

José Luis Escamilla Reyes
(organizador)

EDUCAÇÃO
E
ENSINO
DE
CIÊNCIAS EXATAS
E
NATURAIS

 EDITORA
ARTEMIS
2021

José Luis Escamilla Reyes
(organizador)

EDUCAÇÃO
E
ENSINO
DE
CIÊNCIAS EXATAS
E
NATURAIS



EDITORA
ARTEMIS
2021

2021 by Editora Artemis
Copyright © Editora Artemis
Copyright do Texto © 2021 Os autores
Copyright da Edição © 2021 Editora Artemis



O conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons Atribuição-Não-Comercial NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0). Direitos para esta edição cedidos à Editora Artemis pelos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento, desde que sejam atribuídos créditos aos autores, e sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

A responsabilidade pelo conteúdo dos artigos e seus dados, em sua forma, correção e confiabilidade é exclusiva dos autores. A Editora Artemis, em seu compromisso de manter e aperfeiçoar a qualidade e confiabilidade dos trabalhos que publica, conduz a avaliação cega pelos pares de todos manuscritos publicados, com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

Editora Chefe	Prof ^ª Dr ^ª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora Executiva	M. ^ª Viviane Carvalho Mocellin
Direção de Arte	M. ^ª Bruna Bejarano
Diagramação	Elisangela Abreu
Organizador	Prof. Dr. José Luis Escamilla Reyes
Imagem da Capa	ekaart/123RF
Bibliotecário	Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Conselho Editorial

Prof.^ª Dr.^ª Ada Esther Portero Ricol, *Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”, Cuba*
Prof. Dr. Adalberto de Paula Paranhos, *Universidade Federal de Uberlândia*
Prof.^ª Dr.^ª Amanda Ramalho de Freitas Brito, *Universidade Federal da Paraíba*
Prof.^ª Dr.^ª Ana Clara Monteverde, *Universidad de Buenos Aires, Argentina*
Prof. Dr. Ángel Mujica Sánchez, *Universidad Nacional del Altiplano, Peru*
Prof.^ª Dr.^ª Angela Ester Mallmann Centenaro, *Universidade do Estado de Mato Grosso*
Prof.^ª Dr.^ª Begoña Blandón González, *Universidad de Sevilla, Espanha*
Prof.^ª Dr.^ª Carmen Pimentel, *Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro*
Prof.^ª Dr.^ª Catarina Castro, *Universidade Nova de Lisboa, Portugal*
Prof.^ª Dr.^ª Cláudia Padovesi Fonseca, *Universidade de Brasília-DF*
Prof.^ª Dr.^ª Cláudia Neves, *Universidade Aberta de Portugal*
Prof. Dr. Cleberton Correia Santos, *Universidade Federal da Grande Dourados*
Prof. Dr. David García-Martul, *Universidad Rey Juan Carlos de Madrid, Espanha*
Prof.^ª Dr.^ª Deuzimar Costa Serra, *Universidade Estadual do Maranhão*
Prof.^ª Dr.^ª Eduarda Maria Rocha Teles de Castro Coelho, *Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal*
Prof. Dr. Eduardo Eugênio Spers, *Universidade de São Paulo*
Prof. Dr. Eloi Martins Senhoras, *Universidade Federal de Roraima*
Prof.^ª Dr.^ª Elvira Laura Hernández Carballido, *Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México*
Prof.^ª Dr.^ª Emilias Darlene Carmen Lebus, *Universidad Nacional del Nordeste/ Universidad Tecnológica Nacional, Argentina*



