

José Luis Escamilla Reyes  
(organizador)

**EDUCAÇÃO**  
**E**  
**ENSINO**  
**DE**  
**CIÊNCIAS EXATAS**  
**E**  
**NATURAIS**

 EDITORA  
ARTEMIS  
2021

**José Luis Escamilla Reyes**  
(organizador)

**EDUCAÇÃO**  
**E**  
**ENSINO**  
**DE**  
**CIÊNCIAS EXATAS**  
**E**  
**NATURAIS**

 **EDITORA**  
**ARTEMIS**  
2021

2021 by Editora Artemis  
Copyright © Editora Artemis  
Copyright do Texto © 2021 Os autores  
Copyright da Edição © 2021 Editora Artemis



O conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons Atribuição-Não-Comercial NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Direitos para esta edição cedidos à Editora Artemis pelos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento, desde que sejam atribuídos créditos aos autores, e sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A responsabilidade pelo conteúdo dos artigos e seus dados, em sua forma, correção e confiabilidade é exclusiva dos autores. A Editora Artemis, em seu compromisso de manter e aperfeiçoar a qualidade e confiabilidade dos trabalhos que publica, conduz a avaliação cega pelos pares de todos manuscritos publicados, com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

<b>Editora Chefe</b>	Prof <sup>ª</sup> Dr <sup>ª</sup> Antonella Carvalho de Oliveira
<b>Editora Executiva</b>	M. <sup>ª</sup> Viviane Carvalho Mocellin
<b>Direção de Arte</b>	M. <sup>ª</sup> Bruna Bejarano
<b>Diagramação</b>	Elisangela Abreu
<b>Organizador</b>	Prof. Dr. José Luis Escamilla Reyes
<b>Imagem da Capa</b>	ekaart/123RF
<b>Bibliotecário</b>	Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

### Conselho Editorial

Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Ada Esther Portero Ricol, *Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”, Cuba*  
Prof. Dr. Adalberto de Paula Paranhos, *Universidade Federal de Uberlândia*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Amanda Ramalho de Freitas Brito, *Universidade Federal da Paraíba*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Ana Clara Monteverde, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*  
Prof. Dr. Ángel Mujica Sánchez, *Universidad Nacional del Altiplano, Peru*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Angela Ester Mallmann Centenaro, *Universidade do Estado de Mato Grosso*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Begoña Blandón González, *Universidad de Sevilla, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Carmen Pimentel, *Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Catarina Castro, *Universidade Nova de Lisboa, Portugal*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Cláudia Padovesi Fonseca, *Universidade de Brasília-DF*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Cláudia Neves, *Universidade Aberta de Portugal*  
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos, *Universidade Federal da Grande Dourados*  
Prof. Dr. David García-Martul, *Universidad Rey Juan Carlos de Madrid, Espanha*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Deuzimar Costa Serra, *Universidade Estadual do Maranhão*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Eduarda Maria Rocha Teles de Castro Coelho, *Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal*  
Prof. Dr. Eduardo Eugênio Spers, *Universidade de São Paulo*  
Prof. Dr. Eloi Martins Senhoras, *Universidade Federal de Roraima*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Elvira Laura Hernández Carballido, *Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México*  
Prof.<sup>ª</sup> Dr.<sup>ª</sup> Emilias Darlene Carmen Lebus, *Universidad Nacional del Nordeste/ Universidad Tecnológica Nacional, Argentina*



Prof.ª Dr.ª Erla Mariela Morales Morgado, *Universidad de Salamanca*, Espanha  
Prof. Dr. Ernesto Cristina, *Universidad de la República*, Uruguay  
Prof. Dr. Ernesto Ramírez-Briones, *Universidad de Guadalajara*, México  
Prof. Dr. Gabriel Díaz Cobos, *Universitat de Barcelona*, Espanha  
Prof. Dr. Geoffroy Roger Pointer Malpass, Universidade Federal do Triângulo Mineiro  
Prof.ª Dr.ª Gladys Esther Leoz, *Universidad Nacional de San Luis*, Argentina  
Prof.ª Dr.ª Glória Beatriz Álvarez, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina  
Prof. Dr. Gonçalo Poeta Fernandes, Instituto Politécnico da Guarda, Portugal  
Prof. Dr. Gustavo Adolfo Juarez, *Universidad Nacional de Catamarca*, Argentina  
Prof.ª Dr.ª Iara Lúcia Tescarollo Dias, Universidade São Francisco  
Prof.ª Dr.ª Isabel del Rosario Chiyon Carrasco, *Universidad de Piura*, Peru  
Prof.ª Dr.ª Isabel Yohena, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina  
Prof. Dr. Ivan Amaro, Universidade do Estado do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Iván Ramon Sánchez Soto, *Universidad del Bío-Bío*, Chile  
Prof.ª Dr.ª Ivânia Maria Carneiro Vieira, Universidade Federal do Amazonas  
Prof. Me. Javier Antonio Alborno, *University of Miami and Miami Dade College*, USA  
Prof. Dr. Jesús Montero Martínez, *Universidad de Castilla - La Mancha*, Espanha  
Prof. Dr. João Manuel Pereira Ramalho Serrano, Universidade de Évora, Portugal  
Prof. Dr. Joaquim Júlio Almeida Júnior, UniFIMES - Centro Universitário de Mineiros  
Prof. Dr. Juan Carlos Mosquera Feijoo, *Universidad Politécnica de Madrid*, Espanha  
Prof. Dr. Juan Diego Parra Valencia, *Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín*, Colômbia  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Leinig Antonio Perazolli, Universidade Estadual Paulista  
Prof.ª Dr.ª Livia do Carmo, Universidade Federal de Goiás  
Prof.ª Dr.ª Luciane Spanhol Bordignon, Universidade de Passo Fundo  
Prof. Dr. Luis Vicente Amador Muñoz, *Universidad Pablo de Olavide*, Espanha  
Prof.ª Dr.ª Macarena Esteban Ibáñez, *Universidad Pablo de Olavide*, Espanha  
Prof. Dr. Manuel Ramiro Rodríguez, *Universidad Santiago de Compostela*, Espanha  
Prof. Dr. Marcos Augusto de Lima Nobre, Universidade Estadual Paulista  
Prof. Dr. Marcos Vinicius Meiado, Universidade Federal de Sergipe  
Prof.ª Dr.ª Mar Garrido Román, *Universidad de Granada*, Espanha  
Prof.ª Dr.ª Margarida Márcia Fernandes Lima, Universidade Federal de Ouro Preto  
Prof.ª Dr.ª Maria Aparecida José de Oliveira, Universidade Federal da Bahia  
Prof.ª Dr.ª Maria do Céu Caetano, Universidade Nova de Lisboa, Portugal  
Prof.ª Dr.ª Maria do Socorro Saraiva Pinheiro, Universidade Federal do Maranhão  
Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Pato, Instituto Politécnico de Viseu, Portugal  
Prof.ª Dr.ª Maritza González Moreno, *Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría"*, Cuba  
Prof.ª Dr.ª Mauriceia Silva de Paula Vieira, Universidade Federal de Lavras  
Prof.ª Dr.ª Odara Horta Boscolo, Universidade Federal Fluminense



