa, Portugal  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cirila Cervera Delgado, *Universidad de Guanajuato*, México  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cláudia Padovesi Fonseca, Universidade de Brasília-DF  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cláudia Neves, Universidade Aberta de Portugal  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos, Universidade Federal da Grande Dourados  
Prof. Dr. David García-Martul, *Universidad Rey Juan Carlos de Madrid*, Espanha  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Deuzimar Costa Serra, Universidade Estadual do Maranhão  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Dina Maria Martins Ferreira, Universidade Estadual do Ceará  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Eduarda Maria Rocha Teles de Castro Coelho, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal  
Prof. Dr. Eduardo Eugênio Spers, Universidade de São Paulo  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhoras, Universidade Federal de Roraima, Brasil  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elvira Laura Hernández Carballido, *Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo*, México



Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Emilas Darlene Carmen Lebus, *Universidad Nacional del Nordeste/ Universidad Tecnológica Nacional, Argentina*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Erla Mariela Morales Morgado, *Universidad de Salamanca, Espanha*  
Prof. Dr. Ernesto Cristina, *Universidad de la República, Uruguay*  
Prof. Dr. Ernesto Ramírez-Briones, *Universidad de Guadalajara, México*  
Prof. Dr. Gabriel Díaz Cobos, *Universitat de Barcelona, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Gabriela Gonçalves, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP), Portugal  
Prof. Dr. Geoffroy Roger Pointer Malpass, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Gladys Esther Leoz, *Universidad Nacional de San Luis, Argentina*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Glória Beatriz Álvarez, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*  
Prof. Dr. Gonçalo Poeta Fernandes, Instituto Politécnico da Guarda, Portugal  
Prof. Dr. Gustavo Adolfo Juarez, *Universidad Nacional de Catamarca, Argentina*  
Prof. Dr. Håkan Karlsson, *University of Gothenburg, Suécia*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Iara Lúcia Tescarollo Dias, Universidade São Francisco, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Isabel del Rosario Chiyon Carrasco, *Universidad de Piura, Peru*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Isabel Yohena, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*  
Prof. Dr. Ivan Amaro, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Brasil  
Prof. Dr. Iván Ramon Sánchez Soto, *Universidad del Bío-Bío, Chile*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Ivânia Maria Carneiro Vieira, Universidade Federal do Amazonas, Brasil  
Prof. Me. Javier Antonio Alborno, *University of Miami and Miami Dade College, Estados Unidos*  
Prof. Dr. Jesús Montero Martínez, *Universidad de Castilla - La Mancha, Espanha*  
Prof. Dr. João Manuel Pereira Ramalho Serrano, Universidade de Évora, Portugal  
Prof. Dr. Joaquim Júlio Almeida Júnior, UniFIMES - Centro Universitário de Mineiros, Brasil  
Prof. Dr. Jorge Ernesto Bartolucci, *Universidad Nacional Autónoma de México, México*  
Prof. Dr. José Cortez Godinez, Universidad Autónoma de Baja California, México  
Prof. Dr. Juan Carlos Cancino Diaz, Instituto Politécnico Nacional, México  
Prof. Dr. Juan Carlos Mosquera Feijoo, *Universidad Politécnica de Madrid, Espanha*  
Prof. Dr. Juan Diego Parra Valencia, *Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín, Colômbia*  
Prof. Dr. Juan Manuel Sánchez-Yáñez, *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México*  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Brasil  
Prof. Dr. Leinig Antonio Perazolli, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Livia do Carmo, Universidade Federal de Goiás, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Luciane Spanhol Bordignon, Universidade de Passo Fundo, Brasil  
Prof. Dr. Luis Fernando González Beltrán, *Universidad Nacional Autónoma de México, México*  
Prof. Dr. Luis Vicente Amador Muñoz, *Universidad Pablo de Olavide, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Macarena Esteban Ibáñez, *Universidad Pablo de Olavide, Espanha*  
Prof. Dr. Manuel Ramiro Rodríguez, *Universidad Santiago de Compostela, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Márcia de Souza Luz Freitas, Universidade Federal de Itajubá, Brasil  
Prof. Dr. Marcos Augusto de Lima Nobre, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil  
Prof. Dr. Marcos Vinicius Meiado, Universidade Federal de Sergipe, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Mar Garrido Román, *Universidad de Granada, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Margarida Márcia Fernandes Lima, Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria Aparecida José de Oliveira, Universidade Federal da Bahia, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria Carmen Pastor, *Universitat Jaume I, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria do Céu Caetano, Universidade Nova de Lisboa, Portugal  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria do Socorro Saraiva Pinheiro, Universidade Federal do Maranhão, Brasil  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Maria Lúcia Pato, Instituto Politécnico de Viseu, Portugal

Prof.ª Dr.ª Maritza González Moreno, *Universidad Tecnológica de La Habana*, Cuba  
Prof.ª Dr.ª Mauriceia Silva de Paula Vieira, Universidade Federal de Lavras, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Odara Horta Boscolo, Universidade Federal Fluminense, Brasil  
Prof. Dr. Osbaldo Turpo-Gebera, *Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa*, Peru  
Prof.ª Dr.ª Patrícia Vasconcelos Almeida, Universidade Federal de Lavras, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Paula Arcoverde Cavalcanti, Universidade do Estado da Bahia, Brasil  
Prof. Dr. Rodrigo Marques de Almeida Guerra, Universidade Federal do Pará, Brasil  
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares, Universidade Federal do Piauí, Brasil  
Prof. Dr. Sergio Bitencourt Araújo Barros, Universidade Federal do Piauí, Brasil  
Prof. Dr. Sérgio Luiz do Amaral Moretti, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Silvia Inés del Valle Navarro, *Universidad Nacional de Catamarca*, Argentina  
Prof.ª Dr.ª Solange Kazumi Sakata, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares. Universidade de São Paulo (USP), Brasil  
Prof.ª Dr.ª Teresa Cardoso, Universidade Aberta de Portugal  
Prof.ª Dr.ª Teresa Monteiro Seixas, Universidade do Porto, Portugal  
Prof. Dr. Valter Machado da Fonseca, Universidade Federal de Viçosa, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Vanessa Bordin Viera, Universidade Federal de Campina Grande, Brasil  
Prof.ª Dr.ª Vera Lúcia Vasilévski dos Santos Araújo, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil  
Prof. Dr. Wilson Noé Garcés Aguilar, *Corporación Universitaria Autónoma del Cauca*, Colômbia

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

C569 Ciências socialmente aplicáveis [livro eletrônico] : integrando saberes e abrindo caminhos: vol. VII / Organizadores Jorge José Martins Rodrigues, Maria Amélia Marques. – Curitiba, PR: Artemis, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

Edição bilíngue

ISBN 978-65-87396-72-9

DOI 10.37572/EdArt\_171222729

1. Ciências sociais aplicadas – Pesquisa – Brasil. 2. Abordagem interdisciplinar do conhecimento. I. Rodrigues, Jorge José Martins. II. Marques, Maria Amélia.