Prof.^ª Dr.^ª Erla Mariela Morales Morgado, *Universidad de Salamanca*, Espanha
Prof. Dr. Ernesto Cristina, *Universidad de la República*, Uruguay
Prof. Dr. Ernesto Ramírez-Briones, *Universidad de Guadalajara*, México
Prof. Dr. Gabriel Díaz Cobos, *Universitat de Barcelona*, Espanha
Prof. Dr. Geoffroy Roger Pointer Malpass, *Universidade Federal do Triângulo Mineiro*
Prof.^ª Dr.^ª Gladys Esther Leoz, *Universidad Nacional de San Luis*, Argentina
Prof.^ª Dr.^ª Glória Beatriz Álvarez, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina
Prof. Dr. Gonçalo Poeta Fernandes, *Instituto Politécnico da Guarda*, Portugal
Prof. Dr. Gustavo Adolfo Juarez, *Universidad Nacional de Catamarca*, Argentina
Prof.^ª Dr.^ª Iara Lúcia Tescarollo Dias, *Universidade São Francisco*
Prof.^ª Dr.^ª Isabel del Rosario Chiyon Carrasco, *Universidad de Piura*, Peru
Prof.^ª Dr.^ª Isabel Yohena, *Universidad de Buenos Aires*, Argentina
Prof. Dr. Ivan Amaro, *Universidade do Estado do Rio de Janeiro*
Prof. Dr. Iván Ramon Sánchez Soto, *Universidad del Bío-Bío*, Chile
Prof.^ª Dr.^ª Ivânia Maria Carneiro Vieira, *Universidade Federal do Amazonas*
Prof. Me. Javier Antonio Alborno, *University of Miami and Miami Dade College*, USA
Prof. Dr. Jesús Montero Martínez, *Universidad de Castilla - La Mancha*, Espanha
Prof. Dr. João Manuel Pereira Ramalho Serrano, *Universidade de Évora*, Portugal
Prof. Dr. Joaquim Júlio Almeida Júnior, *UniFIMES - Centro Universitário de Mineiros*
Prof. Dr. Juan Carlos Mosquera Feijoo, *Universidad Politécnica de Madrid*, Espanha
Prof. Dr. Juan Diego Parra Valencia, *Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín*, Colômbia
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro, *Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro*
Prof. Dr. Leinig Antonio Perazolli, *Universidade Estadual Paulista*
Prof.^ª Dr.^ª Livia do Carmo, *Universidade Federal de Goiás*
Prof.^ª Dr.^ª Luciane Spanhol Bordignon, *Universidade de Passo Fundo*
Prof. Dr. Luis Vicente Amador Muñoz, *Universidad Pablo de Olavide*, Espanha
Prof.^ª Dr.^ª Macarena Esteban Ibáñez, *Universidad Pablo de Olavide*, Espanha
Prof. Dr. Manuel Ramiro Rodríguez, *Universidad Santiago de Compostela*, Espanha
Prof. Dr. Marcos Augusto de Lima Nobre, *Universidade Estadual Paulista*
Prof. Dr. Marcos Vinicius Meiado, *Universidade Federal de Sergipe*
Prof.^ª Dr.^ª Mar Garrido Román, *Universidad de Granada*, Espanha
Prof.^ª Dr.^ª Margarida Márcia Fernandes Lima, *Universidade Federal de Ouro Preto*
Prof.^ª Dr.^ª Maria Aparecida José de Oliveira, *Universidade Federal da Bahia*
Prof.^ª Dr.^ª Maria do Céu Caetano, *Universidade Nova de Lisboa*, Portugal
Prof.^ª Dr.^ª Maria do Socorro Saraiva Pinheiro, *Universidade Federal do Maranhão*
Prof.^ª Dr.^ª Maria Lúcia Pato, *Instituto Politécnico de Viseu*, Portugal
Prof.^ª Dr.^ª Maritza González Moreno, *Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría"*, Cuba
Prof.^ª Dr.^ª Mauriceia Silva de Paula Vieira, *Universidade Federal de Lavras*
Prof.^ª Dr.^ª Odara Horta Boscolo, *Universidade Federal Fluminense*



Prof.ª Dr.ª Patrícia Vasconcelos Almeida, Universidade Federal de Lavras
Prof.ª Dr.ª Paula Arcoverde Cavalcanti, Universidade do Estado da Bahia
Prof. Dr. Rodrigo Marques de Almeida Guerra, Universidade Federal do Pará
Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares, Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Sergio Bitencourt Araújo Barros, Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Sérgio Luiz do Amaral Moretti, Universidade Federal de Uberlândia
Prof.ª Dr.ª Silvia Inés del Valle Navarro, *Universidad Nacional de Catamarca, Argentina*
Prof.ª Dr.ª Teresa Cardoso, Universidade Aberta de Portugal
Prof.ª Dr.ª Teresa Monteiro Seixas, Universidade do Porto, Portugal
Prof. Dr. Turpo Gebera Osbaldo Washington, *Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Peru*
Prof. Dr. Valter Machado da Fonseca, Universidade Federal de Viçosa
Prof.ª Dr.ª Vanessa Bordin Viera, Universidade Federal de Campina Grande
Prof.ª Dr.ª Vera Lúcia Vasilévski dos Santos Araújo, Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Wilson Noé Garcés Aguilar, *Corporación Universitaria Autónoma del Cauca, Colômbia*

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

E24 Educação e ensino de ciências exatas e naturais [livro eletrônico] /
Organizador José Luis Escamilla Reyes. – Curitiba, PR: Artemis,
2021.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Edição bilíngue

ISBN 978-65-87396-49-1

DOI 10.37572/EdArt_171221491

1. Educação. 2. Prática de ensino. 3. Professores – Formação.
I. Reyes, José Luis Escamilla.

CDD 371.72

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

PRÓLOGO

El libro **Educação e Ensino de Ciências Exatas e Naturais** presenta los resultados de varios proyectos de investigación en innovación educativa relacionados con la enseñanza de las ciencias y la ingeniería, un tema apasionante para los que estamos involucrados en el día a día en las aulas frente a nuestros alumnos.

En este trabajo, la enseñanza en la ingeniería y ciencias se aborda desde muy diversas perspectivas, todas ellas muy relevantes. Por ejemplo, en varios artículos de este libro se discuten los procesos de evaluación, tanto dentro de los cursos de la disciplina como de los programas de las carreras asociadas a estas áreas. Asimismo, en otros trabajos se propone como una prioridad el incorporar una perspectiva de género e inclusión para facilitar el acceso a estas carreras científicas de sectores de la población que tradicionalmente han sido marginados como las mujeres y las etnias indígenas. Por otro lado, el enfoque de la modelación matemática en los cursos de ingeniería es discutido y su implementación en el aula presentada para evidenciar sus ventajas con respecto a las aproximaciones tradicionalmente expuestas en los cursos convencionales en donde los problemas matemáticos son artificiales, sin un contexto específico y en los cuales no hay necesidad de enunciar y estructurar el problema a partir de una situación real.