Prof.ª Dr.ª Patrícia Vasconcelos Almeida, Universidade Federal de Lavras  
Prof.ª Dr.ª Paula Arcoverde Cavalcanti, Universidade do Estado da Bahia  
Prof. Dr. Rodrigo Marques de Almeida Guerra, Universidade Federal do Pará  
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares, Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Sergio Bitencourt Araújo Barros, Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Sérgio Luiz do Amaral Moretti, Universidade Federal de Uberlândia  
Prof.ª Dr.ª Silvia Inés del Valle Navarro, *Universidad Nacional de Catamarca, Argentina*  
Prof.ª Dr.ª Teresa Cardoso, Universidade Aberta de Portugal  
Prof.ª Dr.ª Teresa Monteiro Seixas, Universidade do Porto, Portugal  
Prof. Dr. Turpo Gebera Osbaldo Washington, *Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Peru*  
Prof. Dr. Valter Machado da Fonseca, Universidade Federal de Viçosa  
Prof.ª Dr.ª Vanessa Bordin Viera, Universidade Federal de Campina Grande  
Prof.ª Dr.ª Vera Lúcia Vasilévski dos Santos Araújo, Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Wilson Noé Garcés Aguilar, *Corporación Universitaria Autónoma del Cauca, Colômbia*

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

E24 Educação e ensino de ciências exatas e naturais [livro eletrônico] /  
Organizador José Luis Escamilla Reyes. – Curitiba, PR: Artemis,  
2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Edição bilíngue

ISBN 978-65-87396-49-1

DOI 10.37572/EdArt\_171221491

1. Educação. 2. Prática de ensino. 3. Professores – Formação.  
I. Reyes, José Luis Escamilla.

CDD 371.72

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

## PRÓLOGO

El libro **Educação e Ensino de Ciências Exatas e Naturais** presenta los resultados de varios proyectos de investigación en innovación educativa relacionados con la enseñanza de las ciencias y la ingeniería, un tema apasionante para los que estamos involucrados en el día a día en las aulas frente a nuestros alumnos.

En este trabajo, la enseñanza en la ingeniería y ciencias se aborda desde muy diversas perspectivas, todas ellas muy relevantes. Por ejemplo, en varios artículos de este libro se discuten los procesos de evaluación, tanto dentro de los cursos de la disciplina como de los programas de las carreras asociadas a estas áreas. Asimismo, en otros trabajos se propone como una prioridad el incorporar una perspectiva de género e inclusión para facilitar el acceso a estas carreras científicas de sectores de la población que tradicionalmente han sido marginados como las mujeres y las etnias indígenas. Por otro lado, el enfoque de la modelación matemática en los cursos de ingeniería es discutido y su implementación en el aula presentada para evidenciar sus ventajas con respecto a las aproximaciones tradicionalmente expuestas en los cursos convencionales en donde los problemas matemáticos son artificiales, sin un contexto específico y en los cuales no hay necesidad de enunciar y estructurar el problema a partir de una situación real.

Por supuesto, hago la invitación al lector para que disfrute la lectura de estos artículos de innovación educativa y, más importante aún, si es un docente en activo, que implemente alguna o varias de las estrategias y metodologías aquí expuestas para enriquecer su práctica docente y, de esta manera, contribuir en la validación de la pertinencia y relevancia de estos enfoques educativos. Finalmente, bienvenida la retroalimentación y los comentarios propositivos ya que lo más importante es garantizar que nuestros alumnos alcancen un aprendizaje significativo que les permita enfrentar con éxito los problemas tanto en su práctica profesional como en su vida cotidiana.

Dr. José Luis Escamilla Reyes

## SUMÁRIO

### PROCESOS DE EVALUACIÓN EN LOS PROGRAMAS DE INGENIERÍA Y CIENCIAS

#### **CAPÍTULO 1..... 1**

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN FORMATIVA: UNA FORMA DE PROMOVER EL APRENDIZAJE AUTÓNOMO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

Olga Lucía Duarte Bolívar  
Graciela Morantes Moncada  
Luz Ángela Flórez Olarte

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712214911](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214911)

#### **CAPÍTULO 2..... 12**

COMPETÊNCIAS MÍNIMAS DE ESTUDANTES DE MEDICINA PARA OBTENÇÃO DE VIAS AÉREAS DEFINITIVA EM DIFERENTES SEMESTRES DO CURSO

Kenya de Sales Flaminio  
Milena Coelho Fernandes Caldato

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712214912](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214912)

#### **CAPÍTULO 3.....32**

ESTRATEGIAS EVALUATIVAS EN USO PARA EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO Y OCTAVO AÑO BÁSICO

Francisca Macarena Cartes Matus  
Paulina Edith Cartes Gómez

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712214913](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214913)

#### **CAPÍTULO 4.....42**

O ESTADO DA EDUCAÇÃO CIENTÍFICA NA AMÉRICA LATINA

Williams Orlando Tapia Chavez

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712214914](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214914)

### NUEVOS ENFOQUES Y APROXIMACIONES EN LA EDUCACIÓN CIENTÍFICA

#### **CAPÍTULO 5..... 63**

TOMA DE DECISIONES, DESDE LOS ODS, MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA CLASE DE CIENCIAS

Ana María Gómez Prado  
Yolanda Ladino Ospina

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712214915](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214915)