CDD 307

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**



## APRESENTAÇÃO

O sétimo volume desta coleção continua a tradição de ser um livro de temáticas emergentes interdisciplinares e transdisciplinares no campo das ciências sociais aplicadas. Interdisciplinares porque cruzam várias disciplinas do saber e transdisciplinares pela diversidade de campos do conhecimento abrangidos.

À semelhança dos anteriores volumes, a metodologia seguida na organização deste volume, podendo ser discutível, privilegiou a relevância e atualidade dos artigos, o recurso a diferentes metodologias e técnicas de investigação em ciências sociais aplicadas; o estudo de casos internacionais e nacionais, bem como a multidisciplinaridade dos estudos.

Nesse quadro, o presente volume tem como tema Saúde, Cultura e Consumo e encontra-se em torno de quatro eixos: Saúde, Cultura, Finanças e Distribuição. Na construção da estrutura de cada eixo procurou-se seguir uma lógica em que cada artigo possa contribuir para uma melhor compreensão do artigo seguinte, gerando-se um fluxo de conhecimento acumulado que se pretende fluido e em espiral crescente.

Assim, a Saúde agrupa um conjunto de cinco artigos que se preocupam com o tema. A saúde é um bem comum transversal às sociedades, o que permite movimentos transnacionais dos pacientes, seja por motivos de esperança média de vida, tratamentos específicos geograficamente localizados ou experiências forçadas devido a pandemias.

A Cultura junta sete artigos relacionados. A cultura é um património imaterial das sociedades, que permite compreender os povos, sendo o resultado de paz e ações passadas e repensadas por aqueles, com implicações nas relações internacionais, culturais, patrimoniais, etnográficas e de trabalho, com impacto na economia dos países.

As Finanças juntam um conjunto de cinco artigos. Os projectos de investimento, na óptica puramente financeira deverão ser rentáveis. Esta avaliação privilegia os esforços efectuados em investigação, inovação e *design*, na geração de fluxos de tesouraria, sob pena de as organizações criadas entrarem em falência antes do termo do mesmo.

A Distribuição junta um conjunto de quatro artigos que exploram o estímulo ao consumo. Este estímulo passa pela publicidade e pelo uso de novas tecnologias, o que gera novas soluções para os canais de distribuição com impacto na economia.

Com a disponibilização deste livro e seus artigos esperamos que os mesmos gerem inquietude intelectual e curiosidade científica, procurando a satisfação de novas necessidades e descobertas, motor de todas as fontes de inovação.

Jorge Rodrigues, ISCAL/IPL, Portugal  
Maria Amélia Marques, ESCE/IPS, Portugal

## SUMÁRIO

### SAÚDE, CULTURA E CONSUMO: DESAFIOS PARA A SUSTENTABILIDADE

#### SAÚDE

#### **CAPÍTULO 1..... 1**

EXPERIENCIAS DEL CONFINAMIENTO ENTRE JÓVENES UNIVERSITARIOS:  
LOS EFECTOS EMOCIONALES Y SOCIALES DE UN AÑO DE ENCIERRO POR LA  
PANDEMIA DE COVID-19

José Guadalupe Rivera González

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712227291](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712227291)

#### **CAPÍTULO 2..... 29**

LÍTIO – UMA HISTÓRIA DESDE A GOTA À PSIQUIATRIA

Joaquim José Oliveira de Sá Couto

Joana Filipa Cavaco Rodrigues

Bruno Afonso da Luz

Tiago Ventura Gil Pereira

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712227292](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712227292)

#### **CAPÍTULO 3..... 35**

DESASTRE DEMOGRÁFICO EN PERÚ OCASIONADO POR EL COVID-19

Luis Alberto Meza Santa Cruz

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712227293](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712227293)

#### **CAPÍTULO 4..... 50**

CENTRO INTEGRAL DE AYUDA PARA LA MUJER MALTRATADA EN TEPIC, NAYARIT,  
MEXICO

Bertha Alicia Arvizu López

Rosalva Enciso Arámbula

Gabriel Zepeda Martínez

Juana Evangelina Duarte Reynoso

Nicolás Daniel Lora Ledón

Mayra Elena Fonseca Avalos

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712227294](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712227294)

**CAPÍTULO 5..... 69**

ESTUDOS DE CASO COM APLICAÇÃO DO MODELO DINÂMICO DE AVALIAÇÃO E INTERVENÇÃO FAMILIAR

Dora Margarida Ribeiro Machado

Maria Cristina Pinto Mendes

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712227295](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712227295)

**CULTURA**

**CAPÍTULO 6..... 83**

DISCURSOS DE PAZ DEL NOBEL JUAN MANUEL SANTOS

Liliana Gómez

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712227296](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712227296)

**CAPÍTULO 7 ..... 100**

PENSAMENTO, CRIAÇÃO ARTÍSTICA E CRIAÇÃO HUMANA

António Manuel Rodrigues Oliveira

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712227297](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712227297)

**CAPÍTULO 8.....107**

ECONOMÍA Y GEOPOLÍTICA: LA RELACIÓN ENTRE CHINA Y ASIA CENTRAL

Javier Fernando Luchetti

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712227298](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712227298)

**CAPÍTULO 9..... 120**

TOWARDS REGENERATIVE CULTURES AND METANARRATIVES IN GIRONA: A TRANSITION NARRATIVE-DESIGN CASE STUDY

Jan Ferrer i Picó

Bas van den Berg

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712227299](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712227299)

**CAPÍTULO 10.....139**

IMAGEN DE VALPARAÍSO, PATRIMONIO DE INMIGRANTES DEL SIGLO XIX Y PRINCIPIOS DEL XX

Hernán Alejandro Elgueta Strange

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272910](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272910)