Por supuesto, hago la invitación al lector para que disfrute la lectura de estos artículos de innovación educativa y, más importante aún, si es un docente en activo, que implemente alguna o varias de las estrategias y metodologías aquí expuestas para enriquecer su práctica docente y, de esta manera, contribuir en la validación de la pertinencia y relevancia de estos enfoques educativos. Finalmente, bienvenida la retroalimentación y los comentarios propositivos ya que lo más importante es garantizar que nuestros alumnos alcancen un aprendizaje significativo que les permita enfrentar con éxito los problemas tanto en su práctica profesional como en su vida cotidiana.

Dr. José Luis Escamilla Reyes

SUMÁRIO

PROCESOS DE EVALUACIÓN EN LOS PROGRAMAS DE INGENIERÍA Y CIENCIAS

CAPÍTULO 1..... 1

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN FORMATIVA: UNA FORMA DE PROMOVER EL APRENDIZAJE AUTÓNOMO EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

Olga Lucía Duarte Bolívar
Graciela Morantes Moncada
Luz Ángela Flórez Olarte

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214911

CAPÍTULO 2..... 12

COMPETÊNCIAS MÍNIMAS DE ESTUDANTES DE MEDICINA PARA OBTENÇÃO DE VIAS AÉREAS DEFINITIVA EM DIFERENTES SEMESTRES DO CURSO

Kenya de Sales Flaminio
Milena Coelho Fernandes Caldato

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214912

CAPÍTULO 3.....32

ESTRATEGIAS EVALUATIVAS EN USO PARA EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO Y OCTAVO AÑO BÁSICO

Francisca Macarena Cartes Matus
Paulina Edith Cartes Gómez

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214913

CAPÍTULO 4.....42

O ESTADO DA EDUCAÇÃO CIENTÍFICA NA AMÉRICA LATINA

Williams Orlando Tapia Chavez

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214914

NUEVOS ENFOQUES Y APROXIMACIONES EN LA EDUCACIÓN CIENTÍFICA

CAPÍTULO 5..... 63

TOMA DE DECISIONES, DESDE LOS ODS, MEDIANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA CLASE DE CIENCIAS

Ana María Gómez Prado
Yolanda Ladino Ospina

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214915

CAPÍTULO 6.....74

TRABAJO EN EQUIPO Y POR PROYECTOS BAJO LOS CONCEPTOS DEL CEREBRO TRIÁDICO PARA EL LOGRO DE COMPETENCIAS EN UNA ASIGNATURA DE CIENCIAS: EL TRICEREBRAR

Margarita Patiño Jaramillo

John Jairo García Mora

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214916

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LOS CURSOS DE INGENIERÍA: ENFRENTANDO A LOS ALUMNOS CON PROBLEMÁTICAS REALES

CAPÍTULO 7.....87

¿CÓMO PRESENTAN PROFESORES LATINOAMERICANOS LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL AULA? UN ESTUDIO DE CASOS BASADO EN DOS EVENTOS INTERNACIONALES

Elisabeth Ramos-Rodríguez

Astrid Morales Soto

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214917

CAPÍTULO 8.....97

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL CURSO DE ECUACIONES DIFERENCIALES A TRAVÉS DE PROBLEMÁTICAS REALES

José Luis Escamilla Reyes

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214918

PERSPECTIVA DE GÉNERO E INCLUSIÓN EN LAS CARRERAS DE INGENIERÍA

CAPÍTULO 9..... 106

POLIEDROS QUE VUELAN

Roberto Antonio Salvador

 https://doi.org/10.37572/EdArt_1712214919

CAPÍTULO 10.....112

UNA MIRADA DE GÉNERO AL INGRESO FEMENINO EN CARRERAS DE TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

Jaime Espinoza Oyarzún

 https://doi.org/10.37572/EdArt_17122149110

LA INCORPORACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

CAPÍTULO 11..... 120

EMPREGANDO O GEOGEBRA 3D NA DE (COMPOSIÇÃO) DE POLIEDROS CONVEXOS PARA O CÁLCULO DO VOLUME

Victoria Mazotti Rodrigues da Silva

Rudimar Luiz Nós

 https://doi.org/10.37572/EdArt_17122149111

CAPÍTULO 12 131

ENSINO DE CÁLCULO COM O APOIO DE BLOG E DO GEOGEBRA

Ailton Durigon

Vilma Gisele Karsburg

Alan Lanceloth Rodrigues Silva

Lucas Santos Savi Mondo

 https://doi.org/10.37572/EdArt_17122149112

SOBRE O ORGANIZADOR.....139

ÍNDICE REMISSIVO 140

CAPÍTULO 7

¿CÓMO PRESENTAN PROFESORES LATINOAMERICANOS LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL AULA? UN ESTUDIO DE CASOS BASADO EN DOS EVENTOS INTERNACIONALES¹

Data de submissão: 12/09/2021

Data de aceite: 30/09/2021

Elisabeth Ramos-Rodríguez

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
Orcid: 0000-0002-8409-4125

Astrid Morales Soto

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, Chile
Orcid: 0000-0001-7569-6362

RESUMEN: La modelación matemática en educación es un tema de interés que ha tomado espacio en reuniones científicas, donde hace décadas se observan investigadores dedicados a conceptualizar este constructo con miras a su comprensión. En este contexto, con propósito de generar una instancia reflexiva sobre la enseñanza de la modelación matemática por profesores latinoamericanos, se realiza un taller en un congreso internacional en Colombia y otro en Argentina. Considerando las producciones de los docentes en estos encuentros, nos planteamos como objetivo de

¹ Trabajo basado en la comunicación presentada en XXXI Reunión Latinoamérica de Investigación en Educación matemática (RELME 31), Lima, Perú.