**CAPÍTULO 6.....74**

TRABAJO EN EQUIPO Y POR PROYECTOS BAJO LOS CONCEPTOS DEL CEREBRO TRIÁDICO PARA EL LOGRO DE COMPETENCIAS EN UNA ASIGNATURA DE CIENCIAS: EL TRICEREBRAR

Margarita Patiño Jaramillo

John Jairo García Mora

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712214916](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214916)

**LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LOS CURSOS DE INGENIERÍA: ENFRENTANDO A LOS ALUMNOS CON PROBLEMÁTICAS REALES**

**CAPÍTULO 7.....87**

¿CÓMO PRESENTAN PROFESORES LATINOAMERICANOS LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL AULA? UN ESTUDIO DE CASOS BASADO EN DOS EVENTOS INTERNACIONALES

Elisabeth Ramos-Rodríguez

Astrid Morales Soto

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712214917](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214917)

**CAPÍTULO 8.....97**

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL CURSO DE ECUACIONES DIFERENCIALES A TRAVÉS DE PROBLEMÁTICAS REALES

José Luis Escamilla Reyes

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712214918](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214918)

**PERSPECTIVA DE GÉNERO E INCLUSIÓN EN LAS CARRERAS DE INGENIERÍA**

**CAPÍTULO 9..... 106**

POLIEDROS QUE VUELAN

Roberto Antonio Salvador

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_1712214919](https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214919)

**CAPÍTULO 10.....112**

UNA MIRADA DE GÉNERO AL INGRESO FEMENINO EN CARRERAS DE TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

Jaime Espinoza Oyarzún

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122149110](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122149110)



# LA INCORPORACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

## **CAPÍTULO 11..... 120**

EMPREGANDO O GEOGEBRA 3D NA DE (COMPOSIÇÃO) DE POLIEDROS CONVEXOS PARA O CÁLCULO DO VOLUME

Victoria Mazotti Rodrigues da Silva

Rudimar Luiz Nós

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122149111](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122149111)

## **CAPÍTULO 12 ..... 131**

ENSINO DE CÁLCULO COM O APOIO DE BLOG E DO GEOGEBRA

Ailton Durigon

Vilma Gisele Karsburg

Alan Lanceloth Rodrigues Silva

Lucas Santos Savi Mondo

 [https://doi.org/10.37572/EdArt\\_17122149112](https://doi.org/10.37572/EdArt_17122149112)

## **SOBRE O ORGANIZADOR.....139**

## **ÍNDICE REMISSIVO ..... 140**

# CAPÍTULO 11

## EMPREGANDO O GEOGEBRA 3D NA DE (COMPOSIÇÃO) DE POLIEDROS CONVEXOS PARA O CÁLCULO DO VOLUME<sup>1</sup>

Data de submissão: 12/10/2021

Data de aceite: 21/10/2021

**Victoria Mazotti Rodrigues da Silva**

Mestranda do PROFMAT da UTFPR – PR  
<http://lattes.cnpq.br/7151229027126230>

**Rudimar Luiz Nós**

Professor orientador  
Doutor em Matemática Aplicada, USP – SP  
<http://lattes.cnpq.br/4377393528295346>  
<https://orcid.org/0000-0002-9219-0811>

**RESUMO:** Apresentamos neste trabalho o uso do GeoGebra 3D na composição/decomposição de poliedros convexos para estabelecer estratégias para o cálculo do volume desses sólidos. Empregamos basicamente duas operações sobre poliedros para as composições/decomposições: a acumulação e o truncamento, e usamos a acumulação para calcular o volume do hexaedro tetrakis, um poliedro de Catalan. Concluimos que o GeoGebra 3D é uma excelente ferramenta para estabelecer

<sup>1</sup> Apoio: PROFMAT, UTFPR, Câmpus Curitiba.

estratégias para o cálculo do volume de poliedros convexos e que pode ser explorada nesse sentido tanto no Ensino Médio quanto no Ensino Superior, particularmente no Curso de Licenciatura em Matemática e no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT.

**PALAVRAS-CHAVE:** Hexaedro tetrakis. Classes de poliedros. Operações sobre poliedros.

### USING GEOGEBRA 3D IN COMPOSITION/ DECOMPOSITION OF CONVEX POLYHEDRA FOR VOLUME COMPUTATIONS

**ABSTRACT:** We present in this work the use of GeoGebra 3D in the composition/decomposition of convex polyhedra to establish strategies for calculating the volume of these solids. We employ two operations on polyhedra for compositions/decompositions: accumulation and truncation, and we use accumulation to calculate the volume of the tetrakis hexahedron, a Catalan polyhedron. We conclude that GeoGebra 3D is an excellent tool to establish strategies for calculating the volume of convex polyhedra and that it can be explored in this regard both in High School and Higher Education, particularly in Mathematics-Teaching Degree Course and in Professional Masters in Mathematics in National Network – PROFMAT.

**KEYWORDS:** Tetrakis hexahedron. Polyhedra classes. Operations on polyhedra.

## 1 INTRODUÇÃO

O cálculo do volume de um poliedro convexo é um tema presente no currículo de matemática do Ensino Médio (LIMA et al., 2006) e também do Ensino Superior, como na Licenciatura em Matemática (DOLCE; POMPEO, 2013) e no PROFMAT (NETO, 2013). Esse cálculo é uma tarefa complexa quando depende de medidas do poliedro dual (COXETER, 1973; SILVA; NÓS, 2018) e da transformação de radicais duplos em radicais simples (NÓS; SILVA, 2019; NÓS; SAITO; SANTOS, 2017; SAITO; NÓS; SANTOS, 2017). Além disso:

[...] há na natureza cristais e organismos vivos com formatos poliédricos. O volume de uma pedra preciosa e de uma massa viral, por exemplo, são medidas que devem, sob certas circunstâncias, ser calculadas (SILVA; NÓS, 2018, p. 17).