**CAPÍTULO 11.....147**

INDIGENAS EN LA CARCEL: LA ARAÑA TEJIENDO SU RED

Enrique Hugo García Valencia

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272911](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272911)

**CAPÍTULO 12 ..... 166**

TRABAJO DOMÉSTICO Y SU IMPACTO EN LA ECONOMÍA MEXICANA

Noemi Alejandra Armenta Sevilla

Gabriel Tapia Tovar

Melissa R. Melgarejo Valdéz

Ramiro González Asta

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272912](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272912)

**FINANÇAS**

**CAPÍTULO 13.....175**

EL FLUJO DE CAJA COMO HERRAMIENTA PARA LOS PROYECTOS DE INVERSIÓN

Pablo Edison Ávila Ramírez

Alexandra Auxiliadora Mendoza Vera

Martha Margarita Minaya Macías

Rubén Hernán Andrade Álvarez

Angélica María Indacochea Vásquez

Gina Gabriela Loor Moreira

Janeth Virginia Intriago Vera

Tito Alexander Cedeño Loor

Jhonny Antonio Ávila Ramírez

Henry Marcelino Pinargote Pinargote

Luis Andrey Aguilar Tapia

Milton Geovanny Zambrano Rivera

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272913](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272913)

**CAPÍTULO 14..... 189**

GENERADOR BINARIO PSEUDOALEATORIO, FORMADO POR LA COMBINACIÓN DE REGISTROS DE DESPLAZAMIENTO CON RETROALIMENTACIÓN NO LINEAL

Andrés Francisco Farías

Germán Antonio Montejano

Ana Gabriela Garis

Pablo Marcelo García  
Andrés Alejandro Farías

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272914](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272914)

**CAPÍTULO 15.....204**

PROJETO DE MICROTURBINAS EÓLICAS: OPORTUNIDADES E DESAFIOS

Silvana dos Santos Ramos  
Luis Henrique Alves Candido

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272915](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272915)

**CAPÍTULO 16.....217**

VALORES CRÍTICOS DE POLINOMIOS HOMOGÊNEOS DE GRADO TRES SOBRE LA  
ESFERA UNIDAD

Julio Cesar Barros  
Victoria Navarro

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272916](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272916)

**CAPÍTULO 17 .....229**

FALÊNCIA EMPRESARIAL, ANÁLISE DISCRIMINANTE E SCORING - UMA VISÃO  
GERAL

Cândido Jorge Peres Moreira  
Mário Alexandre Guerreiro Antão  
Domingos Custódio Cristóvão  
Hélio Miguel Gomes Marques  
Pedro Miguel Baptista Pinheiro  
João Manuel Afonso Geraldès  
Catarina Carvalho Terrinca

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272917](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272917)

**DISTRIBUIÇÃO**

**CAPÍTULO 18.....247**

ESTÍMULO AO CONSUMO: UMA INCITAÇÃO PUBLICITÁRIA COM TRAÇOS  
INVEJOSOS NO COMPORTAMENTO HUMANO

Karen Muzany  
Janaina Vieira de Paula Jordão

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272918](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272918)

**CAPÍTULO 19 .....258**

THE ROLE OF MOBILE BANKING IN THE NEW DIGITAL FINANCIAL FRAMEWORK: A LITERATURE REVIEW

Maria Cristina Quirici

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272919](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272919)

**CAPÍTULO 20 ..... 276**

EXPLORING PHYSICAL STORES IN OMNICHANNEL RETAIL STRATEGY. HOW INTERACTION DESIGN IS CHANGING IN-STORE BEHAVIOR

Francesca Fontana

Manuel Scortichini

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272920](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272920)

**CAPÍTULO 21 .....288**

THE IMPACT OF ECONOMIC POLICY UNCERTAINTY ON UNEMPLOYMENT IN THE UNITED STATES

Dejan Romih

Amir Fekrazad

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122272921](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122272921)

**SOBRE OS ORGANIZADORES .....303**

**ÍNDICE REMISSIVO ..... 304**

## VALORES CRÍTICOS DE POLINOMIOS HOMOGÉNEOS DE GRADO TRES SOBRE LA ESFERA UNIDAD

Data de submissão: 15/11/2022

Data de aceite: 05/12/2022

**Julio Cesar Barros**

Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas  
Departamento de Matemática  
Río Cuarto, Córdoba, Argentina  
CV

<https://orcid.org/0000-0001-6603-7330>

**Victoria Navarro**

Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas  
Departamento de Matemática  
Río Cuarto, Córdoba, Argentina  
<https://orcid.org/0000-0002-8123-5113>

**RESUMEN:** En este trabajo se estudian los valores críticos de ciertos polinomios homogéneos de grado tres sobre la esfera unidad. Estos polinomios tienen la propiedad de ser homogéneos de grado tres y no presentan ni cubos ni cuadrados en ninguna de sus variables. Para resolver el problema usamos el método de los Multiplicadores de Lagrange.

**PALABRAS CLAVE:** Valores críticos. Polinomio homogéneo. Sección normal.

### CRITICAL VALUES OF HOMOGENEOUS POLYNOMIALS OF DEGREE THREE ON THE UNIT SPHERE

**ABSTRACT:** In this paper the critical values of certain homogeneous polynomials of degree three on the unit sphere are studied. These polynomials have the property of being homogeneous of degree three and there are neither cubes nor squares in any of their variables. To solve the problem we use the method of Lagrange Multipliers.

**KEYWORDS:** Critical values. Homogeneous polynomial. Normal section.

### 1 INTRODUCCIÓN

El problema que resolvemos en el presente trabajo es el de encontrar los valores críticos de ciertos polinomios homogéneos de grado tres. Para contextualizar nuestro problema consideremos  $P(X)$  un polinomio definitorio de secciones normales en hipersuperficies isoparamétricas homogéneas (que denotaremos por  $M$ ), de la esfera unidad ver Barros - Sanchez C. U. (2014). Es decir, se desea determinar los valores críticos de  $P(X)$  sujeto a la restricción:  $\|X\|=1$ . Recordemos que si  $f: M \rightarrow \mathbb{R}$  es diferenciable sobre  $M$ , un punto  $p \in M$  se dice *punto crítico* de  $f$  si  $df_p = 0$ . Dado