Trabajo financiado parcialmente por ANID (Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo) a través del proyecto 11190553.

estudio indagar en la forma en que profesores latinoamericanos presentan esta habilidad en sus aulas. Nos basamos teóricamente en la noción de modelación matemática y las formas de enseñarla, quien plantea que actualmente su tratamiento obedece al nivel de participación del estudiante y del profesor. Bajo el paradigma cualitativo, evidenciamos la existencia de tres formas de tratar la modelación en el aula, donde la más usual es aquella donde el profesor propone el problema, entregando los datos cualitativos y cuantitativos que involucra, dejando a los estudiantes solamente la etapa de resolución. La distancia entre estas formas de presentar la modelación matemática nos plantea una problemática que debemos tener en cuenta en la educación de nuestros alumnos.

PALABRAS CLAVE: Modelación matemática. Formación de profesores. Enseñanza de la matemática.

COMO OS PROFESSORES LATINO-AMERICANOS APRESENTAM A MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA? UM ESTUDO DE CASO BASEADO EM DOIS EVENTOS INTERNACIONAIS

RESUMO: A modelagem matemática na educação é um tema de interesse que tem ganhado espaço em reuniões científicas, onde há décadas se observam pesquisadores que se dedicam a conceituar esse construto com vistas a compreendê-lo. Nesse contexto, com

o objetivo de gerar uma instância reflexiva sobre o ensino de modelagem matemática por professores latino-americanos, foi realizado um workshop em um congresso internacional na Colômbia e outro na Argentina. Considerando as produções dos professores nesses encontros, propusemo-nos como objetivo de estudo investigar a forma como os professores latino-americanos apresentam essa habilidade em suas salas de aula. Baseamo-nos teoricamente na noção de modelação matemática e nas formas de a ensinar que afirma que atualmente o seu tratamento obedece ao nível de participação do aluno e do professor. Sob o paradigma qualitativo, mostramos a existência de três formas de tratamento da modelagem em sala de aula, sendo a mais usual aquela em que o professor propõe o problema, entregando os dados qualitativos e quantitativos envolvidos, cabendo aos alunos apenas a fase de resolução. A distância entre essas formas de apresentação da modelagem matemática levanta um problema que devemos levar em consideração na formação de nossos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem matemática. Formação de professores. Ensino de matemática.

1 INTRODUCCIÓN

La introducción explícita de la Modelación Matemática (MM) en educación ha sido fuente de variados estudios (Blum & Niss, 1991, Blum & Borromeo 2009, Borromeo 2006) tomando incluso espacio en reuniones científicas como en la International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, ICTMA (Lesh, Galbraith, Haines & Hurford, 2013), la International Conference in Mathematics Education, ICME (Brown & Ikeda, 2015), en la X Conferencia Nacional Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira, CNMEM (Barbosa, Caldeira, Araújo, 2007), en la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, RELME (Cordero, Suárez, Mena, Rodríguez, Romo, Cârsteanu y Solís, 2009), en el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, CIBEM (Yamile, Salazar y Romero, 2013), entre otras.

En esta línea desde hace varias décadas, contamos con diversos investigadores (como Blum y Borromeo (2009) y Swetz y Hartzler (1999), entre otros) que se han interesado en conceptualizarla con miras a su comprensión. En esta revisión se pueden observar sistematizaciones de lo que implica la MM en la enseñanza y cómo lo tratan los educadores de esta disciplina. Desde Australia, Galbraith (1995) propone que hay distintas formas de presentar la MM en el aula, que tienen que ver con el nivel de participación del estudiante y del profesor. Su propuesta es atractiva a los ojos de otros investigadores, por ejemplo, 10 años después, Barbosa (2004) ha incursionado cómo en la educación matemática brasilera se presentan estos niveles de participación. En este contexto, este trabajo pretende indagar en la forma en que los profesores presentan la MM en la enseñanza primaria y secundaria de acuerdo a los niveles de participación propuestos por Galbraith (1995) y posteriormente por Barbosa (2004).

Desde la disciplina de la Didáctica de la Matemática o de la Matemática Educativa existen diversas posturas sobre la MM. Investigaciones como las de Arrieta y Díaz (2015) declaran que es un puente entre las esferas prácticas, mencionan que la modelación está “constituida por actividades recurrentes en diversas comunidades, en particular en las comunidades de profesionales” (p. 17).

Por su lado Cordero (2006, 2016) hace referencia a los intereses de la enseñanza de la MM donde pueden centrarse en representar la realidad o en relacionar con el conocimiento matemático. El autor menciona que la MM es una categoría de conocimiento, y que no debe ser considerada como una herramienta didáctica, pues ella es en sí misma una construcción de conocimiento. Ambas investigaciones plantean la necesidad de hacer conexión con la “realidad”, ya que en la actualidad escolar no hay mucha conexión con el entorno cotidiano.

Es de especial atención para nosotros el estudio de la MM debido a que los profesores de matemáticas deben tratarla en sus aulas, declarado en diversos currículums como una habilidad relevante a considerar en la enseñanza de la matemática. En esta línea, el propósito de este estudio es indagar en cómo presentan la MM los profesores en ejercicio.

2 MARCO DE REFERENCIA

Nuestro marco de referencia se centra en la conceptualización de MM, su sistematización como proceso, y sus niveles de tratamiento en el aula.