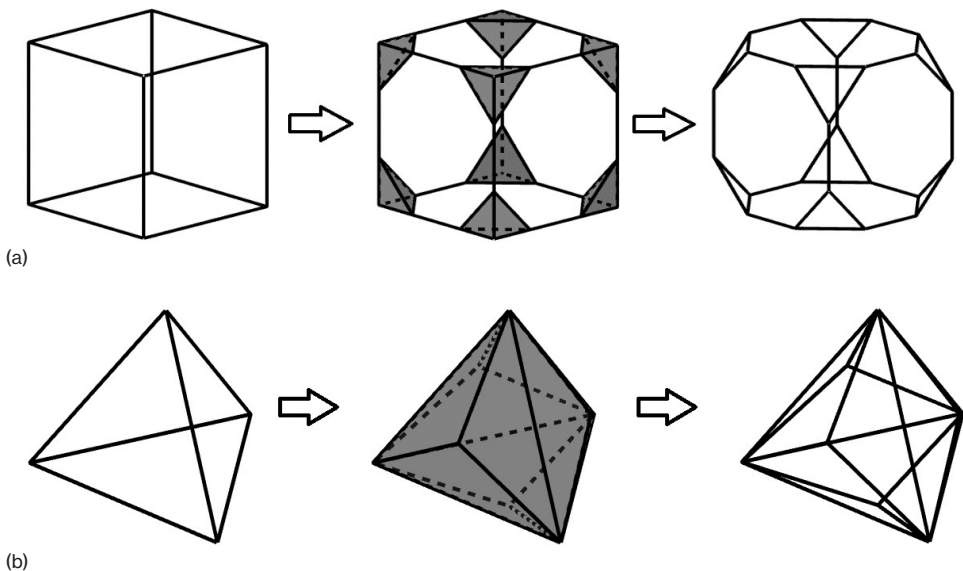
Dessa forma, dado um poliedro de Platão, Arquimediano, de Catalan ou de Johnson, a primeira tarefa no cálculo do volume é estabelecer uma estratégia para visualizar as partes do poliedro, ou seja, se podemos separá-lo em partes das quais sabemos calcular o volume, como prismas e pirâmides, ou se podemos obtê-lo de outro sólido conhecido, como o cubo por exemplo, eliminando partes das quais também sabemos calcular o volume.

Nesta tarefa, podemos empregar aplicativos de geometria dinâmica, como o GeoGebra 3D (GEOGEBRA, 2021), que possibilitam a composição/decomposição do poliedro e, conseqüentemente, a determinação de uma estratégia efetiva para o cálculo do volume.

Neste trabalho, abordamos basicamente duas estratégias: na decomposição, a operação sobre poliedros denominada truncamento e, na composição, a operação denominada acumulação.

O truncamento consiste em cortar os vértices ou as arestas do poliedro, como ilustra a Figura 01(a), onde truncamos pirâmides triangulares dos vértices de um cubo, um poliedro de Platão, para obter o cubo truncado, um poliedro Arquimediano. Já a acumulação é a operação dual do truncamento que acopla pirâmides às faces do poliedro, como ilustra a Figura 01(b), onde acumulamos o tetraedro regular, um poliedro de Platão, para obter o tetraedro triakis, um poliedro de Catalan.

Figura 01 – Operações sobre poliedros: (a) truncamento do cubo; (b) acumulação do tetraedro regular.



Fonte: Silva e Nós (2018).

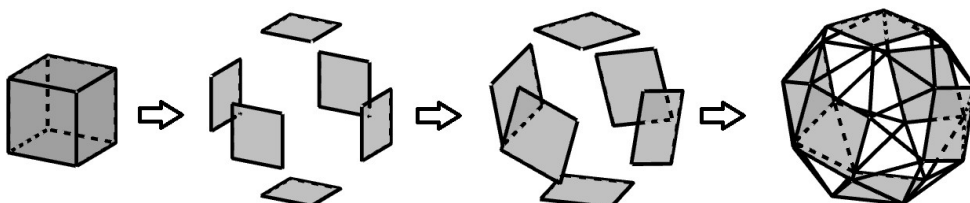
## 2 METODOLOGIA

Empregamos o GeoGebra 3D para construir todas as figuras deste trabalho. Uma vez efetuadas as composições/decomposições com o aplicativo de geometria dinâmica, os resultados obtidos para os volumes dos poliedros foram conferidos em Rechneronline (2021), WolframAlpha (2021) e WolframMathWorld (2021).

## 3 DESENVOLVIMENTO

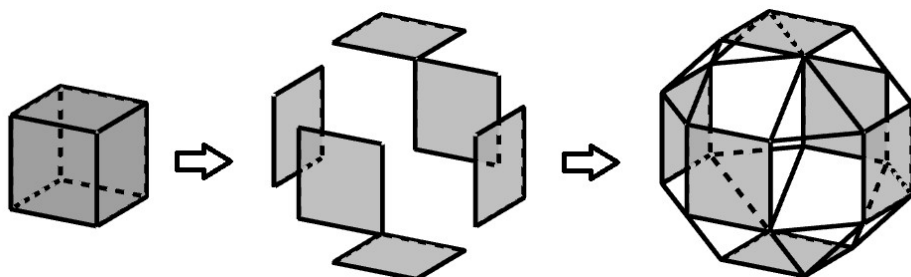
Apresentamos nesta seção algumas composições – Figuras 02 a 06 - e decomposições – Figuras 07 a 13 - efetuadas com o GeoGebra 3D. Para ilustrar o cálculo do volume, selecionamos o hexaedro tetrakis, um poliedro de Catalan obtido pela acumulação do hexaedro regular (ou cubo), um poliedro de Platão.

Figura 02 – O cubo snub obtido pela snubificação do cubo.



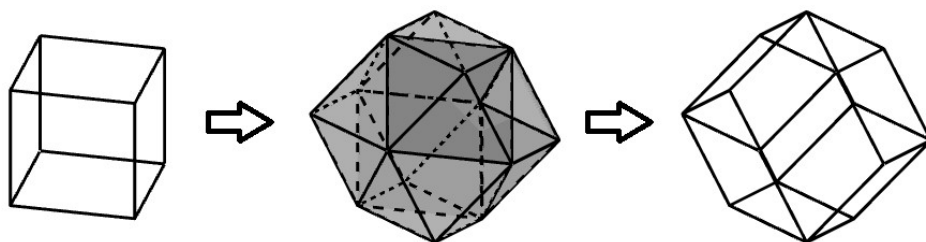
Fonte: Silva e Nós (2018).

Figura 03 – O rombicuboctaedro obtido pela expansão do cubo.