un número real  $r$  llamamos  $f^{-1}(r)$  el  $r$ -nivel de  $f$ , y decimos que es un *nivel crítico* y que  $r$  es un *valor crítico* de  $f$  si contiene al menos un punto crítico de  $f$ , ver Palais – Terng (2010). Los polinomios  $P(X)$ , que definen secciones normales en hipersuperficies isoparamétricas homogéneas, tienen la propiedad de ser homogéneos de grado tres y no presentan ni cubos ni cuadrados en ninguna de sus variables. La imagen de estos polinomios sobre la esfera unidad del espacio tangente a la variedad  $M$  es un intervalo cerrado  $[-d, d] \subset \mathbb{R}$  donde  $-d$  y  $d$  son el máximo y el mínimo. El primer ejemplo con polinomio de secciones normales  $P(X)$ , no trivial, se obtienen en las bien conocidas *Hipersuperficies de Cartan* y que han sido estudiadas en Sanchez C. U. (2009) y Barros - Sanchez C. U. (2014). En Sanchez C. U. (2009) se establece que el polinomio  $P(X)$  tiene solamente tres valores críticos sobre la esfera unidad, el cero, su máximo y su mínimo. El objetivo del presente trabajo es el de mostrar un método distinto al usado en el trabajo referido al momento de resolver el sistema de ecuaciones que se obtiene al plantear multiplicadores de Lagrange para obtener dichos valores críticos.

## 2 CÁLCULO DE LOS VALORES CRÍTICOS

El problema que deseamos resolver es el siguiente: sea  $P(X)$  polinomio definitorio de secciones normales se desea determinar los valores críticos de  $P(X)$  sujeto a la restricción:  $\|X\|=1$ . Para resolver el problema usamos el método de los Multiplicadores de Lagrange. Supongamos que el vector  $X$  tiene  $n$  componentes, es decir, se piensa  $X = (x_1, \dots, x_n)$ . Entonces, se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{\partial P(X)}{\partial x_1} = 2\lambda x_1 \\ \vdots \\ \frac{\partial P(X)}{\partial x_n} = 2\lambda x_n \\ \|X\|^2 = 1 \end{cases}$$

Por las propiedades de los polinomios  $P(X)$ , ver Sanchez C. U. (2009), se sabe que los valores críticos de estos polinomios se producen cuando  $r = \frac{2}{3}\lambda$ , aquí  $\lambda$  es un multiplicador de Lagrange. Luego,

$$P(X) = \frac{2}{3}\lambda$$

es un nivel crítico. En el problema que resolveremos  $P(X)$  representa el polinomio de secciones normales para hipersuperficies de Cartan en los reales, complejos, cuaterniones y octoniones, los cuales se reescriben como un polinomio sobre el espacio vectorial real.

### 3 LOS POLINOMIOS Y SUS VALORES CRÍTICOS

Los polinomios de secciones normales  $P(X)$ , no triviales, se obtienen en las Hipersuperficies de Cartan que tienen tres curvaturas principales. A estas hipersuperficies las representamos por  $F_R, F_C, F_H$  y  $F_O$  y son variedades banderas completas en los planos proyectivos  $RP^2, CP^2, HP^2$  y  $OP^2$  (planos proyectivos real, complejo, cuaterniónico y Cayley, respectivamente). Las dimensiones de estas variedades son 3, 6, 12 y 24 respectivamente. Ellas son tubos sobre los correspondientes planos proyectivos  $RP^2, CP^2, HP^2$  y  $OP^2$  y además  $F_R \subset F_C \subset F_H \subset F_O$ . Estas variedades son hipersuperficies isoparamétricas en la esfera, usualmente llamadas Hipersuperficies de Cartan. En Sanchez C. U. (2009) y Barros - Sanchez C. U. (2014) se realizó el cálculo de los polinomios de secciones normales para las hipersuperficies de Cartan y se obtuvo:

$$P(X) = 9\sqrt{3}[x_1(x_2x_3) + (\bar{x}_3 \bar{x}_2)\bar{x}_1]$$

donde  $x_j$  es un vector con componentes  $F = R, C, H, O$  para  $j = 1, 2, 3$ . Seguidamente se dan las expresiones de los polinomios en cada caso y calculamos los valores críticos.

#### Caso Real

La expresión explícita de este polinomio, fijando la notación para el vector tangente:  $x_1 = a_0, x_2 = b_0, x_3 = c_0$  resulta,

$$P(X) = 18\sqrt{3}a_0b_0c_0$$

llamamos  $T(X) = \frac{1}{18\sqrt{3}}P(X)$ , el sistema de ecuaciones que se obtiene a partir del método de los multiplicadores de Lagrange para  $T(X)$  es,

$$\begin{cases} b_0c_0 = 2\lambda a_0 \\ a_0c_0 = 2\lambda b_0 \\ a_0b_0 = 2\lambda c_0 \\ a_0^2 + b_0^2 + c_0^2 = 1 \end{cases} \quad (2)$$

Observación: Antes de continuar notemos que al multiplicar por  $a_0$  la primera ecuación de (2), por  $b_0$  la segunda y por  $c_0$  la tercera ecuación se obtiene,

$$a_0b_0c_0 = 2\lambda a_0^2 = 2\lambda b_0^2 = 2\lambda c_0^2$$

de donde si suponemos  $\lambda \neq 0$  y teniendo en cuenta que:  $\|X\|^2 = a_0^2 + b_0^2 + c_0^2 = 1$ , se deduce que:  $a_0^2 + b_0^2 + c_0^2 = \frac{1}{3}$ .

Sean

$$L = \begin{pmatrix} 0 & c_0 & 0 \\ c_0 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{pmatrix}$$

El sistema (2) se puede expresar en la forma

$$LX = \mu X$$

donde hemos llamado  $\mu = 2\lambda$ , con lo cual el vector  $X$  es un autovector asociado al autovalor  $\mu$ . El polinomio característico de la matriz  $L$  resulta,

$$P(\mu) = -\mu(\mu - c_0)(\mu + c_0)$$

Teniendo en cuenta que se satisface  $c_0^2 = \frac{1}{3}$  resultan los siguientes valores para el multiplicador:  $\lambda = 0, \pm \frac{\sqrt{3}}{6}$ . Por lo tanto, los valores críticos para  $P(X)$  se producen cuando  $r = \frac{2}{3}\lambda$ , en este caso son (luego de multiplicar por el factor  $18\sqrt{3}$ ):  $r = 0, \pm 6$