2.1 CONCEPTUALIZACIÓN

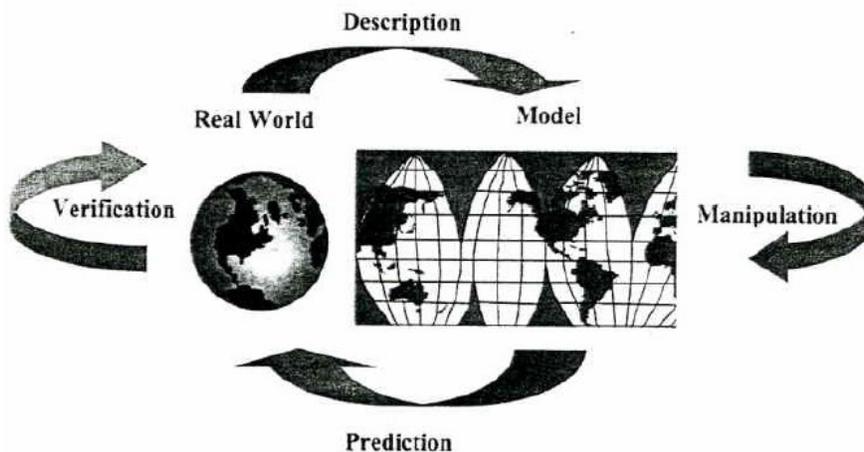
Estamos de acuerdo con investigadores en educación matemática como Swetz y Hartzler (1999) quienes definen la MM como el “...proceso de concebir el modelo matemático” (p.1), el cual contribuye a realizar una aproximación a problemas del mundo real mediante las matemáticas (Ríos, 1995), concebido como un tipo de resolución de problemas, donde los eventos o fenómenos deben ser interpretados como problemas (Swetz & Hartzler, 1999).

La modelación matemática es “...el arte y ejercicio de construir y trabajar con modelos matemáticos” (Arora y Rogerson, 1991, p. 12). Además, de ser, fundamentalmente, una forma de resolución de problemas de la vida real, no es una forma cualquiera, sino que conlleva la consideración del problema como un todo, como lo veremos más adelante al examinar las etapas que conlleva el proceso mismo de modelación.

2.2 SISTEMATIZACIÓN

La MM en el aula ha sido propuesta por algunos autores quienes han sugerido que esta conlleva una serie de fases (Blum & Borromeo, 2009; Blum & Niss, 1991; Swetz & Hartzler, 1991) que finalmente ilustran con un modelo. Dentro de los modelos más simples (en el sentido que explicita pocas fases) destacamos el propuesto por Lesh y Doerr (2003) que concibe la MM como un proceso de cuatro fases (Figura 1).

Figura 1. Proceso de modelación matemática según Lesh y Doerr (2003).



Lesh y Doerr (2003) mencionan que, en primer lugar, se describe la situación de la vida real a través de un modelo (en el ejemplo, el mapa mundi). Este modelo de manipula matemáticamente a través de datos, conceptos, relaciones, condiciones y supuestos que son trasladados al lenguaje matemático; hasta resultar un modelo matemático de la situación dada. En una tercera fase con el modelo determinado es posible predecir algunas cuestiones de la vida real. Por último, una fase importante en el ciclo es la de verificar si el modelo encontrado se corresponde con la vida real y es capaz de interpretar los resultados respecto de la situación original al modelo real, donde también se produce una validación del modelo matemático.

En este y otros modelos de la MM se aprecian rasgos invariantes que fundamentalmente la asocian con la interacción entre el mundo real y el mundo matemático. Asumimos la MM como el proceso mediante el cual se construye y estudia una relación entre un fenómeno y una estructura matemática en principio, a partir de una situación o problema del mundo real con la finalidad de aproximarnos a este último. Esto significa que las implicaciones del modelo deben orientarse a la comprensión y resolución del problema correspondiente al mundo real.

2.3 NIVELES DE TRATAMIENTO EN EL AULA

Cuando este proceso se concreta en la enseñanza de la matemática surgen distintas posturas o interpretaciones del docente. Según Barbosa (2004) refiriéndose a Galbraith (1995) la enseñanza de la MM es condicionada por el nivel de participación de los estudiantes y del profesor en este proceso (ver Tabla 1), a los que llama “casos”.

Tabla 1. Casos posibles en la MM, según participación del docente y el alumno (Barbosa, 2004).

Pasos de MM/casos	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboración de situación problema	Profesor	Profesor	Profesor/alumno
Simplificación	Profesor	Profesor/alumno	Profesor/alumno
Datos cualitativos y cuantitativos	Profesor	Profesor/alumno	Profesor/alumno
Resolución	Profesor/alumno	Profesor/alumno	Profesor/alumno

En el caso 1, el profesor propone el problema, entregando los datos cualitativos y cuantitativos que involucra, dejando a los estudiantes la resolución. Los estudiantes no requieren salir de la sala de clases o recurrir a internet u otras fuentes para recoger datos y su actividad tiende a ser corta.

En el caso 2, el profesor sólo formula el problema inicial y los estudiantes se enfrentan a él teniendo que buscar estrategias para encontrar los datos, como por ejemplo salir de la sala de clases o hacer uso de libros, internet, etc. En este caso, los estudiantes son más responsables para la realización de la tarea.

Por último, en el caso 3, se desarrolla a partir de proyectos de temas “no matemáticos” que pueden ser elegidos por el profesor o los estudiantes. Aquí, la formulación del problema, la recogida de datos y la resolución son tareas de los estudiantes.