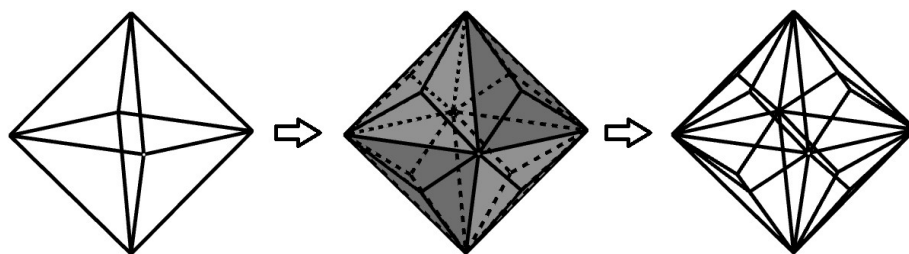
Fonte: Silva e Nós (2018).

Figura 04 – O dodecaedro rômico obtido pela acumulação do cubo.



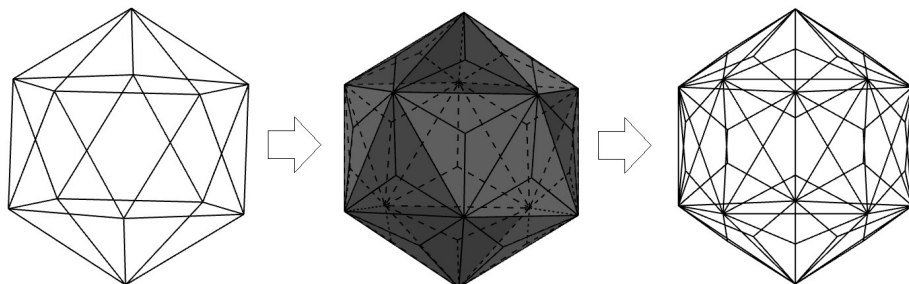
Fonte: Silva e Nós (2018).

Figura 05 – O octaedro triakis obtido pela acumulação do octaedro regular.



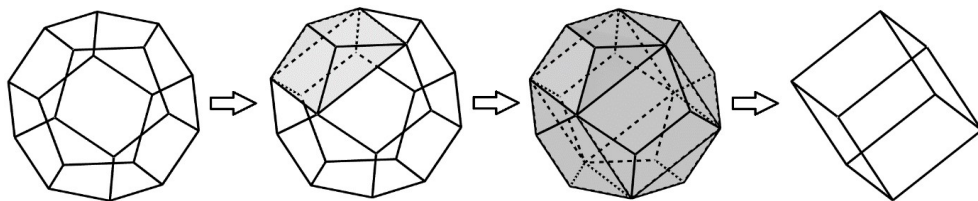
Fonte: Silva e Nós (2018), Nós e Silva (2020).

Figura 06 – O icosaedro triakis obtido pela acumulação do icosaedro regular.



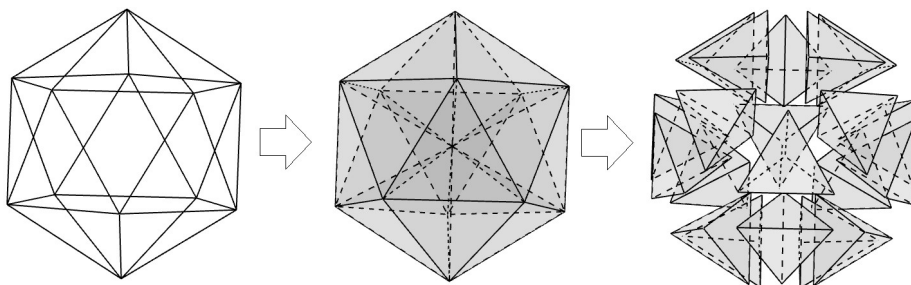
Fonte: Nós e Silva (2019).

Figura 07 – A decomposição do dodecaedro regular.



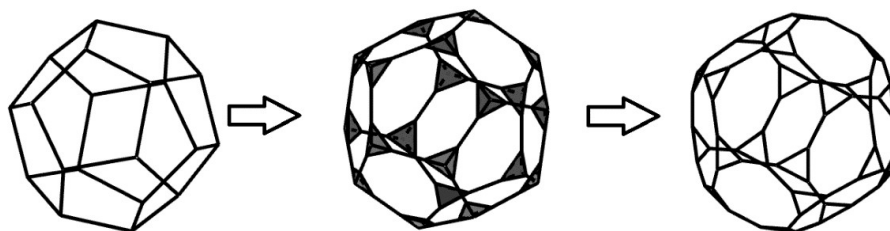
Fonte: Silva e Nós (2018).

Figura 08 – A decomposição do icosaedro regular.



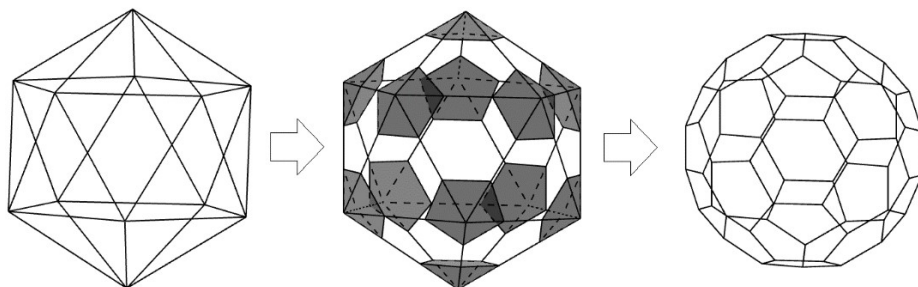
Fonte: Nós e Silva (2019).

Figura 09 – O dodecaedro truncado obtido a partir do truncamento do dodecaedro regular.