### 3.1 CASO COMPLEJO

Para hallar la expresión explícita del polinomio para el caso complejo se adopta la siguiente notación,

$$X = (x_1, x_2, x_3), \quad x_j \in F = \mathbb{C}$$

donde se piensa

$$x_1 = (a_0, a_1), \quad x_2 = (b_0, b_1), \quad x_3 = (c_0, c_1)$$

por lo tanto, el polinomio resulta,

$$\frac{1}{18\sqrt{3}}P(X) = -a_0b_0c_0 + a_1b_1c_0 + a_0b_1c_1 + a_1b_0c_1$$

como en el caso real de definimos  $T(X) = \frac{1}{18\sqrt{3}}P(X)$ , el sistema de los multiplicadores de Lagrange para  $T(X)$  es,

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1c_1 - b_0c_0 = 2\lambda a_0 \\ b_0c_1 + b_1c_0 = 2\lambda a_1 \\ a_1c_1 - a_0c_0 = 2\lambda b_0 \\ a_0c_1 + a_1c_0 = 2\lambda b_1 \\ a_1b_1 - a_0b_0 = 2\lambda c_0 \\ a_0b_1 + a_1b_0 = 2\lambda c_1 \\ a_0^2 + a_1^2 + b_0^2 + b_1^2 + c_0^2 + c_1^2 = 1, \end{array} \right.$$

Usando un procedimiento similar al empleado para el caso real, se obtiene,

$$a_0^2 + a_1^2 = b_0^2 + b_1^2 = c_0^2 + c_1^2 = \frac{1}{3}$$

Sea  $\mu = 2\lambda$  entonces el sistema se puede expresar en la forma

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -c_0 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & c_0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_0 \\ b_1 \\ c_0 \\ c_1 \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_0 \\ b_1 \\ c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$$

Para calcular el polinomio característico de la matriz

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -c_0 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & c_0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

es decir,

$$Q(\mu) = \det(L - \mu I_6)$$

$$Q(\mu) = \det \begin{pmatrix} -\mu & 0 & -c_0 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu & c_1 & c_0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_1 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & c_0 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_0 & a_1 & -\mu & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_0 & 0 & -\mu \end{pmatrix}$$

de donde obtenemos

$$Q(\mu) = \mu^2 \det \begin{pmatrix} -\mu & 0 & -c_0 & c_1 \\ 0 & -\mu & c_1 & c_0 \\ -c_0 & c_1 & -\mu & 0 \\ c_1 & c_0 & 0 & -\mu \end{pmatrix}$$



Llamando,

$$A = D = \begin{pmatrix} -\mu & 0 \\ 0 & -\mu \end{pmatrix}$$
$$B = C = \begin{pmatrix} -c_0 & c_1 \\ c_1 & c_0 \end{pmatrix}$$

entonces,

$$Q(\mu) = \mu^2 \det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

Considerando  $\mu \neq 0$  y denotando por  $A = -\mu I_2$ . La matriz resulta invertible y entonces se satisface, (ver Ben-Israel - Greville (2003) pág. 30),

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \det(A) \det(D - CA^{-1}B)$$

Observemos que  $A^{-1} = -\frac{1}{\mu} I_2$  y que  $\det(A) = \mu^2$  entonces,

$$Q(\mu) = \mu^4 \det \left( D + \frac{1}{\mu} CB \right)$$

Por lo tanto,

$$P(\mu) = \mu^2 (\mu^2 - (c_0^2 + c_1^2))^2$$

puesto que  $c_0^2 + c_1^2 = \frac{1}{3}$ , los valores de  $\lambda$  resultan:  $\lambda = 0; \pm \frac{\sqrt{3}}{6}$ . Así, para el caso complejo los valores críticos son  $r = 0; \pm 6$ .

### 3.2 CASO CUATERNIÓNICO

La expresión explícita de este polinomio para el caso  $F = \mathbb{H}$ , tomando:

$$X = (x_1, x_2, x_3)$$
$$x_1 = (a_0, a_1, a_2, a_3)$$
$$x_2 = (b_0, b_1, b_2, b_3)$$
$$x_3 = (c_0, c_1, c_2, c_3)$$

resulta,

$$\begin{aligned} \frac{1}{18\sqrt{3}}P(X) = & \\ & -a_0b_0c_0 + a_1b_1c_0 + a_2c_0b_2 + c_0a_3b_3 \\ & + a_0b_1c_1 + a_1b_0c_1 + a_2c_1b_3 - a_3b_2c_1 \\ & + a_0b_2c_2 + b_0a_2c_2 - a_1b_3c_2 + b_1a_3c_2 \\ & + a_0b_3c_3 + a_1b_2c_3 + b_0a_3c_3 - a_2b_1c_3 \end{aligned}$$

definimos  $T(X) = \frac{1}{18\sqrt{3}}P(X)$ , luego el sistema de los multiplicadores de Lagrange es,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial a_i} = 2\lambda a_i, \quad i = 0, \dots, 3 \\ \frac{\partial T}{\partial b_i} = 2\lambda b_i, \quad i = 0, \dots, 3 \\ \frac{\partial T}{\partial c_i} = 2\lambda c_i, \quad i = 0, \dots, 3 \\ \|X\|^2 = \sum_{i=0}^3 a_i^2 + \sum_{i=0}^3 b_i^2 + \sum_{i=0}^3 c_i^2 = 1 \end{array} \right.$$

Como en el caso real y complejo se verifica

$$\sum_{i=0}^3 a_i^2 = \sum_{i=0}^3 b_i^2 = \sum_{i=0}^3 c_i^2 = \frac{1}{3}$$

Considerando

$$B = \begin{pmatrix} -c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ c_1 & c_0 & c_3 & -c_2 \\ c_2 & -c_3 & c_0 & c_1 \\ c_3 & c_2 & -c_1 & c_0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ c_1 & c_0 & -c_3 & c_2 \\ c_2 & c_3 & c_0 & -c_1 \\ c_3 & -c_2 & c_1 & c_0 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} -a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1 & a_0 & -a_3 & a_2 \\ a_2 & a_3 & a_0 & -a_1 \\ a_3 & -a_2 & a_1 & a_0 \end{pmatrix}$$

Si  $\mu=2\lambda$  entonces el sistema de Lagrange se puede expresar en la forma

$$\begin{pmatrix} 0 & B & 0 \\ C & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \end{pmatrix}$$