3 METODOLOGÍA

Desde un paradigma cualitativo nos centramos en un estudio descriptivo-interpretativo, de manera de observar de qué forma docentes presentan la MM.

El contexto del estudio se ubica en un taller realizado en dos eventos internacionales, el XII Congreso Argentino de Educación Matemática, CAREM (Corrial, Ramos-Rodríguez, Valenzuela, González y Morales, 2016) y en el VII Congreso Internacional de formación y modelación en Ciencias Básicas realizado en Colombia (Corrial, Ramos-Rodríguez, González y Morales, 2016). Este taller se diseña considerando los principios de programas efectivos para profesores de matemática (Ramos-Rodríguez, Bustos-Osorio, Morales-Soto, 2021), entre ellos: centrado en la enseñanza de la matemática, foco en el conocimiento del profesor y modelado de expertos.

Los sujetos informantes son los docentes latinoamericanos participantes de estos talleres, quienes se distribuyeron en grupos (Tabla 2), y quienes autorizaron el uso de sus producciones (en el taller) para fines investigativos.

Tabla 2. Participantes de cada evento.

País	Número de docentes	Cantidad de grupos
Argentina	23	7
Colombia	17	6

El instrumento de recogida de datos corresponde a la tarea realizada en los dos congresos, cuya instrucción principal se ilustra en la Figura 2, rescatando las respuestas de cada grupo en una cartulina de donde se extrae los datos a analizar.

Figura 2. Tarea entregada a los participantes del taller.

- ¿Qué problemática, situación conflictiva ha detectado en el tratamiento de la modelación matemática?
 - Proponga una tarea escolar que ejemplifique la problemática
- Escribir problemática y tarea en un papelógrafo

Para el estudio se emplea el método del análisis de contenido, donde la unidad de análisis es el escrito en la cartulina entregada por cada grupo. Las categorías de análisis se extraen de la Tabla 1, los tres casos de participación en la MM.

4 RESULTADOS

Los resultados se detallan para el taller realizado en cada evento internacional indicado.

4.1 PRODUCCIONES DEL CONGRESO EN ARGENTINA

De los 7 grupos que se formaron en este taller, cuatro de ellos proponen la MM desde el caso 1, donde el alumno es el protagonista sólo en la resolución del problema. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 3, en donde el grupo destaca los pasos de la MM, proponiendo una tarea clásica sobre el precio de entradas y cantidad de personas que asisten a un evento.

Figura 3. Ejemplo de MM enmarcada en el caso 1.

	<p style="text-align: center;">Problemáticas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprensión e interpretación del enunciado • Discernir / reconocer datos – incógnitas • Traducción del lenguaje coloquial al simbólico • Establecer relación entre datos • Interpretación y validación de los resultados <p style="text-align: center;">TAREA</p> <p>En un teatro hay capacidad para 900 espectadores. En una función a sala llena, había la mitad de adultos que de niños más adolescentes. La entrada para niños costaba \$40, para adolescentes \$60 y para adultos \$90. Si hubo una recaudación de \$10.000. ¿Cuántos niños hubo en la sala?</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tres grupos proponen la MM desde el caso 2, un ejemplo de ello se visualiza en la Figura 4, donde el docente es quien propone un contexto relativo al juego de fútbol, pero los alumnos deben recoger o elegir los datos cualitativos y cuantitativos y luego resolver.

Figura 4. Ejemplo de MM enmarcada en el caso 2.

	<p style="text-align: center;">Problemas</p> <table border="0"> <tr> <td>Poca flexibilidad</td> <td>En unidad de polinomios</td> </tr> <tr> <td>Polinómica</td> <td>no lo contextualiza</td> </tr> <tr> <td>Factorización Cónicas</td> <td>polinomios cuadráticos</td> </tr> </table>	Poca flexibilidad	En unidad de polinomios	Polinómica	no lo contextualiza	Factorización Cónicas	polinomios cuadráticos
Poca flexibilidad	En unidad de polinomios						
Polinómica	no lo contextualiza						
Factorización Cónicas	polinomios cuadráticos						

No se visualiza la MM desde el caso 3 en el evento de Argentina.

4.2 PRODUCCIONES DEL CONGRESO EN COLOMBIA

En el caso del congreso en Colombia se observa que, de los 6 grupos, dos grupos proponen una situación del caso 3, donde el profesor plantea un contexto amplio recreado en una tienda de mascotas, los alumnos deben construir los datos y resolverlo. Un ejemplo de ellos se ilustra en la Figura 5.

Figura 5. Propuesta de MM en el caso 3.

<p>Problemática: Ayudar a los alumnos a identificar operaciones básicas en situaciones reales.</p> <p>Objetivo: Identificar operaciones básicas que le ayuden a resolver una situación real.</p> <p>Actividad: 1. ^{Trabajo en equipo}Recreación de la situación. (Crear la tienda de mascotas en el aula con productos y diferentes precios para que realicen las situaciones de combinación) → Restricciones. 2. Verificación de información (individual). 3. Dibujar la situación y su resolución.</p>	<p>Problemática: Ayudar a los alumnos a identificar operaciones básicas en situaciones reales.</p> <p>Objetivo: Identificar operaciones básicas que le ayuden a resolver una situación real.</p> <p>Actividad:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Recreación de la situación (crear la tienda de mascotas en el aula con productos y diferentes precios para que realicen las situaciones de combinación) Restricciones. 2. Verificación de información (individual) 3. Dibujar la situación y su resolución.
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

El resto de los grupos propone situaciones del caso 1 donde el alumno toma protagonismo solo para la resolución del problema. Son producciones similares a las realizadas en el evento de Argentina (Figura 3).