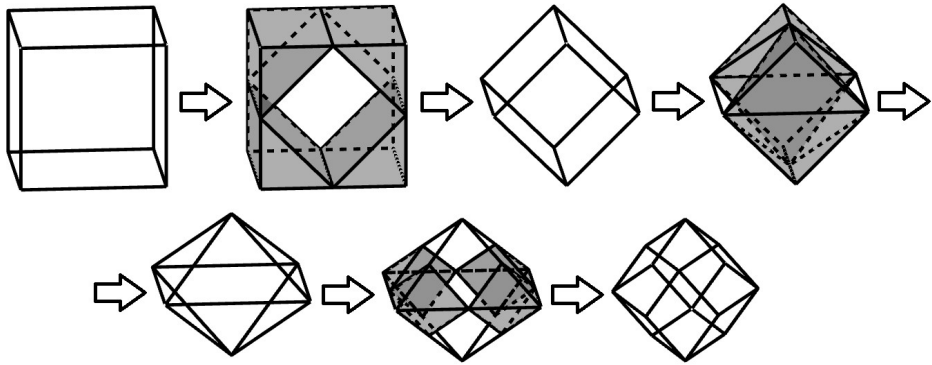
Fonte: Silva e Nós (2018).

Figura 10 – O icosaedro truncado obtido a partir do truncamento do icosaedro regular.



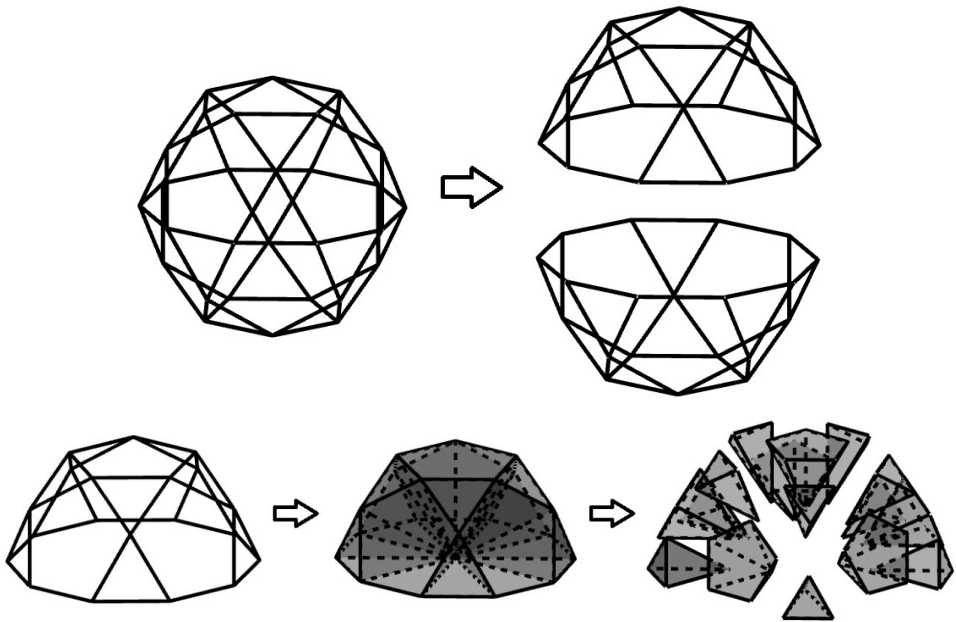
Fonte: Nós e Silva (2019).

Figura 11 – O dodecaedro rômico obtido a partir de truncamentos sucessivos do cubo.



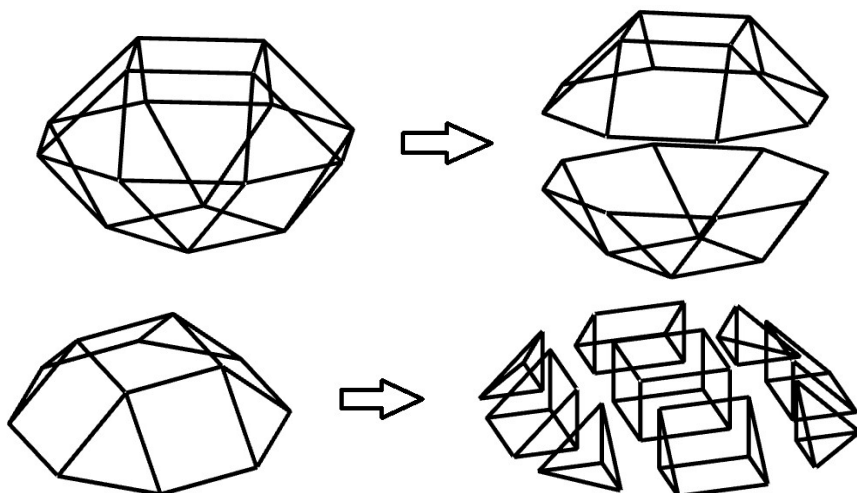
Fonte: Silva e Nós (2018).

Figura 12 – A decomposição da rotunda pentagonal (J6).



Fonte: Silva e Nós (2018).

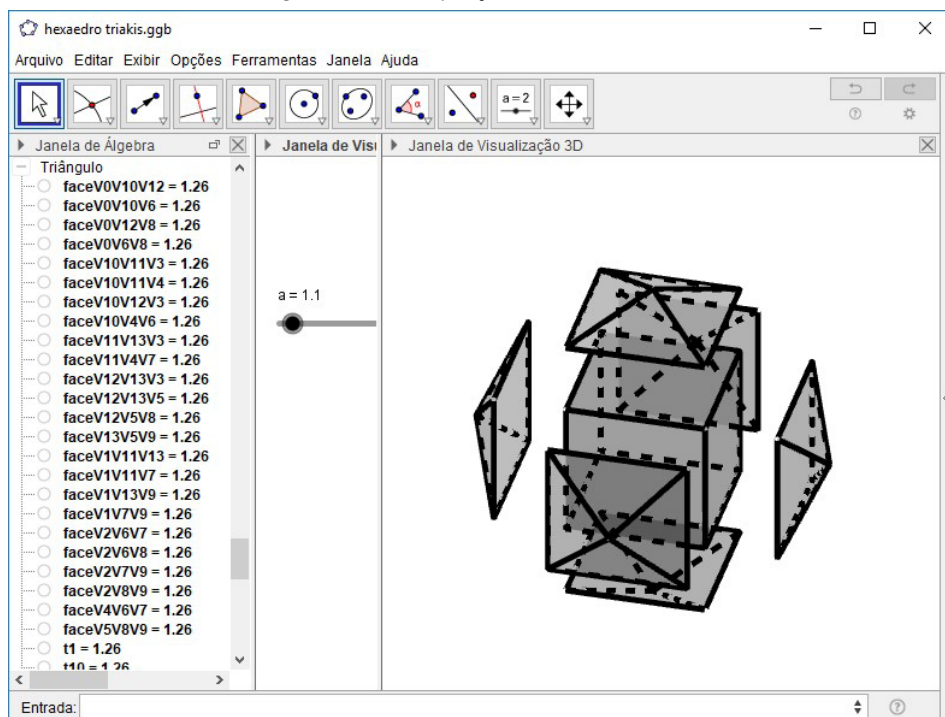
Figura 13 – A decomposição da girobicúpula quadrada (J29).