Para calcular el polinomio característico de la matriz

$$L = \begin{pmatrix} 0 & B & 0 \\ C & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \end{pmatrix}$$

es decir,

$$Q(\mu) = \det(L - \mu I_{12})$$

Este determinante se puede expresar como,

$$Q(\mu) = \det \begin{pmatrix} -\mu I_4 & B & 0 \\ C & -\mu I_4 & 0 \\ 0 & M & -\mu I_4 \end{pmatrix}$$

Luego tenemos,

$$Q(\mu) = \mu^4 \det \begin{pmatrix} -\mu I_4 & B \\ C & -\mu I_4 \end{pmatrix}$$

Llamando  $A=-\mu I_4$  y si suponemos  $\mu \neq 0$  entonces,  $A$  es invertible entonces y se satisface (ver Ben-Israe - Greville (2003) pág. 30),

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \det(A) \det(D - CA^{-1}B)$$

Observemos que  $A^{-1} = -\frac{1}{\mu}I_4$  y que  $\det(A)=\mu^4$  de esta forma,

$$Q(\mu) = \mu^4 \det(A) \det(D - CA^{-1}B)$$

$$Q(\mu) = \mu^8 \det \left( D + \frac{1}{\mu}CB \right)$$

Puesto que

$$D + \frac{1}{\mu}CB = -\mu + \frac{1}{\mu} (c_0^2 + c_1^2 + c_2^2 + c_3^2)^2 I_4$$

Se concluye,

$$Q(\mu) = \mu^4 \left( \mu^2 - (c_0^2 + c_1^2 + c_2^2 + c_3^2) \right)^4$$

y los valores de  $\lambda$  resultan:  $\lambda = 0; \pm \frac{\sqrt{3}}{6}$ . Nuevamente para este caso los valores críticos son:  $r = 0; \pm 6$ .

### 3.3 CASO OCTONIÓNICO

Inspirados en los ejemplos real, complejo y cuaterniónico, se trata en esta sección el caso general. La expresión explícita de este polinomio para el caso  $F = \mathbb{O}$ , fijando la notación:

$$\begin{aligned} X &= (x_1, x_2, x_3) \text{ con } x_j \in F = \mathbb{O} \\ x_1 &= (a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7) \\ x_2 &= (b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7) \\ x_3 &= (c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7) \end{aligned}$$

es,

$$\begin{aligned} \frac{1}{18\sqrt{3}}P(X) = & \\ & -a_0b_0c_0 + a_1b_1c_0 + a_2c_0b_2 + c_0a_3b_3 + c_0a_4b_4 + c_0a_5b_5 + c_0a_6b_6 + c_0a_7b_7 \\ & +a_0b_1c_1 + a_1b_0c_1 + a_2c_1b_3 - a_3b_2c_1 + c_1a_4b_5 - c_1a_5b_4 - c_1a_6b_7 + c_1a_7b_6 \\ & +a_0b_2c_2 + b_0a_2c_2 - a_1b_3c_2 + b_1a_3c_2 + a_4c_2b_6 - c_2b_4a_6 + c_2a_5b_7 - c_2b_5a_7 \\ & +a_0b_3c_3 + a_1b_2c_3 + b_0a_3c_3 - a_2b_1c_3 + a_4c_3b_7 - a_5c_3b_6 - b_4c_3a_7 + c_3a_6b_5 \\ & +a_0b_4c_4 + b_0a_4c_4 - a_1b_5c_4 + b_1a_5c_4 - a_2c_4b_6 + b_2a_6c_4 - a_3c_4b_7 + b_3c_4a_7 \\ & +a_0b_5c_5 + a_1b_4c_5 + b_0a_5c_5 - b_1a_4c_5 - a_2c_5b_7 + a_3b_6c_5 + b_2a_7c_5 - b_3a_6c_5 \\ & +a_0b_6c_6 + b_0a_6c_6 - b_2a_4c_6 + a_1b_7c_6 - b_1a_7c_6 - a_3b_5c_6 + b_3a_5c_6 + a_2b_4c_6 \\ & +a_0b_7c_7 - a_1b_6c_7 + b_0a_7c_7 + a_2b_5c_7 + b_1a_6c_7 + a_3b_4c_7 - b_2a_5c_7 - a_4b_3c_7 \end{aligned}$$

El sistema de Lagrange para  $T(X) = \frac{1}{18\sqrt{3}}P(X)$  resulta,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial a_i} = 2\lambda a_i, \quad i = 0, \dots, 7 \\ \frac{\partial T}{\partial b_i} = 2\lambda b_i, \quad i = 0, \dots, 7 \\ \frac{\partial T}{\partial c_i} = 2\lambda c_i, \quad i = 0, \dots, 7 \\ \|X\|^2 = \sum_{i=0}^7 a_i^2 + \sum_{i=0}^7 b_i^2 + \sum_{i=0}^7 c_i^2 = 1 \end{array} \right.$$