5 DISCUSIÓN

De las producciones de los grupos de profesores de ambos congresos se tiene la Tabla 3.

Tabla 3. Resumen de la presencia de los casos de usos de la MM.

País / Casos	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Argentina	4	3	0
Colombia	4	0	2

Nos llama la atención la presencia de solo dos grupos que plantean una MM desde el caso 3, en donde la fuerte participación del alumno en la MM es lo relevante, aspecto crucial para desarrollar el aprendizaje (Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2003). El que plantea uno de los grupos de Colombia (Figura 5) presenta un objetivo claro en relación a lo que a los docentes les preocupa, la propuesta deja al estudiante que construya y desarrolle ideas, como lo plantea Barbosa (2004), explicitando la dificultad que los estudiantes muestran. El objetivo evidencia matices sobre la MM, ya que quieren conectar con el mundo real, tal como lo proponen Blom y Borromeo (2009), entre otros.

El caso 3 puede manejarse enmarcado en un proyecto que puede incluso considerarse como fuente de problemas para ser usado en otras asignaturas (Barbosa, 2004). La propuesta de MM del grupo de Argentina (Figura 4) encaja en esta idea, planteando explícitamente que el alumno debe modelar la trayectoria de un cuerpo libre.

6 CONCLUSIONES

Poner a los profesores en situación que puedan comparar sus tareas de MM, les permitió reflexionar sobre las diferentes posturas que ellos manifiestan sobre su tratamiento, es decir, se pone en discusión los tres casos mencionados por Barbosa (2004).

Creemos que la enseñanza debe considerar situaciones de los tres casos, como lo plantea Barbosa (2004), “Em certos períodos, a ênfase pode ser projetos pequenos de investigação, como no caso 1; em outros, pode ser projetos mais longos, como os casos 2 e 3” (p. 5). Nos interesa que el profesor esté consciente de la presencia de estos casos, objetivo imbricado en el taller que hemos realizado en los tres países declarados. Y la importancia de avanzar para el caso 3 en las propuestas en aula.

Además, emerge de los profesores las dificultades que sus estudiantes manifiestan al enfrentarse a la MM, y también una reflexión respecto a cómo es que se están entregando las clases de matemáticas, el rol de la tecnología, y otros aspectos que el estudiante de hoy conoce.

A la luz de los resultados, se observa una mayor presencia de grupos que proponen situaciones de MM en el caso 1. La distancia entre estas formas de trabajar la MM en la enseñanza nos presenta una problemática que debemos tener en cuenta en la enseñanza a la hora de tratarla con nuestros alumnos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arrieta, J., y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 19-48.

Barbosa, J.C. (2004). Modelación Matemática: ¿Qué es? ¿Por qué? ¿Cómo? *Veritatis*, 4, 73-80.

Barbosa, J. C., Caldeira, A. D., y Araújo, J. L. (Org.) (2007). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisas e Práticas Educacionais*. Recife: Sbem. p. 215-232.

Blum, W., y Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving Modelling, Applications, and Links to Other Subjects–State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.

Blum, W., y Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.

Brown, J., y Ikeda, T. (2015). Mathematical Applications and Modelling in the Teaching and Learning of Mathematics. En S. J. Cho (Ed.), Blomhøj, D. Carreira (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 469-473). Springer International Publishing.

Cordero, F., Suárez, L., Mena, J., Rodríguez, R., Romo, A., Cârsteanu, A. y Solís, M. (2009). La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. En P. Lestón (Ed.), *ALME 22* (pp. 1717-1726). Estado de México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C.

- Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matemática. *La Matemática e la sua Didattica*, 20(1), 59-79.
- Cordero, F. (2016). Modelación, funcionalidad y multidisciplinariedad: el eslabón de la matemática y el cotidiano. En J. Arrieta, y L. Díaz (Eds.), *Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa*. Gedisa.
- Corrial, C., Ramos-Rodríguez, E., Valenzuela, M., González, B. y Morales, A. (2016). Proceso reflexivo sobre el tratamiento de la modelación matemática. En *XII Congreso Argentino de Educación Matemática (XII CAREM)*. Argentina.
- Corrial, C., Ramos-Rodríguez, E., González, B., Morales, A. (2016). Reflexión sobre la práctica desde la modelación matemática. En *Actas del VIII Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas*. Colombia.
- Galbraith, P. (1995). Modelling, teaching, reflecting—what I have learned. In C. W. Sloyer, I. Huntley, y W. Blum (Ed.), *Advances and perspectives in the teaching of Mathematical modelling and Applications* (pp. 21-45). Yorklyn, DE: Water Street Mathematics.
- Lesh, R., Galbraith, P.L, Haines, C. R., y Hurford, A. (Eds.) (2013). Modeling students' mathematical modelling competencies. En R. Lesh (Ed.), *ICTMA 13* (pp. 423–432). New York: Springer.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., y Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Ramos-Rodríguez, E., Morales, A., Mena, J. (2017). Instalando un ciclo de reflexión sobre modelación matemática. En *Actas de XLII Semana de la Matemática*, Valparaíso, Chile.
- Ramos-Rodríguez, E., Bustos, B., y Morales, A. (2021). Identification of the Principles of Effective Professional Development Programs and Their Impact: An Investigation of the Guidelines of a Mathematics Didactic Graduate Program and a Case Study Focused on Teacher Training, *The International Journal of Science, Mathematics and Technology Learning* 29 (1), 1-16. doi:10.18848/2327-7971/CGP/v29i01/1-16.
- Ríos, S. (1995). *Modelización*. Madrid: Alianza.
- Swetz, F.J., y Hartzler, J. S. (1999). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum. A resource guide of classroom exercises*. Reston, VA: NCTM.
- Yamile, N., Salazar, C. y Romero, J. (2013). Lenguajes, preguntas y situaciones de variación: modelación y conocer reflexivo. *Memorias VII Congreso Iberoamericano, CIBEM* (pp.75).