Fonte: Silva e Nós (2018).

O hexaedro tetrakis, um poliedro de Catalan (SILVA; NÓS, 2018), pode ser obtido por acumulação do hexaedro regular, um poliedro de Platão, ao acoplarmos uma pirâmide quadrangular em cada face, como ilustra a Figura 14.

Figura 14 – A decomposição do hexaedro tetrakis.



Fonte: Silva e Nós (2018).



Assim, o volume do hexaedro tetrakis é dado por

$$V(\text{hexaedro tetrakis}) = V(\text{hexaedro regular}) + 6V(\text{pirâmide quadrangular}). \quad (1)$$

O hexaedro tetrakis é um poliedro convexo composto por 24 faces, 36 arestas e 14 vértices. Suas faces são formadas por triângulos isósceles e suas arestas têm dois comprimentos:

1. as doze maiores são as arestas do hexaedro regular sobre cujas faces se faz a acumulação;
2. as vinte e quatro menores são as arestas laterais das pirâmides quadrangulares acopladas às faces do hexaedro regular na acumulação.

Segundo WolframMathWorld (2021), ao formarmos o hexaedro triakis a partir do seu dual (SILVA; NÓS, 2018), o octaedro truncado, com aresta unitária, obtemos um hexaedro tetrakis com a maior aresta medindo  $\frac{3}{2}\sqrt{2}$  e a menor aresta medindo  $\frac{9}{8}\sqrt{2}$ . Considerando a maior e a menor arestas do hexaedro tetrakis com medidas arbitrárias  $a$  e  $x$ , respectivamente, temos, por semelhança de triângulos, que:

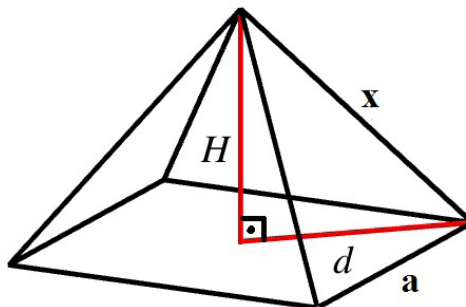
$$\frac{a}{\frac{3}{2}\sqrt{2}} = \frac{x}{\frac{9}{8}\sqrt{2}};$$

$$x = \frac{3}{4}a; \quad (2)$$

$$a = \frac{4}{3}x. \quad (3)$$

A pirâmide quadrangular da acumulação tem a forma e as dimensões da pirâmide ilustrada na Figura 15, onde  $a$  é a medida da aresta do hexaedro regular e  $x$  é a medida da aresta lateral da pirâmide acoplada.

Figura 15 – Pirâmide quadrangular da acumulação do hexaedro regular.



Fonte: Os autores.

Sabemos que a base da pirâmide quadrangular acoplada é um quadrado. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo da Figura 15, de hipotenusa  $x$  e catetos  $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$  e  $H$ , sendo  $H$  a altura da pirâmide, obtemos, usando (2):

$$\begin{aligned}x^2 &= H^2 + d^2; \\ \left(\frac{3}{4}a\right)^2 &= H^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2; \\ H^2 &= \frac{9}{16}a^2 - \frac{2}{4}a^2; \\ H^2 &= \frac{1}{16}a^2; \\ H &= \frac{a}{4}.\end{aligned}\tag{4}$$

Dessa forma, empregando (4) em (1) e a relação para o cálculo do volume da pirâmide (NETO, 2013), concluímos que o volume do hexaedro tetrakis é igual a:

$$\begin{aligned}V(\text{hexaedro tetrakis}) &= a^3 + 6\frac{1}{3}a^2\frac{a}{4}; \\ V(\text{hexaedro tetrakis}) &= a^3 + \frac{a^3}{2}; \\ V(\text{hexaedro tetrakis}) &= \frac{3}{2}a^3,\end{aligned}\tag{5}$$

onde  $\alpha$  medida da maior aresta do hexaedro tetrakis (ou a medida da aresta do hexaedro regular).

Podemos também determinar o volume do hexaedro tetrakis a partir da medida de sua menor aresta  $x$ . Substituindo (3) em (5), obtemos:

$$\begin{aligned}V(\text{hexaedro tetrakis}) &= \frac{3}{2}\left(\frac{4}{3}x\right)^3; \\ V(\text{hexaedro tetrakis}) &= \frac{3}{2}\frac{64}{27}x^3; \\ V(\text{hexaedro tetrakis}) &= \frac{32}{9}x^3,\end{aligned}\tag{6}$$

onde  $x$  é a medida da menor aresta do hexaedro tetrakis (ou a aresta lateral da pirâmide quadrangular acoplada na acumulação do hexaedro regular).

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados (5) e (6) conferem com Rechneronline (2021), WolframAlpha (2021) e WolframMathWorld (2021).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos neste trabalho estratégias para o cálculo do volume de poliedros convexos utilizando o aplicativo de geometria dinâmica GeoGebra 3D. Com este aplicativo, efetuamos composições e decomposições de poliedros, importantes para o cálculo do volume desses sólidos. O trabalho contribui às escassas referências em Língua Portuguesa sobre o tema e esperamos que o mesmo estimule os professores de matemática da Educação Básica e do Ensino Superior a usar e explorar aplicativos de geometria dinâmica em sala de aula, particularmente no cálculo do volume de poliedros convexos.

## REFERÊNCIAS

COXETER, H. S. M. **Regular polytopes**. 3rd. ed. New York; Dover, 1973.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar: geometria espacial**. v. 10, 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

GEOGEBRA. **GeoGebra 3D graphing calculator**. 2021. Disponível em: <https://www.geogebra.org/3d?lang=pt-BR>. Acesso em: 11 out. 2021.