Se verifica que,

$$\sum_{i=0}^7 a_i^2 = \sum_{i=0}^7 b_i^2 = \sum_{i=0}^7 c_i^2 = \frac{1}{3}$$

Consideremos  $\mu = 2\lambda$  y

$$B = \begin{pmatrix} c_0 & -c_1 & -c_2 & -c_3 & -c_4 & -c_5 & -c_6 & -c_7 \\ -c_1 & -c_0 & -c_3 & c_2 & -c_5 & c_4 & c_7 & -c_6 \\ -c_2 & c_3 & -c_0 & -c_1 & -c_6 & -c_7 & c_4 & c_5 \\ -c_3 & -c_2 & c_1 & -c_0 & -c_7 & c_6 & -c_5 & c_4 \\ -c_4 & c_5 & c_6 & c_7 & -c_0 & -c_1 & -c_2 & -c_3 \\ -c_5 & -c_4 & c_7 & -c_6 & c_1 & -c_0 & c_3 & -c_2 \\ -c_6 & -c_7 & -c_4 & c_5 & c_2 & -c_3 & -c_0 & c_1 \\ -c_7 & c_6 & -c_5 & -c_4 & c_3 & c_2 & -c_1 & -c_0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_0 & -c_1 & -c_2 & -c_3 & -c_4 & -c_5 & -c_6 & -c_7 \\ -c_1 & -c_0 & c_3 & -c_2 & c_5 & -c_4 & -c_7 & c_6 \\ -c_2 & -c_3 & -c_0 & c_1 & c_6 & c_7 & -c_4 & -c_5 \\ -c_3 & c_2 & -c_1 & -c_0 & c_7 & -c_6 & c_5 & -c_4 \\ -c_4 & -c_5 & -c_6 & -c_7 & -c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ -c_5 & c_4 & -c_7 & c_6 & -c_1 & -c_0 & -c_3 & c_2 \\ -c_6 & c_7 & c_4 & -c_5 & -c_2 & c_3 & -c_0 & -c_1 \\ -c_7 & -c_6 & c_5 & c_4 & -c_3 & -c_2 & c_1 & -c_0 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 & -a_6 & -a_7 \\ -a_1 & -a_0 & a_3 & -a_2 & a_5 & -a_4 & -a_7 & a_6 \\ -a_2 & -a_3 & -a_0 & a_1 & a_6 & a_7 & -a_4 & -a_5 \\ -a_3 & a_2 & -a_1 & -a_0 & a_7 & -a_6 & a_5 & -a_4 \\ -a_4 & -a_5 & -a_6 & -a_7 & -a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ -a_5 & a_4 & -a_7 & a_6 & -a_1 & -a_0 & -a_3 & a_2 \\ -a_6 & a_7 & a_4 & -a_5 & -a_2 & a_3 & -a_0 & -a_1 \\ -a_7 & -a_6 & a_5 & a_4 & -a_3 & -a_2 & a_1 & -a_0 \end{pmatrix}$$

entonces la expresión matricial del sistema resulta,

$$\begin{pmatrix} 0 & B & 0 \\ C & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \end{pmatrix}$$

Para calcular el polinomio característico de la matriz

$$L = \begin{pmatrix} 0 & B & 0 \\ C & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \end{pmatrix}$$

consideremos,

$$Q(\mu) = \det(L - \mu I_{24})$$

Este determinante se puede expresar como,

$$Q(\mu) = \mu^8 \det \begin{pmatrix} -\mu I_8 & B \\ C & -\mu I_8 \end{pmatrix}$$

Sea  $A = -\mu I_8$ , si suponemos  $\mu \neq 0$ ,  $A$  es invertible entonces se satisface,

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \det(A) \det(D - CA^{-1}B)$$

Teniendo en cuenta que  $A^{-1} = -\frac{1}{\mu} I_8$  y que  $\det(A) = \mu^8$  entonces,

$$\begin{aligned} P(\mu) &= \mu^8 \det(A) \det(D - CA^{-1}B) \\ P(\mu) &= \mu^{16} \det \left( D + \frac{1}{\mu} CB \right) \end{aligned}$$

Sea  $\omega = -\mu + \frac{1}{\mu} (c_0^2 + c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 + c_5^2 + c_6^2 + c_7^2)$  entonces,

$$D + \frac{1}{\mu} CB = \omega I$$

$$Q(\mu) = \mu^8 (\mu^2 - (c_0^2 + c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 + c_5^2 + c_6^2 + c_7^2))^8$$

y los valores de  $\lambda$  resultan:  $\lambda = 0; \pm \frac{\sqrt{3}}{6}$ . Teniendo en cuenta que el factor de rescalado es  $18\sqrt{3}$ , se obtienen los siguientes valores críticos,

$$r = 0; \pm 6$$

## 4 CONCLUSIÓN

En Sanchez C. U. (2009) se establece que el polinomio  $P(x)$  tiene solamente tres valores críticos sobre la esfera unidad: el cero, su máximo y su mínimo, que coinciden con los valores hallados en el presente trabajo, a saber,  $r = 0; \pm 6$ . En este escrito se desarrolla un método que permite el cálculo de los multiplicadores de Lagrange en forma eficiente. Se observa que el método es común en todos los casos independiente del número de indeterminadas del polinomio.

## REFERENCIAS

- Barros J.C. - Sanchez C. U. (2014) Planar Normal Sections and Infinity Laplacian. Revista de la UMA.
- Ben-Israel A. - Greville T. (2003) Generalized inverses: theory and applications, Springer.
- Palais R. - Terng Ch. (2010) Critical point Theory and Submanifol Geometry, Springer Verlag L. N. in Math. 1353.
- Sanchez C. U. (2009) Algebraic sets associated to isoparametric submanifolds. New developments in Lie Theory and Geometry. Contemporary Mathematics, Vol.491.A M S 37-56.

## SOBRE OS ORGANIZADORES

**Jorge Rodrigues** é economista. Licenciado, mestre e doutor em Gestão (ISCTE-IUL), com Agregação (UEuropeia). Mestre e pós-doutorado em Sociologia – ramo sociologia económica das organizações (FCSH NOVA). Professor coordenador com agregação no ISCAL – *Lisbon Accounting and Business School* / Instituto Politécnico de Lisboa, Portugal. Exerceu funções de direção em gestão (planeamento, marketing, comercial, finanças) no setor privado, público e cooperativo. É investigador integrado no Instituto Jurídico Portucalense. Ensina e publica nas áreas de empresa familiar e família empresária, estratégia e finanças empresariais, gestão global, governabilidade organizacional, marketing, planeamento e controlo de gestão, responsabilidade social e ética das organizações.

**Maria Amélia Marques**, Doutora em Sociologia Económica das Organizações (ISEG/ULisboa), Mestre em Sistemas sócio-organizacionais da atividade económica - Sociologia da Empresa (ISEG/ULisboa), Licenciada (FPCE/UCoimbra), Professora Coordenadora no Departamento de Comportamento Organizacional e Gestão de Recursos Humanos (DCOGRH) da Escola Superior de Ciências Empresariais, do Instituto Politécnico de Setúbal (ESCE/IPS), Portugal. Membro efetivo do CICE/IPS – Centro Interdisciplinar em Ciências Empresariais da ESCE/IPS. Membro e Chairman (desde 2019 da ISO-TC260 HRM Portugal. Tem várias publicações sobre a problemática da gestão de recursos humanos, a conciliação da vida pessoal, familiar e profissional, os novos modelos de organização do trabalho, as motivações e expectativas dos estudantes Erasmus e a configuração e dinâmica das empresas familiares. Pertence a vários grupos de trabalho nas suas áreas de interesses.



## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Análise Discriminante 229, 230, 231, 234, 235, 236, 241, 243

Arte 86, 100, 101, 147

Asia Central 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119

### B

Brecha de género 166, 173

### C

Caída del Nivel de Mortalidad 35

Case studies 69, 120, 277, 280, 284, 285

China 9, 10, 39, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 151, 165, 246, 264, 280, 281, 283, 287

Clave 1, 25, 26, 35, 52, 87, 107, 111, 147, 166, 189, 190, 198, 199, 217, 289

Comunicação 73, 77, 79, 80, 81, 212, 247, 248, 256, 257

Confinamiento 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 19, 21, 23, 26, 28

Consumo 23, 101, 114, 116, 170, 171, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 256, 257

Continuidade 230, 239, 241, 244, 246, 253

COVID-19 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 18, 20, 21, 22, 23, 27, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 48, 49, 67, 127, 137, 258, 263, 264, 265, 271, 272, 273, 274, 277, 289, 293, 294, 298, 299, 300

Covid-19 crisis 258, 264, 273

Criação 100, 101, 102, 103, 104, 231, 237

### D

Decisiones de inversión 176

Democracia 83, 85, 87, 88, 91, 92, 98

Desarrollo 8, 36, 44, 53, 57, 63, 67, 85, 90, 93, 111, 112, 114, 117, 118, 139, 140, 141, 142, 148, 150, 151, 152, 154, 164, 166, 167, 169, 171, 172, 173, 177, 180, 183, 202

Design 120, 121, 122, 123, 124, 128, 129, 130, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 213, 215, 216, 276, 279, 280, 284

Design de país 204, 205

Digitalization 258, 259, 263, 264, 265, 266, 271, 272, 275, 283, 285

Discursos 83, 84, 86, 87, 88, 89, 91, 92, 96, 97, 116

## E

Economía 5, 6, 36, 49, 50, 90, 96, 107, 109, 112, 114, 116, 117, 142, 148, 166, 168, 171, 172, 173, 174, 188, 229, 258

Economic policy 288, 289, 290, 291, 292, 293, 298, 299, 300, 301, 302

Energia eólica 204, 205, 210, 214, 215

Enfermagem 69, 70, 71, 80, 81, 82

Enfermagem Familiar 69

Espacio público 10, 139, 140

Esperanza de Vida al Nacer 35, 41, 44, 47, 48

Estudo de caso 69, 71

Etnografía 4, 5, 27, 28, 147, 150, 155, 164

European Cultures 120

Excitação psicótica 29

Experiential Retail 276

## F

Falência 229, 230, 231, 232, 233, 234, 236, 241, 243, 244, 245, 246

Feminismo 68, 166, 167

FinTech 258, 259, 263, 264, 265, 266, 269, 271, 272, 273, 274

Flujos de caja 175, 176, 177, 179, 180, 181, 182, 183, 187

## G

Geopolítica 107, 110, 113, 114, 118, 119

Global change 120, 124

Gota 29, 30, 31

## H

Horizonte de evaluación 176, 178, 179, 186

Humano 100, 101, 102, 105, 106, 116, 247, 248, 250, 256

## I

Imagen urbana 139, 140

Inmigrante 139, 140, 142, 146

Interaction design 276, 279, 280

Inveja 247, 248, 249, 250, 251, 252, 254, 256, 257

## J

Juventudes 1, 3, 7, 9, 18, 26, 28

## L

Lítio 29, 30, 31, 32, 33, 34

## M

Mania 29, 30, 31, 32, 33

Microturbinas 204, 205, 206, 207, 208, 210, 211, 212, 213, 214

Mobile Banking 258, 259, 260, 261, 262, 263, 265, 266, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275

Mobile Payments 258, 263, 265, 266, 268, 270, 272, 273, 274

Modelos de assistência à saúde 69

Mujeres 2, 35, 39, 42, 43, 44, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 64, 65, 66, 67, 68, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174

## N

Natureza 100, 101, 235, 238, 248

Nivel de mortalidad 35

NLFSR 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 198, 202

## O

Omnichannel 276, 278, 286

## P

Pandemia 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 20, 21, 24, 26, 27, 28, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 44, 45, 46, 47, 48, 67, 74, 81

Parâmetros de projeto 204, 208

Patrimonio 52, 139, 140, 146, 184

Paz 56, 83, 84, 85, 86, 87, 89, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 99, 109, 251, 253

Pensamento 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 249

Período 2, 3, 4, 8, 11, 12, 21, 25, 26, 33, 36, 37, 45, 84, 88, 115, 141, 144, 145, 167, 172, 177, 178, 179, 180, 183, 189, 190, 193, 202, 239

Poder 10, 13, 17, 18, 19, 20, 23, 24, 26, 48, 51, 52, 53, 54, 55, 74, 78, 83, 87, 88, 90, 91, 92, 93, 96, 98, 107, 118, 147, 150, 151, 154, 159, 161, 162, 163, 164, 166, 168, 170, 233, 238, 248

Polinomio homogéneo 217

Polinomio primitivo 189, 190

Política 9, 27, 40, 83, 85, 87, 88, 90, 96, 97, 98, 99, 101, 107, 108, 109, 113, 116, 117, 118, 148, 160, 168, 178, 288, 289  
Precarização 166  
Previsão 230, 231, 233, 234, 235, 236, 238, 241, 242, 244, 245, 246  
Proyectos de inversión 175, 176, 187  
Pruebas de aleatoriedad 189, 190, 202  
Publicidade 247, 248, 252, 256

## R

Retail Design 276, 279  
Retórica 147, 150, 160, 161, 162

## S

Scoring 229, 230, 241, 242, 243, 245, 246  
Sección normal 217  
Secuencia binaria 189  
Shopping experience 276, 278, 279, 280, 283, 284, 285  
SINADEF 35, 36, 38, 40, 41  
Sistema carcelario 147, 148, 151  
Sistema jurídico 147, 148, 154, 161

## T

Tortura 147, 149, 153, 154, 157, 159, 162  
Trabajo doméstico 166, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174  
Transitions design 120

## U

Uncertainty 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302  
Unemployment 288, 289, 290, 291, 292, 295, 296, 297, 298, 300, 302  
United States 107, 108, 165, 288, 289, 290, 292, 293, 294, 298, 300

## V

Valores críticos 217, 218, 219, 220, 222, 225, 228  
Vector autoregressive model 288  
Victimas 50, 51, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 64, 65, 66, 67, 68, 83, 90, 92, 95, 96, 149, 150, 155, 162  
Violencia intrafamiliar 50, 51, 53, 54, 55, 56, 61, 65, 66