SOBRE O ORGANIZADOR

Dr. José Luis Escamilla Reyes. Profesor del Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México desde 1998. Doctor en Física por la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa. Cuenta con una experiencia docente de 32 años. Es coautor de Manuales de Física II y Física III, así como de dos ebooks, uno sobre Física General y otro sobre Óptica y Física Moderna. Está certificado en el Programa de Desarrollo de Habilidades Docentes del Tecnológico de Monterrey. Ha participado con varios trabajos en Congresos Nacionales e Internacionales relacionados con la Física de Semiconductores de los grupos IV y III-V. Sus áreas de interés son: fuentes alternativas de energía, Física del Estado Sólido, diseño y aplicaciones de los MEMS y modelación matemática de Sistemas Complejos. Ha publicado más de 15 trabajos arbitrados y memorias en congresos. Colaboró en el diseño y construcción de láseres pulsados de N_2 en el Laboratorio de Óptica Cuántica de la Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa (UAMI). En el Tecnológico de Monterrey Campus Ciudad de México, participó en el desarrollo de un prototipo de Celda de Combustible con membrana de intercambio protónico (*PEMFC*) de alta eficiencia. Obtuvo la Medalla al Mérito Académico por el mejor promedio de Maestría otorgada por la UAMI. Fue líder de la Cátedra de Investigación “Micro Sistemas Electromecánicos: Diseño y aplicaciones” del Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México y miembro del SNI.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Alimentación saludable 63, 64, 66, 67, 68, 69, 71, 72

América Latina 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 55, 58, 59, 60, 61, 62

Aprendizaje 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 63, 64, 68, 72, 74, 75, 76, 77, 79, 84, 85, 86, 94, 97, 99, 102, 103, 104, 105, 106, 108, 109, 110

Aprendizaje activo 97, 99, 103, 104, 105

Aprendizaje autónomo 1, 2, 3, 4, 6, 11

Aprendizaje cooperativo 74, 76, 79, 84, 85, 86

Atividades 14, 15, 27, 28, 29, 131, 133, 134, 135, 136, 137, 138

B

Blog 131, 132, 133, 135, 136, 137, 138

C

Cálculo 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 120, 121, 122, 128, 129, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138

Cálculo Diferencial 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 131, 138

Cerebro Triádico 74, 76, 78

Ciência 42, 44, 47, 48, 49, 50, 56, 57, 58, 59, 60

Ciência 30, 33, 42, 43, 44, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 63, 64, 72, 73, 75, 77, 82, 131, 134

Classes de poliedros 120

D

Didático 106

E

Ecuaciones Diferenciales ordinarias 97, 98, 99

Educação baseada em competências 13

Educação científica 42, 44, 58, 61

Educación para el Desarrollo Sostenible 63, 66, 72

Enseñanza de la matemática 36, 87, 89, 91

Enseñanza de las Ciencias 63, 73, 75

Enseñanza de las ciencias y pensamiento crítico 63

Estrategias evaluativas 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40

Estudantes de medicina 12, 13, 14, 15, 25, 30

Evaluación formativa 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 40, 41

F

Formación de profesores 87

G

Género 59, 112, 113, 114, 115, 116, 118, 119

GeoGebra 120, 121, 122, 129, 131, 132, 133, 134, 136, 137, 138

H

Hexaedro tetrakis 120, 122, 126, 127, 128

I

Interesante 104, 106

Intubação 12, 13, 14, 15, 16, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31

L

Lúdico 9, 106

M

Matemática 10, 11, 32, 33, 35, 36, 38, 44, 47, 50, 51, 58, 60, 62, 87, 88, 89, 90, 91, 95, 96, 97, 100, 120, 121, 129, 132, 138

Matemáticas 1, 7, 10, 82, 89, 95, 96, 106, 107, 108, 110, 111

Matrícula 50, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119

Modelación matemática 87, 88, 89, 90, 95, 96, 97, 100

O

Operações sobre poliedros 120, 122

P

Pensamiento crítico 63, 64, 65, 66, 67, 68, 72

Propuesta 4, 6, 7, 9, 40, 64, 66, 67, 68, 70, 88, 90, 94, 95, 108, 106, 112, 113, 116, 118

Q

Química 44, 51, 61, 63, 67, 68, 72, 74, 75, 76, 80, 84, 85, 86, 108

R

Retroalimentación 32, 34, 37, 39, 40, 103, 104

S

Secuencias de aprendizaje 97, 99, 103, 105

Significativo 15, 106, 108, 109, 110

T

Tecnologia e Inovação 42, 45, 49, 52, 58, 59, 60

Tricerebrar 74, 75, 77, 79, 80, 83