LIMA, E. L. et al. **A matemática do Ensino Médio**. v. 2, 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

NETO, A. C. M. **Geometria**. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

NÓS, R. L.; SILVA, V. M. R. da. Compondo/decompondo poliedros convexos com o GeoGebra 3D. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**, v. 7, n. 1, p. 1-7, 2020.

NÓS, R. L.; SILVA, V. M. R. da. Radicais duplos no cálculo do volume de poliedros convexos. **C.Q.D. Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 16, p. 53-70, 2019.

NÓS, R. L.; SAITO, O. H.; SANTOS, M. A. dos. Geometria, radicais duplos e a raiz quadrada de números complexos. **C.Q.D. Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 11, p. 48-64, 2017.

RECHNERONLINE. **Tetrakis Hexahedron Calculator**. 2021. Disponível em: <https://rechneronline.de/pi/tetrakis-hexahedron.php>. Acesso em: 11 out. 2021.

SAITO, O. H.; NÓS, R. L.; SANTOS, M. A. dos. Radicais duplos e a raiz quadrada de um número complexo. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**, v. 5, n. 1, p. 1-7, 2017.

SILVA, V. M. R. da; NÓS, R. L. **Calculando o volume de poliedros convexos**. Curitiba: CRV, 2018.

WOLFRAMALPHA. **Tetrakis Hexahedron**. 2021. Disponível em: <https://www.wolframalpha.com/input/?i=tetrakis+hexahedron&wal=header>. Acesso em: 11 out. 2021.

WOLFRAMMATHWORLD. **Tetrakis Hexahedron**. 2021. Disponível em: <https://mathworld.wolfram.com/TetrakisHexahedron.html>. Acesso em: 11 out. 2021.

## SOBRE O ORGANIZADOR

**Dr. José Luis Escamilla Reyes.** Profesor del Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México desde 1998. Doctor en Física por la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa. Cuenta con una experiencia docente de 32 años. Es coautor de Manuales de Física II y Física III, así como de dos ebooks, uno sobre Física General y otro sobre Óptica y Física Moderna. Está certificado en el Programa de Desarrollo de Habilidades Docentes del Tecnológico de Monterrey. Ha participado con varios trabajos en Congresos Nacionales e Internacionales relacionados con la Física de Semiconductores de los grupos IV y III-V. Sus áreas de interés son: fuentes alternativas de energía, Física del Estado Sólido, diseño y aplicaciones de los MEMS y modelación matemática de Sistemas Complejos. Ha publicado más de 15 trabajos arbitrados y memorias en congresos. Colaboró en el diseño y construcción de láseres pulsados de  $N_2$  en el Laboratorio de Óptica Cuántica de la Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa (UAMI). En el Tecnológico de Monterrey Campus Ciudad de México, participó en el desarrollo de un prototipo de Celda de Combustible con membrana de intercambio protónico (PEMFC) de alta eficiencia. Obtuvo la Medalla al Mérito Académico por el mejor promedio de Maestría otorgada por la UAMI. Fue líder de la Cátedra de Investigación “Micro Sistemas Electromecánicos: Diseño y aplicaciones” del Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México y miembro del SNI.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Alimentación saludable 63, 64, 66, 67, 68, 69, 71, 72

América Latina 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 55, 58, 59, 60, 61, 62

Aprendizaje 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 63, 64, 68, 72, 74, 75, 76, 77, 79, 84, 85, 86, 94, 97, 99, 102, 103, 104, 105, 106, 108, 109, 110

Aprendizaje activo 97, 99, 103, 104, 105

Aprendizaje autónomo 1, 2, 3, 4, 6, 11

Aprendizaje cooperativo 74, 76, 79, 84, 85, 86

Atividades 14, 15, 27, 28, 29, 131, 133, 134, 135, 136, 137, 138

### B

Blog 131, 132, 133, 135, 136, 137, 138

### C

Cálculo 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 120, 121, 122, 128, 129, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138

Cálculo Diferencial 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 131, 138

Cerebro Triádico 74, 76, 78

Ciência 42, 44, 47, 48, 49, 50, 56, 57, 58, 59, 60

Ciência 30, 33, 42, 43, 44, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 63, 64, 72, 73, 75, 77, 82, 131, 134

Classes de poliedros 120

### D

Didático 106

### E

Ecuaciones Diferenciales ordinarias 97, 98, 99

Educação baseada em competências 13

Educação científica 42, 44, 58, 61

Educación para el Desarrollo Sostenible 63, 66, 72

Enseñanza de la matemática 36, 87, 89, 91

Enseñanza de las Ciencias 63, 73, 75

Enseñanza de las ciencias y pensamiento crítico 63

Estrategias evaluativas 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40

Estudantes de medicina 12, 13, 14, 15, 25, 30

Evaluación formativa 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 40, 41

## F

Formación de profesores 87

## G

Género 59, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 119

GeoGebra 120, 121, 122, 129, 131, 132, 133, 134, 136, 137, 138

## H

Hexaedro tetrakis 120, 122, 126, 127, 128

## I

Interesante 104, 106

Intubação 12, 13, 14, 15, 16, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31

## L

Lúdico 9, 106

## M

Matemática 10, 11, 32, 33, 35, 36, 38, 44, 47, 50, 51, 58, 60, 62, 87, 88, 89, 90, 91, 95, 96, 97, 100, 120, 121, 129, 132, 138

Matemáticas 1, 7, 10, 82, 89, 95, 96, 106, 107, 108, 110, 111

Matrícula 50, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119

Modelación matemática 87, 88, 89, 90, 95, 96, 97, 100

## O

Operações sobre poliedros 120, 122

## P

Pensamiento crítico 63, 64, 65, 66, 67, 68, 72

Propuesta 4, 6, 7, 9, 40, 64, 66, 67, 68, 70, 88, 90, 94, 95, 108, 106, 112, 113, 116, 118

## Q

Química 44, 51, 61, 63, 67, 68, 72, 74, 75, 76, 80, 84, 85, 86, 108

## R

Retroalimentación 32, 34, 37, 39, 40, 103, 104

## S

Secuencias de aprendizaje 97, 99, 103, 105

Significativo 15, 106, 108, 109, 110

## T

Tecnologia e Inovação 42, 45, 49, 52, 58, 59, 60

Tricerebrar 74, 75, 77, 79, 80, 83